IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA

E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI

IL NUOVO CIMENTO

ANNO LIII

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEI DELEGATI DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI ED A. SELLA

SERIE V. - Tomo XIV

PISA
DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1907

INDICE

pagine

BLANC G. A. Un metodo semplice per presentare in iscuola le esperienze fondamentali di radioattività 73
BLANC G. A. Ricerche sul materiale radioattivo esistente nell'atmosfera . 199
BLANC G. A. Alcuni problemi attuali della radioattività . . . 305
BURGATTI P. Sulla formula di Kirchhoff e sue estensioni . . . 183
BURGATTI P. Sulle correnti aeree 214
CAMERON A. T. e RAMSAY W. Azioni chimiche dell'emanazione del radio. (Parte II). Sopra soluzioni contenenti rame, piombo e sopra l'acqua . 520
CASSUTO L. e OCCHIALINI A. I potenziali esplosivi ad alte pressioni. — Legge di Pachen 330
DANIELE E. Sul moto spontaneo di un solido di rivoluzione, vincolato per un punto dell'asse ad un cerchio fisso (Memoria 1.a) . . . 5
DANIELE E. Sul moto spontaneo di un solido di rivoluzione, vincolato per un punto dell'asse di simmetria ad un cerchio fisso (Memoria 2.a) . . 161
ERCOLINI G. Variazioni della resistenza elettrica del nichel assoggettato a deformazione 537
GARBASSO A. Il Miraggio 411
GRASSI U. Apparecchio da lezione 78
Il concetto di Massa nell'insegnamento elementare della Meccanica . . 80
Il concetto di Massa nell'insegnamento elementare della Meccanica . . 225
LA ROSA M. Sulla funzione del condensatore nel rocchetto d'induzione . 26
LEVI-CIVITA T. Sulla massa elettromagnetica 271
LO SURDO A. Un metodo per la misura continua della velocità di rotazione di un asse 448
MAGGI G. A. Sulla teoria dell'attrito, etc. 338
MARCOLONGO R. Progresso e sviluppo della teoria matematica della elasticità in Italia (1870-1907) e Saggio di Bibliografia Italiana sulla teoria matematica della elasticità 371
MONTEL A. Aereo radiotelegrafico irradiante specialmente in una data direzione 323
PIOLA F. Il fenomeno di Wehnelt 54
POCHETTINO A. Onde di mare e di lago 421
POCHETTINO A. **Necrologia di Alfonso Sella** 489
PUCCIANTI L. Esperienze collo spettrografo senza fenditura sull'arco a corrente continua 218

pagine

QUINTILI P. Sull'equilibrio elastico di un solido omogeneo, isotropo, limitato da due piani paralleli 19

RAMSAY W. I. Azioni chimiche dell'emanazione del radio. (Parte I). Azione sull'acqua distillata 505

Cenno necrologico di Pietro Salvioni 487

Letteratura fisica 125, 246, 389, 456, 565

Notiziario 148, 267, 368, 479, 582

Società Italiana di Fisica . XVII, XIX, XXI, XXIII, XXV

SUL MOTO SPONTANEO DI UN SOLIDO DI RIVOLUZIONE, VINCOLATO PER UN PUNTO DELL'ASSE AD UN CERCHIO FISSO.

Memoria 1ª di E. DANIELE

§ 4°: *Moti stazionarii del sistema.*

15. Se noi assumiamo come coordinata l'angolo χ in luogo di ω, e quindi, fra le caratteristiche, la derivata χ' in luogo di ω', l'espressione (5) della forza viva fa vedere, poichè mancano le forze applicate, che il sistema possiede due coordinate cicliche, cioè ψ e φ; i due integrali lineari (6) e (7) sarebbero appunto quelli che provengono da queste due coordinate, cioè non sono altro che le due equazioni

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi'} = \text{cost.}, \quad \frac{\partial T}{\partial \psi'} = \text{cost.}$$

Si potrà quindi dedurre da queste due coordinate cicliche una classe di moti stazionarii del sistema, senza alcuna integrazione, mediante la nota regola di Routh. Basterà eguagliare a costanti ψ' e φ' ed annullare χ' e ϑ'; i valori delle costanti $\psi' \varphi' \chi \vartheta$, che corrispondono ad un moto stazionario, sono legati dalle due equazioni

$$(15) \qquad \frac{\partial T}{\partial \chi} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \vartheta} = 0,$$

nelle quali si ponga $\chi' = \vartheta' = 0$. Le (15), scritte distesamente, e ritenendo che ψ' è uguale ad ω', diventano:

$$(15') \quad \begin{cases} ER\omega'^2 \operatorname{sen} \vartheta \cos \chi = 0 \\ \{(A-C) \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta . \omega' - C\varphi' \cos \vartheta + MRE\omega' \cos \vartheta \operatorname{sen} \chi\} \omega' = 0, \end{cases}$$

e coincidono colle equazioni del sistema (A'), che definiscono i moti precessionali, quando vi si ponga $\chi = \text{cost}$. *I moti stazionarii del sistema, provenienti dagli integrali (6) e (7), sono dunque i moti precessionali contenuti nella tab.* (C), *purchè si aggiunga sempre la condizione* $\psi' = \omega'$.

16. Con questo non è però esaurita la questione dei nostri moti stazionarii. Le condizioni scritte nella prima colonna della tab. (C), che si possono assumere a definizione dei diversi moti stazionarii, non consistono tutte in relazione fra le coordinate e le velocità: i movimenti, cioè, $E = 0$ e $R = 0$ si ottengono non già imponendo qualche nuova condizione alle $\vartheta, \chi, \varphi', \psi'$, ma specializzando il valore di un parametro che è in relazione colla natura geometrica del sistema. In altre parole, quelli ora detti sono da considerarsi non tanto come movimenti particolari del sistema quale noi l'abbiamo definito in generale, quanto piuttosto come movimenti, più o meno particolari, di un sistema che è, in fondo, diverso da quello generico. Se adunque noi vogliamo essere sicuri che l'analisi di questi movimenti riesca completa e nel medesimo tempo non porti con sè degli elementi estranei ai movimenti stessi, dovremo ripetere, in loro riguardo, la ricerca della stazionarietà.

Il caso $R = 0$ è subito esaurito. Difatti la rotazione spontanea di un solido di rivoluzione intorno ad un punto qualunque del suo asse (che è una precessione regolare) è senza dubbio stazionaria. L'angolo χ non vi figura per nulla, e quindi il nostro moto precessionale 2), senza bisogno di altre restrizioni, è stazionario.

Per $E = 0$ l'espressione (5) della forza viva si riduce in modo da mettere in vista tre coordinate cicliche, cioè $\omega\, \psi\, \varphi$, e perciò si ha un terzo integrale primo lineare oltre a (6) e (7): questo integrale è

$$\frac{\partial T}{\partial \omega'} = MR^2 \omega' = \text{cost}.$$

I moti stazionarii più generali provenienti dalla presenza delle coordinate cicliche si ottengono dunque eguagliando a costanti le velocità $\psi'\, \varphi'\, \omega'$ e la coordinata ϑ; fra queste costanti

deve poi passare una relazione, che è la $\frac{\partial T}{\partial \vartheta} = 0$, ossia la (8').

Se osserviamo che, in luogo di $\omega' = \text{cost.}$, si potrebbe anche scrivere $\chi' = \text{cost.}$, vediamo che il movimento del solido per $E = 0$ è stazionario tutte le volte che è un moto precessionale, senza che occorra aggiungere la condizione $\chi = \text{cost.}$ Il risultato trovato alla fine del n. 15, che esigeva sempre quest'ultima condizione, è dovuto al fatto che noi includevamo i casi $E = 0$ e $R = 0$ nel caso generale, in cui si hanno due sole coordinate cicliche, e l'angolo χ è un parametro essenziale. Si vede, del resto, immediatamente quali siano i moti stazionarii particolari che si ottengono per $E = 0$ astraendo da una coordinata ciclica. Ad es., tenendo conto delle sole coordinate cicliche ψ e φ ed assunto l'angolo ω come coordinata, vi sarà da porre, oltre a ψ' e φ' eguali a costanti e $\vartheta' = 0$, anche $\omega' = 0$: si trova, cioè, il caso in cui il baricentro rimane fisso. Sostituendo alla coordinata ω l'altra $\chi = \psi - \omega$, che pure risulta ciclica, in luogo di $\omega' = 0$ vi sarà da porre $\chi' = 0$, e si ritrova così il caso del n. 15.

Nell'ipotesi che il punto vincolato P sia fisso ($R = 0$), l'angolo χ è un elemento completamente estraneo al moto in sè e per sè considerato; si comprende quindi come, trattando questo caso a parte, ogni condizione relativa a quell'angolo venga a mancare.

Aggiungeremo ancora che un'analoga osservazione si può fare in riguardo al movimento $\operatorname{sen} \vartheta = 0$, il quale (v. nota al n. 11) dipende da due sole coordinate, ω e $\lambda = \psi + \varphi$, entrambe cicliche, e quindi è stazionario in ogni caso.

Concludendo, possiamo affermare che *i moti stazionari del sistema forniti dalla regola di Routh sono esattamente i moti precessionali del § precedente, a condizione che si tenga conto ogni volta del massimo numero di coordinate cicliche che il sistema presenta, e non s'introducano elementi a questo estranei.*

17. La ricerca dei moti stazionarii si può compiere anche senza trasformare la forza viva in modo da avere due coordinate cicliche, ma assumendo a coordinate $\psi\, \varphi\, \vartheta\, \chi$ ed a caratte-

ristiche $\psi' \varphi' \vartheta' \omega'$. Basta perciò applicare la regola che dà il prof. Levi-Civita nella sua Nota già citata *Sui moti stazionarii dei sistemi olonomi*, dove si suppone che lo stato di movimento del sistema venga rappresentato con parametri di specie qualunque. Gli integrali (o relazioni invarianti) da cui i moti stazionarii vanno dedotti, sono nel caso nostro gli integrali (6) e (7), i quali sono evidentemente in involuzione, secondo che è richiesto dal metodo del Levi-Civita. I risultati a cui si perviene per questa via sono ancora, com'è naturale, identici a quelli già trovati.

È inutile che ci fermiamo oltre su questo metodo, la ricerca dei nostri moti stazionarii essendo singolarmente facilitata dalla possibilità di mettere in evidenza le due coordinate cicliche ψ e φ, e quindi dalla possibilità di applicare senz'altro il metodo di Routh.

§ 5°: *Esame della stabilità dei moti precedenti.*

18. È noto come per i moti stazionarii la questione della stabilità si possa decidere nel modo più ovvio ed esauriente ricorrendo alla sola espressione dell'energia totale. Riferendoci direttamente ai casi che ci interessano, dovremo prendere in considerazione gli integrali primi lineari che noi conosciamo (tutti od una parte), ed eliminare dalla forza viva, col loro mezzo, un ugual numero di caratteristiche; diciamo $\mathbf{T}$ ciò che diventa T dopo l'eliminazione: secondochè, per i moti che noi esaminiamo, $\mathbf{T}$ è, oppure no, un massimo od un minimo effettivo, i moti stessi saranno stabili oppure instabili (teorema di Dirichlet-Liapounoff). Naturalmente si tratterà di una stabilità o instabilità relativa: noi considereremo cioè gli integrali del movimento che ci hanno servito per formare la funzione $\mathbf{T}$, e intenderemo di verificare se il moto in questione è stabile o instabile in confronto con quelli che da esso si deducono in seguito a perturbazioni le quali lasciano inalterate le costanti arbitrarie che entrano in quegli integrali; in altri termini, se noi imaginiamo di sostituire, mediante questi integrali, le costanti d'integrazione ad altrettante caratteristiche, le supposte perturbazioni potranno alterare tutti gli altri parametri

che individuano lo stato di movimento del sistema, all'infuori di quelle costanti.

Ora, per questi moti il $d\mathbf{T}$ è nullo identicamente, e il $d^2\mathbf{T}$ è, in generale, una forma quadratica nei differenziali dei parametri (di posizione e di velocità) che non furono eliminati: noi siamo quindi condotti a verificare se, in corrispondenza a quei movimenti, il $d^2\mathbf{T}$ si riduca, oppure no, ad una forma definita.

19. In base al metodo ora ricordato ci proponiamo di studiare la stabilità dei moti stazionarii che provengono dagli integrali (6) e (7), cioè dei movimenti della tab. (C). Fra questi movimenti noi escluderemo però quello che corrisponde a supporre il punto P coincidente col baricentro ($E = 0$), il cui studio non presenta alcuna difficoltà dopo la discussione degli altri casi nei quali P è un punto generico dell'asse del solido.

Circa i moti rimanenti andrà osservato che quello in cui il punto P è fisso [il 2) della tab. (C)] non si potrà più caratterizzare indifferentemente colle condizioni $R = 0$ opp. $\omega' = 0$. Difatti le due condizioni corrispondono, come s'è osservato al n. 11, a due modi diversi di concepire il movimento stesso come caso limite del moto generale del solido. Questa diversità di concezione, di nessun conto fintantochè ogni moto vien considerato in sè e per sè, assume invece una grande importanza nella questione della stabilità, non potendosi parlare di moto stabile od instabile senza pensare a tutta una classe di movimenti alla quale il moto considerato appartiene come elemento limite. Ora appunto, la classe dei moti (perturbati) coi quali si paragona il movimento $\omega' = 0$ per studiarne la stabilità, è ben diversa da quella dei movimenti con cui va confrontato il moto $R = 0$. Ed invero, siccome l'eguaglianza $R = 0$ non esprime una relazione fra le coordinate e la velocità, ogni perturbazione del moto corrispondente lascierà intatta l'eguaglianza stessa, e quindi il moto originario andrà confrontato con altri nei quali il punto P continua a rimanere fisso; per contro, le perturbazioni del moto stesso, nel quale la quiete del punto P venga rappresentata da $\omega' = 0$, avranno evidentemente per effetto, fra l'altro, di mettere in moto il punto P,

Ora la stabilità del movimento, concepita sotto il primo aspetto, è troppo notoria perchè sia il caso di occuparcene; rimane invece da studiare la stabilità dal secondo punto di vista.

Bisognerà dunque pensare, insieme al solido che ruota intorno al punto P, il cerchio su cui verrà messo in movimento il punto P in seguito alla perturbazione. Il suo centro sarà l'origine O degli assi $x\,y\,z$, il suo piano determinerà la linea dei nodi come intersezione col piano perpendicolare in P all'asse del solido: così compare in forma ben determinata l'angolo χ, che sarebbe privo di significato considerando il moto $\omega' = 0$ isolatamente; e poichè noi vogliamo ora concepire questo moto come caso limite del moto generale del sistema, dovremo attribuirgli la proprietà $\chi =$ cost. che spetta ai moti stazionarii tutte le volte che si considerano come provenienti dagli integrali (6) e (7) (Cfr. n. 15). Da $\chi =$ cost. e $\omega' = 0$ segue allora $\psi' = 0$, e la precessione, di cui dobbiamo esaminare la stabilità, degenera quindi in una rotazione del solido intorno al suo asse con velocità costante φ'.

20. Avremo dunque da occuparci di tre movimenti stazionarii, definiti rispettivamente dalle condizioni.

$$(16) \qquad \omega' = 0\,, \quad \cos\chi = 0\,, \quad \operatorname{sen}\vartheta = 0\,,$$

alle quali bisognerà aggiungere la seconda (15'); siccome però quest'ultima è soddisfatta identicamente per $\omega' = 0$, così non vi sarà da tenerne conto che negli altri due movimenti, e si scriverà, tralasciando nei due membri un fattore ω':

$$(17) \qquad \mathrm{MER}\omega' \cos\vartheta \operatorname{sen}\chi = \{(\mathrm{C} - \mathrm{A})\omega' \cos\vartheta + \mathrm{C}\varphi'\} \operatorname{sen}\vartheta.$$

S'è già detto che una perturbazione del moto $\omega' = 0$ lancia il punto P, in origine fisso, lungo un cerchio; questo cerchio, aggiungiamo ora, potrà avere un raggio qualunque, e la velocità, con cui P viene lanciato, è piccolissima; la perturbazione inoltre imprimerà all'asse del solido, inizialmente in quiete, un movimento lungo una rigata generalmente gobba e con linea di gola di dimensioni finite.

Possiamo anche vedere in che cosa consista una perturbazione del moto $\cos\chi = 0$.

L'asse del solido, dapprima in un piano coll'asse z, diventi sghembo con questo, staccandosene però per una distanza piccolissima; allora il punto Q dell'asse ζ, in origine fisso su z, vien messo in movimento, descrivendo intorno alla primitiva posizione una curva che ha, almeno all'inizio del moto perturbato, dimensioni piccolissime; della stessa natura sarà la linea di gola della rigata descritta dall'asse ζ in luogo dell'originario cono di rotazione, mentre il punto P percorrerà sempre il medesimo cerchio di prima.

Quanto al terzo movimento ($\operatorname{sen}\vartheta = 0$), esso verrà perturbato in modo che l'asse ζ cessi di essere parallelo a z. D'altronde la (17), che serve a determinare ulteriormente il moto stazionario, si riduce ora a

$$E\,\omega' \operatorname{sen}\chi = 0\,,$$

e poichè all'angolo χ si può assegnare il valore che si vuole (quando s'intenda di non porre alla perturbazione alcuna restrizione, oltre a quella di lasciare inalterate le costanti r e K negli integrali (6) e (7)), così la condizione $\operatorname{sen}\vartheta = 0$ s'accompagna necessariamente o con $E = 0$ opp. con $\omega' = 0$.

Il porre $E = 0$ significa che la supposta perturbazione deve deviare l'asse ζ dalla direzione originaria facendolo rotare intorno al baricentro; cioè, dopo la perturbazione il baricentro sarà l'unico punto dell'asse ζ che continui a descrivere la stessa traiettoria di prima.

Per $\omega' = 0$ si ricade nel caso del punto P fisso: la perturbazione potrà mettere in movimento un punto qualunque P dell'sse ζ su un cerchio il cui piano sia perpendicolare a ζ, ed in pari tempo deviare la direzione di quest'asse intorno al punto P.

Siccome abbiamo già detto di non volerci occupare del caso $E = 0$, e poichè, come si vedrà, le conclusioni a cui giungeremo riguardo alla stabilità del moto $\omega' = 0$ valgono qualunque sia il valore di ϑ (anche per $\vartheta = 0$), vuol dire che non avremo da considerare esplicitamente il moto stazionario 3) della tab. (C): non rimangono quindi che i due moti $\omega' = 0$ e $\cos\chi = 0$.

21. Risolvendo le (6) e (7) rispetto a ψ' e φ' si trova:

$$\psi' = \frac{K - Ar\cos\vartheta - MRU\omega' + MER\,\vartheta'\cos\vartheta\cos\chi}{V\,\text{sen}\,\vartheta}$$

$$\varphi' = \frac{(A + MER\,\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\chi)\,r - K\cos\vartheta + MR\cos\vartheta(U\omega' - E\vartheta'\cos\vartheta\cos\chi)}{V\,\text{sen}\,\vartheta},$$

avendo posto

$$U = R + E\,\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\chi, \quad V = A\,\text{sen}\,\vartheta + MER\,\text{sen}\,\chi.$$

Si tratterà adesso di sostituire queste espressioni di ψ' e φ' in T, e calcolare le derivate parziali della funzione $\mathbf{T}(\omega'\,\vartheta'\,\chi\,\vartheta)$ che si ottiene. Bisognerà poi specializzare queste derivate pei movimenti che ci interessano, e quindi supporre anzitutto $\vartheta' = 0$ e $\chi' = \psi' - \omega' = 0$. Facendo uso della (7) e della (17), le quali, eliminata φ' mediante la (6), prendono risp. la forma

$$(18) \quad \begin{cases} (V\,\text{sen}\,\vartheta + MRU)\,\omega' + Ar\cos\vartheta - K = 0 \\ V\omega' - Cr\,\text{tg}\,\vartheta = 0, \end{cases}$$

si verifica facilmente che le derivate prime di $\mathbf{T}$ son nulle tutte le volte che sia soddisfatta una qualunque delle (16).

Si calcoleranno in seguito le derivate seconde di $\mathbf{T}$, le quali acquisteranno espressioni differenti in corrispondenza ai due movimenti $\omega' = 0$ e $\cos\chi = 0$.

Cominciando dal primo, si trova che son nulle tutte le derivate seconde di $\mathbf{T}$ nelle quali figura almeno una derivazione rispetto a χ, e le altre derivate hanno le espressioni seguenti:

$$(19) \quad \begin{cases} (\omega'\omega') = \dfrac{MR^2}{V^2}(A - ME^2\,\text{sen}^2\chi)(V\,\text{sen}\,\vartheta + MRU) \\ (\vartheta'\vartheta') = A\left(1 + \dfrac{M^2E^2R^2\cos^2\vartheta\cos^2\chi}{V^2}\right) \\ (\omega'\vartheta') = -\dfrac{AMER\cos\vartheta\cos\chi}{V^2}(V\,\text{sen}\,\vartheta + MRU) \\ (\omega'\vartheta) = -\dfrac{CMR^2 r\,\text{sen}\,\vartheta}{V^2}(A - ME^2\,\text{sen}^2\chi) \\ (\vartheta'\vartheta) = \dfrac{ACMER\,r\,\text{sen}\,\vartheta\cos\vartheta\cos\chi}{V^2}, \quad (\vartheta\vartheta) = \dfrac{AC^2r^2\text{sen}^2\vartheta}{V^2}. \end{cases}$$

Per brevità abbiamo scritto $(\omega' \omega')$, $(\omega' \vartheta')$,..... in luogo di $\frac{\partial^2 T}{\partial \omega'^2}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial \omega' \partial \vartheta'}$....

Mostreremo ora che per il movimento in questione la forma $d^2 T$ è definita positiva.

Se Δ è il discriminante della forma, cioè se poniamo,

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\omega'\omega') & (\omega'\vartheta') & (\omega'\vartheta) \\ (\vartheta'\omega') & (\vartheta'\vartheta') & (\vartheta'\vartheta) \\ (\vartheta\,\omega') & (\vartheta\,\vartheta') & (\vartheta\,\vartheta) \end{vmatrix},$$

faremo vedere che si hanno le seguenti disuguaglianze:

$$(20) \qquad (\omega'\omega') > 0\,, \quad (\omega'\omega')(\vartheta'\vartheta') - (\omega'\vartheta')^2 > 0\,, \quad \Delta > 0\,,$$

i cui primi membri non sono altro che i minori principali di Δ, partendo dal primo elemento della diagonale principale e andando fino a Δ stesso. Per i noti teoremi sulle forme quadratiche il provare quelle disuguaglianze equivale appunto a provare che la forma $d^2 T$ è definita positiva.

La prima condizione da verificare è [v. le (19)], astraendo dal fattore positivo $\frac{M R^2}{V^2}$:

$$(A - M E^2 \operatorname{sen}^2 \chi)(V \operatorname{sen} \vartheta + M R U) > 0.$$

Ora $A - M E^2$ è il momento d'inerzia del solido rispetto ad un asse baricentrico perpendicolare all'asse ζ, per cui è una quantità positiva, e quindi è pure positivo $A - M E^2 \operatorname{sen}^2 \chi$. Inoltre l'espressione

$$V \operatorname{sen} \vartheta + MRU = A \operatorname{sen}^2 \vartheta + 2MER \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \chi + MR^2\,,$$

considerata come polinomio di 2° grado in $\operatorname{sen} \vartheta$, ha per discriminante

$$MR^2 (A - ME^2 \operatorname{sen}^2 \chi)\,,$$

e quindi è positiva qualunque siano ϑ e χ. Si ha dunque, per $\omega'=0$:

$$(\omega' \omega') > 0.$$

La seconda condizione che vogliamo verificare si esprime attualmente così:

$$\frac{AMR^2}{V^4}\Big[(V^2 - 2MEUV \operatorname{sen}\chi + AMU^2)(V^2 + M^2E^2R^2 \cos^2\vartheta \cos^2\chi)$$
$$- AME^2 \cos^2\vartheta \cos^2\chi (V \operatorname{sen}\vartheta + MRU)^2\Big] > 0;$$

dopo alcune trasformazioni dell'espressione entro parentesi quadre si viene a dare al primo membro la forma seguente:

$$\frac{AMR^2}{V^2}(V \operatorname{sen}\vartheta + MRU)\left\{A - ME^2(\cos^2\vartheta + \operatorname{sen}^2\vartheta \operatorname{sen}^2\chi)\right\}.$$

Si vede ora facilmente che

$$\cos^2\vartheta + \operatorname{sen}^2\vartheta \operatorname{sen}^2\chi$$

è sempre compreso fra 0 e 1 col variare di ϑ e χ; ne segue che l'ultimo prodotto scritto ha tutti i suoi fattori positivi.

Veniamo all'ultima (20), cioè $\Delta > 0$. Sviluppando Δ secondo gli elementi della prima orizzontale si ha:

$$\Delta = (\omega'\omega')\,\delta_1 + (\omega'\vartheta')\,\delta_2 + (\omega'\vartheta)\,\delta_3,$$

dove

$$\delta_1 = \frac{C^2A^2r^2 \operatorname{sen}^2\vartheta}{V^2}$$

$$\delta_2 = \frac{C^2AMERr^2 \operatorname{sen}^2\vartheta \cos\vartheta \cos\chi}{V^2}$$

$$\delta_3 = \frac{CAMR^2 r \operatorname{sen}\vartheta}{V^4}\Big\{(A - ME^2\operatorname{sen}^2\chi)(V^2 + M^2E^2R^2\cos^2\vartheta\cos^2\chi) -$$
$$- AME^2 \cos^2\vartheta \cos^2\chi (V \operatorname{sen}\vartheta + MRU)\Big\};$$

si ricava quindi facilmente:

$$\Delta = \frac{C^2AMR^2r^2 \operatorname{sen}^2\vartheta}{V^2}\left\{A - ME^2(\operatorname{sen}^2\chi + \cos^2\vartheta \cos^2\chi)\right\},$$

e tutti i fattori di questa espressione sono positivi, perchè si ha:

$$\text{sen}^2 \chi + \cos^2 \vartheta \cos^2 \chi = \cos^2 \vartheta + \text{sen}^2 \vartheta \, \text{sen}^2 \chi \, .$$

Per $\omega' = 0$ il $d^2 T$ è dunque una forma definita positiva, e noi possiamo formulare il seguente caso di stabilità:

Un solido di rivoluzione rispetto ad un asse contenente il baricentro, non soggetto a forze, ruota uniformemente intorno al suo asse; si perturbi il movimento in modo che un punto qualunque P *dell' asse venga spinto lungo un cerchio qualunque, ma in modo però che siano sempre soddisfatte le* (6) *e* (7) *per gli stessi valori di* r *e* K: *rispetto ad una tale perturbazione il moto originario è stabile.*

22. Un dubbio sulla legittimità di questo enunciato potrebbe nascere pensando che il punto P, per quanto riceva inizialmente una velocità piccolissima, potrà trovarsi, dopo un tempo sufficientemente grande, ad una distanza notevolmente grande dalla posizione primitiva; di guisa che il moto, da noi classificato come stabile, non possederebbe tutti i caratteri che noi comunemente comprendiamo nel concetto di stabilità. Ma il dubbio accennato dovrebbe allora cadere anche sul moto rettilineo uniforme di un punto, il quale muovendosi, in seguito ad una perturbazione, di un moto analogo su una retta formante colla prima un angolo sia pure piccolissimo, può venirsi a trovare, dopo un tempo molto grande, ad una distanza comunque grande dalla posizione che il punto avrebbe nel moto originario; eppure nessuno oserebbe chiamare instabile il moto rettilineo uniforme di un punto. Si capisce come l'attributo di stabile o instabile dato ad un movimento dipenda dalla definizione che noi assumiamo di stabilità; e come possa occorrere di allargare, nella definizione, in seguito ad una opportuna critica, il concetto comune di stabilità per non incorrere nel pericolo di non riuscire più a trovare nessun moto al quale competa la denominazione di stabile. Si legga, a questo proposito, la bellissima discussione che i sigg. Klein e Sommerfeld fanno del concetto di stabilità nel Cap. V, § 6 della più volte citata *Theorie des Kreisels*.

23. Passiamo al moto $\cos\chi = 0$. Le derivate seconde **di T** ora diventano:

$$(\omega'\omega') = \frac{MR^2}{V^2}(A - ME^2)(V \operatorname{sen}\vartheta + MRU)$$

$$(\vartheta'\vartheta') = A\,, \quad (\omega'\vartheta') = (\omega'\chi) = 0$$

$$(\omega'\vartheta) = \frac{MR^2\omega'\cos\vartheta}{V}(A - ME^2)$$

$$(\vartheta'\chi) = (\vartheta'\vartheta) = (\chi\vartheta) = 0$$

$$(\chi\chi) = \pm MER\omega'^2 \operatorname{sen}\vartheta\,, \quad (\vartheta\vartheta) = \frac{V\omega'^2}{\operatorname{sen}\vartheta}\,,$$

ed il discriminante di d^2T diventa:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\omega'\omega') & 0 & 0 & (\omega'\vartheta) \\ 0 & (\vartheta'\vartheta') & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\chi\chi) & 0 \\ (\vartheta\omega') & 0 & 0 & (\vartheta\vartheta) \end{vmatrix}.$$

Bisognerà ora distinguere i due casi: $\operatorname{sen}\chi = +1$ oppure $\operatorname{sen}\chi = -1$.

Supposto, in primo luogo, $\operatorname{sen}\chi = +1$, ci proponiamo di dimostrare che sono quantità positive tutti i minori principali di Δ; vogliamo cioè dimostrare le seguenti disuguaglianze:

$$(21)\quad \begin{cases} (\omega'\omega') > 0 \\ (\vartheta'\vartheta') = A > 0 \\ (\chi\chi) = MER\omega'^2 \operatorname{sen}\vartheta > 0 \\ \Delta > 0\,. \end{cases}$$

Quanto alla prima è certo soddisfatta, perchè s'è visto nella discussione del moto $\omega' = 0$ che si ha $(\omega'\omega') > 0$ qualunque siano ϑ e χ.

La seconda poi è soddisfatta senz'altro. Circa la terza dobbiamo osservare che, incontrandosi gli assi z e ζ, è da escludersi $\operatorname{sen}\vartheta = 0$; inoltre ϑ, per la sua stessa definizione ed in quanto si considera un determinato moto stazionario (in cui ϑ ha un valore costante) è compreso fra 0 e π, onde $\operatorname{sen}\vartheta > 0$: ne segue che la terza è verificata essa pure.

Rimane da considerare la disuguaglianza $\Delta > 0$. Si ha:

$$\Delta = (\vartheta'\vartheta')(\chi\chi)[(\omega'\omega')(\vartheta\vartheta) - (\omega'\vartheta)^2],$$

e poichè i due primi fattori sono positivi, basterà che verifichiamo il segno del terzo. Ora si vede facilmente che a quel fattore si può dare la forma seguente:

$$\frac{A - ME^2}{(A \operatorname{sen}\vartheta + MER)\operatorname{sen}\vartheta}\Big[\Big\{A^2 + (A - ME^2)MR^2\Big\}\operatorname{sen}^3\vartheta +$$

$$+ 3AMER\operatorname{sen}^2\vartheta + 3M^2E^2R^2\operatorname{sen}\vartheta + M^2ER^3\Big];$$

per le osservazioni già fatte sui segni di $A - ME^2$ e di $\operatorname{sen}\vartheta$ questa espressione è positiva.

Risultano quindi soddisfatte le (21), onde concludiamo che per il moto stazionario corrispondente a $\operatorname{sen}\chi = +1$ la forma quadratica $d^2\mathrm{T}$ è definita positiva.

Facciamo invece $\operatorname{sen}\chi = -1$. Abbiamo ancora

$$(\omega'\omega') > 0, \quad (\vartheta'\vartheta') > 0,$$

ma per contro

$$(\chi\chi) = -MER\,\omega'^2\operatorname{sen}\vartheta < 0,$$

mentre in Δ vi è, oltre al fattore negativo $(\chi\chi)$, il divisore $A\operatorname{sen}\vartheta - MER$ che può prendere il segno $+$ o il segno $-$ a seconda dei valori di ϑ e delle costanti A, M, E, R. In conseguenza, per $\operatorname{sen}\chi = -1$ la forma $d^2\mathrm{T}$ non è definita.

Ricordando l'osservazione fatta al n. 13, che si ha $\operatorname{sen}\chi = \pm 1$ secondochè il punto P cade internamente od esternamente al segmento finito QG, possiamo enunciare il risultato che segue: *Un solido, simmetrico rispetto ad un asse baricentrico ζ di cui un punto P è assoggettato a muoversi sopra un cerchio fisso, descrive intorno ad un punto Q di ζ una precessione regolare nella quale ζ è l'asse precessionale mobile; si dia al movimento una perturbazione in modo che a) il punto P continui a descrivere il medesimo cerchio che descriveva nel moto originario, e — b) continuino ad essere soddisfatte le (6) e (7) per gli stessi valori di r e K: di fronte ad una tale perturbazione*

23. Passiamo al moto $\cos\chi = 0$. Le derivate seconde di T ora diventano:

$$(\omega'\omega') = \frac{MR^2}{V^2}(A - ME^2)(V \operatorname{sen} \vartheta + MRU)$$

$$(\vartheta'\vartheta') = A\,, \quad (\omega'\vartheta') = (\omega'\chi) = 0$$

$$(\omega'\vartheta) = \frac{MR^2\omega' \cos\vartheta}{V}(A - ME^2)$$

$$(\vartheta'\chi) = (\vartheta'\vartheta) = (\chi\vartheta) = 0$$

$$(\chi\chi) = \pm MER\omega'^2 \operatorname{sen}\vartheta\,, \quad (\vartheta\vartheta) = \frac{V\omega'^2}{\operatorname{sen}\vartheta}\,,$$

ed il discriminante di $d^2 T$ diventa:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\omega'\omega') & 0 & 0 & (\omega'\vartheta) \\ 0 & (\vartheta'\vartheta') & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\chi\chi) & 0 \\ (\vartheta\omega') & 0 & 0 & (\vartheta\vartheta) \end{vmatrix}.$$

Bisognerà ora distinguere i due casi: $\operatorname{sen}\chi = +1$ oppure $\operatorname{sen}\chi = -1$.

Supposto, in primo luogo, $\operatorname{sen}\chi = +1$, ci proponiamo di dimostrare che sono quantità positive tutti i minori principali di Δ; vogliamo cioè dimostrare le seguenti disuguaglianze:

$$(21) \quad \begin{cases} (\omega'\omega') > 0 \\ (\vartheta'\vartheta') = A > 0 \\ (\chi\chi) = MER\omega'^2 \operatorname{sen}\vartheta > 0 \\ \Delta > 0\,. \end{cases}$$

Quanto alla prima è certo soddisfatta, perchè s'è visto nella discussione del moto $\omega' = 0$ che si ha $(\omega'\omega') > 0$ qualunque siano ϑ e χ.

La seconda poi è soddisfatta senz'altro. Circa la terza dobbiamo osservare che, incontrandosi gli assi z e ζ [illegible] escludersi $\operatorname{sen}\vartheta = 0$; inoltre ϑ, per la sua stes[illegible] ed in quanto si considera un determinat[illegible] (in cui ϑ ha un valore costante) è compr[illegible] $\operatorname{sen}\vartheta > 0$: ne segue che la terza è ver[illegible]

Rimane da considerare la disuguaglianza $\Delta > 0$. Si ha:

$$\Delta = (\vartheta'\vartheta')(\chi\chi)[(\omega'\omega')(\vartheta\vartheta) - (\omega'\vartheta)^2],$$

e poichè i due primi fattori sono positivi, basterà che verifichiamo il segno del terzo. Ora si vede facilmente che a quel fattore si può dare la forma seguente:

$$\frac{A - ME^2}{(A \operatorname{sen}\vartheta + MER)\operatorname{sen}\vartheta}\left[\left\{A^2 + (A - ME^2)MR^2\right\}\operatorname{sen}^3\vartheta + \right.$$

$$\left. + 3AMER\operatorname{sen}^2\vartheta + 3M^2E^2R^2\operatorname{sen}\vartheta + M^3ER^3\right];$$

per le osservazioni già fatte sui segni di $A - ME^2$ e di $\operatorname{sen}\vartheta$ questa espressione è positiva.

Risultano quindi soddisfatte le (21), onde concludiamo che per il moto stazionario corrispondente a $\operatorname{sen}\chi = +1$ la forma quadratica d^2T è definita positiva.

Facciamo invece $\operatorname{sen}\chi = -1$. Abbiamo ancora

$$(\omega'\omega') > 0, \quad (\vartheta'\vartheta') > 0,$$

ma per contro

$$(\chi\chi) = -MER\omega'^2\operatorname{sen}\vartheta < 0,$$

mentre in Δ vi è, oltre al fattore negativo $(\chi\chi)$, il divisore $A\operatorname{sen}\vartheta - MER$ che può prendere il segno $+$ o il segno $-$ a seconda dei valori di ϑ e delle costanti A, M, E, R. In conseguenza, per $\operatorname{sen}\chi = -1$ la forma d^2T non è definita.

Ricordando l'osservazione fatta al n. 13, che si ha $\operatorname{sen}\chi = \pm 1$ secondochè il punto P cade internamente od esternamente al segmento finito QG, possiamo enunciare il risultato che segue: *Un solido, simmetrico rispetto ad un asse baricentrico ζ di cui un punto P è assoggettato a muoversi sopra un cerchio fisso, descrive intorno ad un punto Q di ζ una precessio[illegible] nello [illegible] l'as- se precessionale mobile [illegible] zione in modo che [illegible] sere il medesim[illegible]*

[illegible]

la primitiva precessione regolare è stabile od instabile secondo che il punto P *cade internamente od esternamente al segmento* Q G.

24. S'è detto al n. 20 che per sen $\vartheta = 0$ si ricade necessariamente o nel moto $E = 0$ o nel moto $\omega' = 0$. Quest' ultimo fu trattato esaurientemente al n. 21; quanto al primo ci limiteremo ad accennare che il moto stazionario più generale, corrispondente ai tre integrali primi lineari che il sistema ammette, consiste in una rotazione uniforme del punto G intorno ad O, unita ad una precessione regolare del solido intorno a G coi due assi precessionali z e ζ, la quale si svolge colla legge espressa dalla (8'). Questo movimento è stabile rispetto a quelle perturbazioni che lasciano inalterate le costanti arbitrarie in quegli integrali, e cioè, tenuto conto del loro significato, che non mutano nè la velocità di G su (γ), nè i momenti, rispetto agli assi z_1 e ζ, della quantità di moto del solido nella sua rotazione intorno a G.

SULL'EQUILIBRIO ELASTICO DI UN SOLIDO OMOGENEO, ISOTROPO, LIMITATO DA DUE PIANI PARALLELI.

Nota di PIERINA QUINTILI.

Intorno al problema del quale vogliamo ora trattare, sono stati pubblicati numerosi ed importanti lavori. In una memoria di Lamé e Clapeyron [1]) esiste già un procedimento per risolverlo. Il Prof. Cerruti accenna ad un metodo [2]) fondato sopra un sistema di speciali deformazioni ausiliarî, destinato alla risoluzione di questo problema. Il Prof. Somigliana [3]) espone un altro metodo per risolverlo. Il Prof. Tedone tratta i varî casi di questo problema [4]) giungendo alla soluzione in modo rigoroso ed esauriente, ma molto complicato. Più semplici sono i metodi del Dott. Orlando [5]), dei quali ho dato, nella mia tesi di laurea (Roma, 1906), ampio svolgimento.

In una nota più recente lo stesso autore [6]) ha richiamato l'attenzione sulla formula integrale di Fourier, osservando che essa si presta all'integrazione di notevoli equazioni differenziali, anche fra due piani paralleli, in un modo quasi altrettanto semplice come è noto che si verifica nel semispazio. Infatti, nel citato lavoro è integrata la Δ_4 fra due piani paralleli, con una semplicità che deve ritenersi grandissima, quando

1) Sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes. Memoires presentés par divers savants à l'Acad. Royal de l'Inst. de France. 4. pag. 541-547. 1838.

2) Atti R. Acc. Lincei. 1884. Serie IV. Vol. 1, pag. 521. Sulla deformazione di uno strato isotropo, indefinito, limitato da due piani paralleli.

3) Nuovo Cimento. 1885-86. Serie III. Tomo XVIII e XIX. Sopra l' equilibrio di un corpo isotropo, elastico.

4) Annali di Matematica. 1903 Vol. VIII e 1904 Vol. X. Saggio di una teoria generale delle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo isotropo. — Rend. del Circolo Matem. di Palermo. 1904. Tomo XVIII. Sull'equilibrio di una piastra elastica, isotropa, indefinita.

5) Nella Memoria: Sopra alcuni problemi di fisica matematica. (Atti R. Accadem. Peloritana. 1905. Vol. XX. Fasc. II) l'Autore riassume alcuni suoi studi precedenti sul medesimo campo (spazio compreso fra due piani paralleli) e presenta un metodo per integrarvi la Δ_4, adoperando il quale, integra poi le equazioni di equilibrio elastico per tensioni superficiali date. Il caso degli spostamenti è, in quella memoria, risoluto con un metodo chiaro e diretto, ma non tanto semplice come quello che qui adoperiamo.

6) Atti R. Accad. Peloritana. 1907. Vol. XXII. Fasc. II. Nuova applicazione della formula integrale di Fourier.

si pensi alla complicatezza che tale questione presenta, trattata con altri metodi. L'integrazione della Δ_4 lascia agevolmente risolvere il nostro problema di equilibrio elastico, nel caso delle tensioni.

Vogliamo ora far vedere che, seguendo lo stesso ordine di idee, non è difficile trattare anche il caso nel quale siano dati gli spostamenti superficiali. Con ciò noi risolviamo un problema che è già stato variamente trattato, ma poichè la risoluzione che ne diamo è tanto meno complicata delle altre, speriamo che tale vantaggio valga a giustificare il presente lavoro.

Scriviamo intanto la formula integrale di Fourier nel modo nel quale dobbiamo adoperarla, cioè

$$\text{(I)} \quad f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2}\int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha\, d\beta \int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi, \eta)\, e^{i\alpha(x-\xi)+i\beta(y-\eta)}\, d\xi\, d\eta\,.$$

In questa identità la funzione $f(x, y)$ si suol dire arbitraria, perchè le condizioni alle quali deve sodisfare sono poco restrittive [1]).

Poichè possiamo sempre ridurci al caso in cui non agiscano forze di massa, le equazioni dell'equilibrio elastico, che gli spostamenti $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ debbono verificare in ogni punto di coordinate x, y, z, interno al nostro campo S, (cioè per $-h < z < h$) sono le seguenti:

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} (\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\,\Delta_2 u = 0 \\[2ex] (\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial y} + \mu\,\Delta_2 v = 0 \\[2ex] (\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial z} + \mu\,\Delta_2 w = 0 \end{cases}$$

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

1) V. Riemann. Weber. Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. § 16 e citazione in margine. Sarà bene consultare anche un recente articolo di Pringsheim nei Rendiconti della Deutsche Mathematiker Vereinigung. " Über das Fouriersche Integraltheorem ". Vol. XVI, Fasc. 1, 1907.

dove λ e μ denotano le costanti elastiche del corpo isotropo.

Noi supponiamo ora che siano date *ad arbitrio* (con limitazioni che risulteranno dalla formula di Fourier nella quale debbono figurare) le sei funzioni U_1, V_1, W_1, U_2, V_2, W_2 delle variabili x ed y ed imponiamo le seguenti condizioni al contorno:

$$(\text{III}) \quad \begin{cases} u(x, y, h) = U_1(x, y) & u(x, y, -h) = U_2(x, y) \\ v(x, y, h) = V_1(x, y) & v(x, y, -h) = V_2(x, y) \\ w(x, y, h) = W_1(x, y) & w(x, y, -h) = W_2(x, y) \end{cases}$$

Da queste condizioni (III) e dalle equazioni indefinite (II) si ricava che, in ogni punto del contorno, le funzioni

$$\begin{cases} \Phi_1 = W_1 & \Phi_2 = W_2 \\ \Phi_3 = \dfrac{\partial U_1}{\partial x} + \dfrac{\partial V_1}{\partial y} & \Phi_4 = \dfrac{\partial U_2}{\partial x} + \dfrac{\partial V_2}{\partial y} \\ \Phi_5 = -\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}\left(\dfrac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 W_1}{\partial y^2}\right) & \Phi_6 = -\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}\left(\dfrac{\partial^2 W_2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 W_2}{\partial y^2}\right) \end{cases}$$

sono funzioni note.

Ma è, evidentemente, per $z = h$,

$$w = \Phi_1 \; ; \quad \theta - \frac{\partial w}{\partial z} = \Phi_3 \; ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \Phi_5$$

e per $z = -h$ è

$$w = \Phi_2 \; ; \quad \theta - \frac{\partial w}{\partial z} = \Phi_4 \; ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \Phi_6$$

dunque le tre funzioni

$$w \, , \quad \theta - \frac{\partial w}{\partial z} \, , \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

sono note in ogni punto del contorno. Noi poniamo generalmente

$$\Phi_i(\alpha, \beta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(\xi, \eta)\, e^{-i(\alpha\xi + \beta\eta)}\, d\xi\, d\eta \, .$$

Per la validità del metodo che adoperiamo, è sufficiente che le condizioni (III) siano tali da assicurare l' esistenza dell'integrale

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(\alpha, \beta)\, e^{i(\alpha x + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta .$$

Le equazioni (II) mostrano che θ verifica l' equazione $\Delta^2 \theta = 0$, e che w verifica l' altra $\Delta_4 w = 0$. Allora poniamo:

$$(1) \quad w(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} d\alpha\, d\beta \Big[(A_0 + z A_1) e^{\gamma z} + (B_0 + z B_1) e^{-\gamma z} \Big] e^{i(\alpha x + \beta y)} .$$

$$(2) \quad \theta - \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Big[\Big\{ P - \gamma A_0 - (1 + \gamma h) A_1 \Big\} e^{\gamma z} + \Big\{ Q + \gamma B_0 - (1 - \gamma h) B_1 \Big\} e^{-\gamma z} \Big] d\alpha\, d\beta$$

$$(3) \quad \gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

e cerchiamo di determinare le funzioni P, Q, A_0, A_1, B_0, B_1 delle variabili α e β in modo che le precedenti condizioni risultino tutte verificate.

Secondo il metodo generale [1]) scriveremo il sistema

1) V. il citato lavoro di L. Orlando. Nuova applicazione della formula integrale di Fourier; e per la spiegazione distesa del metodo V. Riemann. Weber. Die partiellen.... Vol. II. Cap. 10°.

$$
(4)\quad\left\{
\begin{array}{l}
e^{\gamma h} A_0 + e^{-\gamma h} B_0 + \\
+ h e^{\gamma h} A_1 + h e^{-\gamma h} B_1 = \Phi_1 \\
e^{-\gamma h} A_0 + e^{\gamma h} B_0 - \\
- h e^{-\gamma h} A_1 - h e^{\gamma h} B_1 = \Phi_2 \\
e^{\gamma h} P + e^{-\gamma h} Q - \gamma e^{\gamma h} A_0 + \gamma e^{-\gamma h} B_0 - \\
- (1+\gamma h) e^{\gamma h} A_1 - (1-\gamma h) e^{-\gamma h} B_1 = \Phi_3 \\
e^{-\gamma h} P + e^{\gamma h} Q - \gamma e^{-\gamma h} A_0 + \gamma e^{\gamma h} B_0 - \\
- (1-\gamma h) e^{-\gamma h} A_1 - (1+\gamma h) e^{\gamma h} B_1 = \Phi_4 \\
\gamma e^{\gamma h} P - \gamma e^{-\gamma h} Q + k\gamma^2 e^{\gamma h} A_0 + k\gamma^2 e^{-\gamma h} B_0 + \\
+ k(2\gamma + h\gamma^2) e^{\gamma h} A_1 + k(-2\gamma + h\gamma^2) e^{-\gamma h} B_1 = \Phi_5 \\
\gamma e^{-\gamma h} P - \gamma e^{\gamma h} Q + k\gamma^2 e^{-\gamma h} A_0 + k\gamma^2 e^{\gamma h} B_0 + \\
+ k(2\gamma - h\gamma^2) e^{-\gamma h} A_1 + k(-2\gamma - h\gamma^2) e^{\gamma h} B_1 = \Phi_6
\end{array}
\right.
$$

dove abbiamo posto $k = \dfrac{\lambda}{\lambda + \mu}$.

Sviluppando il determinante D di questo sistema di equazioni di primo grado nelle P, Q, A_0, A_1, B_0, B_1 otteniamo, con calcoli semplicissimi,

$$
(5)\quad
\begin{aligned}
D = \left(e^{2\gamma h} - e^{-2\gamma h}\right)\Big[\gamma^2 \left(e^{2\gamma h} - e^{-2\gamma h}\right)^2 \left(2k+1\right)^2 + \\
+ 2h^2\gamma^4 \left(e^{4\gamma h} + e^{-4\gamma h}\right)\Big].
\end{aligned}
$$

Come si vede, l'unica radice reale di questo determinante, considerato come funzione di γ, è $\gamma = 0$; e questa radice è dell'ordine di γ^5.

Scriviamo ora il determinante per disteso; si ha:

$$(6)\quad D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & e^{\gamma h} & e^{-\gamma h} & h e^{\gamma h} & h e^{-\gamma h} \\ 0 & 0 & e^{-\gamma h} & e^{\gamma h} & -h e^{-\gamma h} & -h e^{\gamma h} \\ e^{\gamma h} & e^{-\gamma h} & -\gamma e^{\gamma h} & \gamma e^{-\gamma h} & -(1+\gamma h) e^{\gamma h} & -(1-\gamma h) e^{-\gamma h} \\ e^{-\gamma h} & e^{\gamma h} & -\gamma e^{-\gamma h} & \gamma e^{\gamma h} & -(1-\gamma h) e^{-\gamma h} & -(1+\gamma h) e^{\gamma h} \\ \gamma e^{\gamma h} & -\gamma e^{-\gamma h} & k\gamma^2 e^{\gamma h} & k\gamma^2 e^{-\gamma h} & k(2\gamma+h\gamma^2) e^{\gamma h} & k(-2\gamma+h\gamma^2) e^{-\gamma h} \\ \gamma e^{-\gamma h} & -\gamma e^{\gamma h} & k\gamma^2 e^{-\gamma h} & k\gamma^2 e^{\gamma h} & k(2\gamma-h\gamma^2) e^{-\gamma h} & k(-2\gamma-h\gamma^2) e^{\gamma h} \end{vmatrix}$$

ed osserviamo che, per $\gamma = 0$ il determinante assume un aspetto molto semplice: si riconosce subito che diventa di caratteristica 3. Chiamiamo (i, j) l'aggiunto dell'elemento nel quale si incontra la i^{ma} linea e la j^{ma} colonna del determinante D ed esaminiamo l'espressione

$$(7)\quad \begin{aligned} \theta_r &= e^{\gamma z}(r,1) + e^{-\gamma z}(r,2) - \gamma e^{\gamma z}(r,3) + \gamma e^{-\gamma z}(r,4) - \\ &- (1+\gamma z) e^{\gamma z}(r,5) - (1-\gamma z) e^{-\gamma z}(r,6) \quad (r = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \end{aligned}$$

che, come è facile vedere, per ogni valore di r, rappresenta sempre un determinante che, per $\gamma = 0$ diventa di caratteristica 3.

Applicando la regola di derivazione dei determinanti si deduce, con facili osservazioni, che la terza derivata rispetto a γ del determinante (7) di 6° ordine, si annulla per $\gamma = 0$.

Consideriamo ancora quest'altra espressione

$$(8)\quad w_r = e^{\gamma z}(r,3) + e^{-\gamma z}(r,4) + z\left[e^{\gamma z}(r,5) + e^{-\gamma z}(r,6) \right]$$

che, come si vede subito, è nulla per $\gamma = 0$ e tali sono anche la sua prima, la sua seconda e la sua terza derivata rispetto a γ.

Procediamo ora come se α e β non avessero la possibilità di diventare simultaneamente nulle, e risolviamo il sistema (4) determinando i valori di P, Q, A_0, A_1, B_0, B_1; sostituendo le loro espressioni nelle formule (1) e (2) ricaviamo:

$$(9)\quad \left\{ \begin{aligned} & w(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha\, d\beta \int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{r=1}^{6} \varphi_r(\xi, \eta) \frac{w_r}{D} e^{i\alpha(x-\xi)+i\beta(y-\eta)} d\xi\, d\eta \\ & \theta - \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{4\pi^2} \int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha\, d\beta \int\!\!\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{r=1}^{6} \varphi_r(\xi, \eta) \frac{\theta_r}{D} e^{i\alpha(x-\xi)+i\beta(y-\eta)} d\xi\, d\eta . \end{aligned} \right.$$

Se ora, in queste due espressioni, facciamo $\gamma = 0$, il divisore D diventa nullo dell'ordine di γ^5. Ma abbiamo osservato che anche i numeratori θ_r e w_r, e le loro prime, seconde e terze derivate si annullano per $\gamma = 0$, dunque nella peggiore ipotesi, si potrà presentare sotto l'integrale in $d\alpha\, d\beta$ un polo d'ordine non superiore a quello di $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$, il quale, come si sa, non impedisce che gli integrali (9) in $d\alpha\, d\beta$ abbiano significato.

Per $\gamma = \infty$ è facile vedere che il denominatore è infinito d'ordine superiore a quello del numeratore. Infatti, se dividiamo numeratore e denominatore per $\gamma^2 e^{6\gamma h}$ e poi facciamo tendere γ all'infinito positivo, il denominatore tende ad una quantità finita, mentre il numeratore tende a zero. Così, dividendo invece numeratore e denominatore per $\gamma^2 e^{-6\gamma h}$, si vede che lo stesso avviene per $\gamma = -\infty$.

Si ricava poi facilmente, come nell'analogo caso dell'integrazione della Δ_4, che le espressioni (9) si possono derivare sotto il segno integrale tante volte quanto si vuole rispetto ad x, y, z.

Nota dunque dalla prima delle equazioni (9) la funzione $w(x, y, z)$ ricavando poi, per differenza, dalla seconda equazione la funzione $\theta(x, y, z)$ possiamo dire d'aver risoluto il problema proposto, perchè esso viene ora ridotto a questioni assolutamente elementari.

Roma, Giugno 1907.

SULLA FUNZIONE DEL CONDENSATORE NEL ROCCHETTO D'INDUZIONE,

per il Dott. MICHELE LA ROSA.

La scintilla che si forma ai poli dell'interruttore, alla rottura della corrente primaria, in un rocchetto d'induzione, esercita un'influenza molto notevole sull'insieme dei fenomeni che determinano la scarica nel secondario.

Nulla ci possono dire sulle importanti circostanze, che si rilegano alla presenza di questa scintilla, gli studi teorici che sul rocchetto d'induzione finora sono stati fatti; perchè essi considerano la rottura della corrente d'alimentazione come istantanea, e ne esaminano gli effetti, sia nel caso in cui il primario resti aperto, sia nel caso in cui esso resti rilegato alle due armature di un condensatore.

Le nostre conoscenze in proposito, assai limitate, sono perciò quasi tutte di origine sperimentale, e talune si possono quasi considerare come delle norme empiriche.

Così l'esperienza ci ha insegnato che una grande velocità delle parti fra le quali ha luogo l'interruzione, la presenza fra queste di un liquido dotato di grande rigidità dielettrica, la presenza di un condensatore derivato ai poli dell'interruttore, sono circostanze che intensificano moltissimo gli effetti dell'induzione nel secondario. E l'esperienza stessa ci ha insegnato che la capacità del condensatore dev'essere adattata alla velocità dell'interruttore, all'induttanza del rocchetto, all'intensità della corrente d'alimentazione, alla natura del mezzo in seno al quale la scintilla si produce, e perfino al senso in cui passa la corrente nell'interruttore.

Se facilmente ci spieghiamo l'influenza esercitata dalla velocità dell'interruttore, e dalla rigidità dielettrica del mezzo in cui l'interruzione avviene; lo stesso non può dirsi, come facilmente si rileva da quanto segue, del comportamento, piuttosto complicato, del condensatore.

Si ritenne dapprima che il condensatore servisse ad abbassare la differenza di potenziale ai poli della scintilla [1]), abbreviandone la durata; e ad immagazzinare una certa quantità d'energia, che restituisce poi al primario per le oscillazioni che vi prendono origine. Ed a questa seconda funzione si attribuì un'importanza preponderante, col ritenere che l'inversione della corrente (per le oscillazioni) dovesse provocare una rapida variazione del flusso magnetico, più grande di quella data dalla rottura aperiodica della corrente.

Lord Raylegh [2]) fece più tardi osservare che tale opinione era erronea ; e che, anzi con maggior fondamento, potevansi prevedere, con una semplice rottura istantanea, risultati migliori di quelli ottenuti con l'impiego del condensatore derivato agli estremi dell'interruttore. Ed in prova delle sue vedute mostrò che, rompendo il circuito primario con un colpo di fucile, si raggiungevano distanze esplosive secondarie più grandi di quelle, che si potevano ottenere in quelle stesse condizioni, o nelle condizioni ordinarie, con l'impiego del condensatore. E da ciò Lord Raylegh trasse la conclusione, che « il solo effetto utile del condensatore è di abbreviare la durata della rottura, impedendo la produzione di un arco ; di maniera che, se una rottura sufficientemente brusca può essere ottenuta con altri mezzi, il condensatore è nocivo, ed agisce nel senso opposto, prolungando il periodo di decrescenza della corrente primaria ».

Si badi, però, che con queste parole Lord Raylegh intende *solo* affermare — come esplicitamente dichiara in un punto del suo lavoro [3]) — che l'impiego del condensatore nel circuito primario, non offre maggior vantaggio di una semplice rottura molto brusca. Egli non ci dà una spiegazione del meccanismo con cui il condensatore interviene nel fenomeno della rottura ; e noi dobbiamo ben guardarci, dall'attribuire un tale valore alle parole « il solo effetto utile del condensatore è di

1) Con questa sola parola qui ed in seguito indicheremo sempre la scintilla che si forma nell'interruttore.

2) Raylegh. Philos. Mag. Ser. VI, vol. 2°, pag. 581. 1901.

3) Raylegh. L. c. pag. 591.

abbreviare la durata della rottura »; giacchè non bisogna perdere di vista che la presenza del condensatore modifica profondamente la legge d'estinzione dell'estracorrente nel primario, e che *proprio da questa legge* sono determinati i valori istantanei della forza elettromotrice indotta nel secondario.

Altri studiosi cercarono di penetrare in questo meccanismo, con l'intento principale di chiarire la relazione fra la capacità del condensatore e gli altri elementi che concorrono nella produzione della scarica, in modo da spiegare e, possibilmente, tradurre in una legge matematica la funzione completa del condensatore. Così, il Sig. Ives [1]) fece le considerazioni seguenti:

Alla rottura della corrente primaria si produce nel circuito primario-condensatore un sistema di oscillazioni smorzate; i valori istantanei della differenza di potenziale V_c sulle armature del condensatore, e quindi agli estremi dell'interruttore, dipendono dall'intensità della corrente primaria all'istante della rottura, e dalla capacità del condensatore stesso.

Con la legge di variazione della differenza di potenziale V_c è strettamente collegata la formazione della scintilla. I due estremi dell'interruttore si allontanano con una certa velocità, e quindi, perchè possa fra questi punti formarsi una scintilla, è necessario che la differenza di potenziale esplosiva V_e — che per piccole distanze è a queste proporzionale — cresca meno rapidamente di V_c. In altri termini l'Autore ammette, che affinchè non si produca la scintilla occorre e basta che si abbia:

$$\left(\frac{d\,V_c}{dt}\right)_{t=0} < \left(\frac{d\,V_e}{dt}\right)_{t=0}.$$

Ora, siccome accrescendo il valore di C, mentre si lasciano inalterate le condizioni rimanenti, la $\left(\frac{d\,V_c}{dt}\right)_{t=0}$ prende valori sempre più piccoli, il valore più conveniente di C, è il minimo per il quale sia ancora soddisfatta la condizione precedente. Si capisce, poi, come questo valore optimum della ca-

1) Ives. Phys. Rev., vol. 16°, pag. 7. 1902.

pacità sia collegato alla velocità dell' interruttore e all' intensità della corrente.

Questa spiegazione, secondo il Sig. Armagnat [1]), conduce ad un risultato contrario all' esperienza.

Infatti, raggiunta la capacità più conveniente, per una determinata velocità dell' interruttore, ed una determinata intensità della corrente primaria — un aumento nell' intensità dovrebbe provocare la ricomparsa della scintilla all' interruttore, ed un conseguente abbassamento nella forza elettromotrice indotta. L' esperienza invece, nelle condizioni dette, dà sempre un aumento della distanza esplosiva secondaria [2]).

Il Sig. Armagnat modificò la spiegazione precedente, con lo scopo di eliminare la contradizione rilevata e di adattarla al seguente fatto, che egli stesso aveva osservato.

Rilevando per mezzo di un oscillografo le curve della corrente primaria in un rocchetto d' induzione, egli aveva osservato, che nelle oscillazioni che accompagnano la rottura, il rapporto delle ampiezze di due semi-oscillazioni successive è costante (come richiede la teoria ordinaria), se si esclude la prima; la quale ha, in generale, un' ampiezza notevolmente più grande di quella che sarebbe da aspettare.

A differenza dell' Ives, il Sig. Armagnat ammette, che la scintilla può prodursi, nelle condizioni opportune, solo qualche istante dopo della rottura meccanica del circuito.

Per maggiore chiarezza converrà riportare due diagrammi dati dallo stesso A. Nel primo (fig. 1) la legge dei potenziali esplosivi, agli estremi dell' interruttore, in funzione del tempo, viene rappresentata dalla retta V, che non passa per l'origine; mentre le curve σ_1 ed I rappresentano le oscillazioni, rispettivamente, della differenza di potenziale sulle faccie del condensatore, e dell' intensità della corrente.

La scintilla si forma nell'istante che corrisponde al punto d' intersezione della retta V con la curva σ_1; essa, secondo l'A., è istantanea, ed ha per effetto di annullare solamente le cari-

1) Armagnat. La bobine d'induction, pag. 33 e seguenti. Biblioth. Gén. des Sciences, Paris, Gauthier-Villars, 1905.

2) Questa obiezione ha, evidentemente, un valore molto scarso.

che già esistenti sulle due faccie del condensatore. Estinta questa scintilla, il fenomeno procede come se tutto fosse tor-

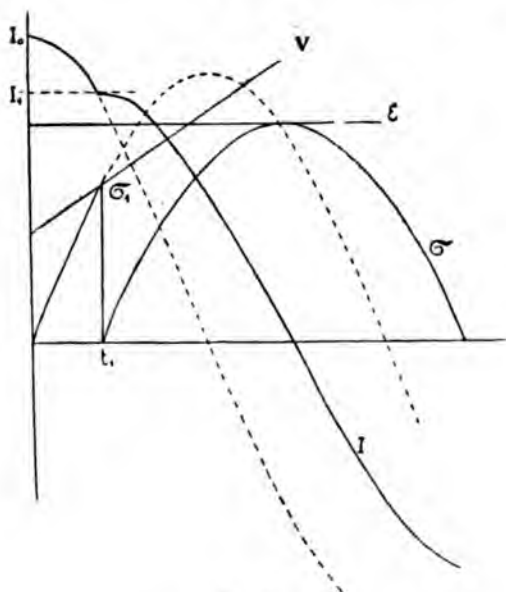


Fig. 1.

nato nelle condizioni iniziali, ad eccezione dell'intensità nel primario che resta diminuita, e della distanza accresciuta fra gli estremi dell'interruttore.

Si riproducono, perciò, nel diagramma, una nuova curva I con ampiezza $I_1 < I_0$, ed una curva σ con ampiezza ridotta in egual rapporto, per le quali si possono ripetere le medesime considerazioni di prima. Si comprende facilmente, come si dovrà infine pervenire ad un sistema di oscillazioni smorzate, che si esplicano indisturbate, e nelle quali l'ampiezza della prima semi-oscillazione è minore dell'ampiezza dell'oscillazione iniziale.

Se, osserva inoltre l'A., si fa crescere la capacità del condensatore — mantenendo però costanti l'intensità della corrente e la velocità dell'interruttore — le oscillazioni diventano più lente e meno ampie; le corrispondenti curve σ (fig. 2) da un certo punto in poi non taglieranno più la retta V, quindi le

differenze di potenziale massime che si potranno raggiungere ai poli dell'interruttore (e perciò agli estremi del secondario,



Fig. 2.

per la proporzionalità stabilita dal Klingelfuss) per tutte le capacità possibili, vengono rappresentate dalle ordinate dei punti della retta V, dall'origine fino all'intersezione di questa retta con la curva ε_m — luogo dei massimi delle curve σ — e dalle ordinate dei punti di questa curva in tutto il resto.

Il diagramma che così risulta, osserva l'A., è molto simile alle curve che rappresentano la legge di variazione delle distanze esplosive massime al secondario, al variare della capacità, determinate sperimentalmente dal Sig. Mizuno. Dal diagramma si trae che, per un valore speciale di C, la differenza di potenziale raggiunta è massima (ordinata del punto d' intersezione dalla retta V con la curva ε_m) e questo valore dipende evidentemente dalla velocità dell'interruttore, che determina l'inclinazione della retta V, e dall' intensità della corrente primaria.

Questa spiegazione, per quanto ingegnosa, si presta a qualche rilievo critico.

Essa, come la precedente del Sig. Ives, condurrebbe a concludere, che per capacità derivate superiori al valore *optimum*, la scintilla dovrebbe completamente mancare; e ciò è contrario a quanto l' esperienza ha sempre mostrato. Sarebbe anche su-

perfluo riferire che, in una prova appositamente fatta, ho avuto ancora la scintilla all'interruttore con un condensatore di 10 microfarad (capacità massima di cui potevo disporre) derivato agli estremi del primario di un rocchetto Max Kohl di 18 cm. di scintilla, eccitato da sei accumulatori e da un interruttore Foucault, mentre la capacità optima dello stesso, nelle condizioni d'esperienza, era all'incirca 0,2 microfarad [1]).

Dippiù le considerazioni sulla dipendenza della differenza di potenziale massima raggiunta, dalla capacità derivata agli estremi dell'interruttore sono incomplete, perchè in esse non si tiene conto delle diverse scintille che fra questi estremi possono prodursi (nell'ipotesi stessa dell'A.), prima che si stabiliscano le oscillazioni definitive. E cercando di completare in tal senso il ragionamento del Sig. Armagnat, non si perviene all'esistenza di un valore optimum della capacità, anzi si trova che le differenze di potenziale raggiunte possono superare quelle rappresentate dal diagramma della fig. 2ª, e più facilmente con le capacità più piccole.

Non si capisce, inoltre, come la formazione della scintilla, la quale offre una via relativamente facile all'estracorrente di rottura (tanto vero che la sua presenza nuoce al buon funzionamento del rocchetto) non modifichi per nulla l'andamento di questa e la sua distribuzione nei due rami derivati, interruttore-condensatore.

Nè sembra che si possa, a priori, ammettere legittimamente con l'A., che estinta la scintilla il sistema elettrico torni nelle condizioni iniziali (a meno della modificazione dell'intensità della corrente e della distanza fra gli estremi dell'interruttore) giacchè, mentre all'inizio il condensatore era scarico, avvenuta la scintilla resta fra gli estremi della rottura, presumibilmente, una differenza di potenziale pochissimo minore di quella necessaria a mantenere la scintilla, e sulle armature del condensatore una carica corrispondente.

1) Si può vedere nettamente il lampo della scintilla, e sentirne il rumore, quando l'interruttore, ben pulito, funziona per poco tempo, perchè l'emulsione pastosa di mercurio ed alcool che a mano a mano si forma, arresta la propagazione dell'uno e dell'altro.

Non so, in verità, quale peso meritino questi ultimi argomenti; ma resta sempre in fatto che l'esperienza non conferma la deduzione più diretta delle ipotesi di Ives e di Armagnat.

Dovremmo pertanto contentarci della spiegazione corrente, che, in modo più o meno esplicito, si trova espressa in varî trattati; e secondo la quale il condensatore assorbe una parte della quantità di elettricità messa in moto dall'induttanza, abbassando la differenza di potenziale che tenderebbe a stabilirsi fra gli estremi dell'interruttore, ed impedendo, così, la produzione di un arco. In conseguenza la resistenza del circuito di scarica diventa ben presto grandissima, la variazione dell'estracorrente molto rapida e le forze elettromotrici indotte nel primario e nel secondario molto grandi.

Come si vede, questa spiegazione si fonda tutta sulla *funzione statica*, diciamo così, del condensatore; e sarebbe abbastanza convincente, se si potesse supporre che la presenza del condensatore, per se stessa, non modifichi l'andamento del fenomeno induttivo. Invece sappiamo che nè la quantità totale d'elettricità che circola, nè i valori istantanei della forza elettromotrice sviluppata e dell'intensità della corrente possono ritenersi precisati; queste tre grandezze dipendono, infatti, non solo dall'induttanza del circuito, ma dalla sua resistenza — che in massima parte risiede appunto nella scintilla — e dalla sua capacità. Questa perciò interviene nel fenomeno induttivo per doppia ragione; per l'azione che essa esercita direttamente e per quella che esercita indirettamente, modificando la resistenza della scintilla; e si ha ragione di dubitare che l'effetto risultante sia assai meno semplice di quanto si suppone nelle considerazioni sopra ricordate.

Dopo ciò non si riterrà inopportuno il presente lavoro, che mira a chiarire questo punto importante delle nostre conoscenze sopra un apparecchio di molto interesse scientifico e di grande utilità pratica.

§ 2 — Le curve della corrente primaria, che possono ottenersi per mezzo dell'oscillografo, o per mezzo del tubo di Braun, sono assai utili per lo studio dei fenomeni che avvengono nel primario del rocchetto, alla rottura della corrente d'alimentazione.

Queste curve sono state osservate nell' un modo e nell'altro da parecchi fisici [1]), ed hanno concordemente provato, che, alla rottura della corrente d' alimentazione, avvengono nella maglia primario-condensatore delle oscillazioni smorzate. Il loro periodo varia con la capacità seguendo, con sufficiente approssimazione, la legge che assegnerebbe la teoria; e lo smorzamento — costante se si esclude la prima semioscillazione [2]) — è in generale molto più grande di quello che col calcolo si deduce, tenendo solo conto della resistenza ohmica del circuito primario.

Però le osservazioni, poco numerose, non si riferiscono a condizioni sufficientemente varie; specialmente riguardo alla capacità derivata agli estremi dell' interruttore, per la quale sono stati quasi sempre scelti due soli valori, presumibilmente, maggiori dell' optimum.

Solo le curve del Sig. Walter (ottenute col tubo di Braun), che si riferiscono a quattro valori diversi della capacità — tra cui il valore zero ed il valore optimum — ci potrebbero dare un indizio della legge di variazione della corrente primaria per piccole capacità derivate; ed esse infatti mostrano che, quando la capacità è zero, la corrente decresce aperiodicamente, e la legge di decrescenza è rappresentata, con molta approssimazione, da un segmento rettilineo inclinato sull'asse dei tempi; finchè la capacità è alquanto più piccola del valore optimum, la corrente decresce con la medesima legge; però l'angolo del segmento rettilineo con l'asse dei tempi diventa sempre meno acuto, e quindi la rottura più rapida, quando la capacità diventa più grande.

In vicinanza del valore optimum cominciano a presentarsi le oscillazioni; e al crescere della capacità si comportano nel modo detto sopra.

Queste osservazioni di Walter, sebbene esatte, non ci possono condurre — per le condizioni d' esperienza — a conclu-

1) Abraham. Journ. de Phys., ser. 3a, vol. 6°, pag. 356. 1897. — Walter. Wied. Ann., vol. 62, pag. 300. 1897. — Armagnat. Eclair. Èlectr. vol. 37, pag. 241. 1903. — Zenneck. Drude Ann. vol. 13, pag. 819. 1904. — Schnell. Drude Ann. vol. 21, pag. 1. 1906.

2) Tutte le curve mostrano che questa anomalia è più piccola con capacità più grandi.

sioni del tutto conformi al vero; ed in seguito se ne vedrà la ragione.

Pertanto, ho ritenuto necessario completare lo studio della corrente di rottura, seguendo gradatamente le modificazioni prodotte con piccole variazioni della capacità, specialmente in prossimità del valore optimum; ed ho anche studiato l'andamento della corrente nell'interruttore, per potere, mediante il confronto di questa, con la corrente nel primario, desumere elementi sufficienti a chiarire il fenomeno che ci occupa.

§ 3 — Le esperienze furono condotte sul rocchetto Kohl precedentemente cennato, e poi ripetute sul primario separato di un antico rocchetto Ruhmkorff di 40 cm. di scintilla, il quale ha una lunghezza di 57 cm. e 6 cm. di diametro.

L'eccitazione fu sempre prodotta con una corrente massima di 8 amp., fornita da cinque o sei accumulatori, interrotta da un ordinario apparecchio di Foucault, all'incirca dodici volte per secondo. Agli estremi dell'interruzione si poteva a volontà inserire, o un condensatore in mica con capacità regolabile per millesimi da 0,001 a 1 microfarad, ovvero un altro a carta paraffinata con capacità regolabile per unità da 1 a 10 microfarad.

Nelle prime esperienze si poteva inserire in circuito un piccolo rocchetto di resistenza 0,36 ohm e d'induttanza 0,17 millihenry, o nella posizione A (fig. 3), o nell'altra segnata B, in modo da potere con essa esaminare la corrente che percorreva il primario del rocchetto d'indnzione (e da ora innanzi diremo: corrente nel ramo 1) o quella che attraversava l'interruttore (corrente nel ramo 2). Questo rocchetto agiva sopra un tubo di Braun, imprimendo al fascio catodico spostamenti verticali; avanti al tubo era disposto uno specchio girante, comandato da un motore elettrico, che permetteva di regolare in modo conveniente la velocità di rotazione dello specchio.

§ 4 — Le figure [1]) (vedi *Tav. I*) da I a VIII rappresentano

1) Le figure riportate furono rilevate direttamente dallo specchio girante dal Sig. Francesco Damiani, studente in questa R. Scuola d'Applicazione. A lui mi sia permesso porgere, qui, i miei vivi ringraziamenti.

la legge di variazione dell'estracorrente di rottura del ramo 1 (rocchettino in A) quando, tenendo ferme le altre condizioni,

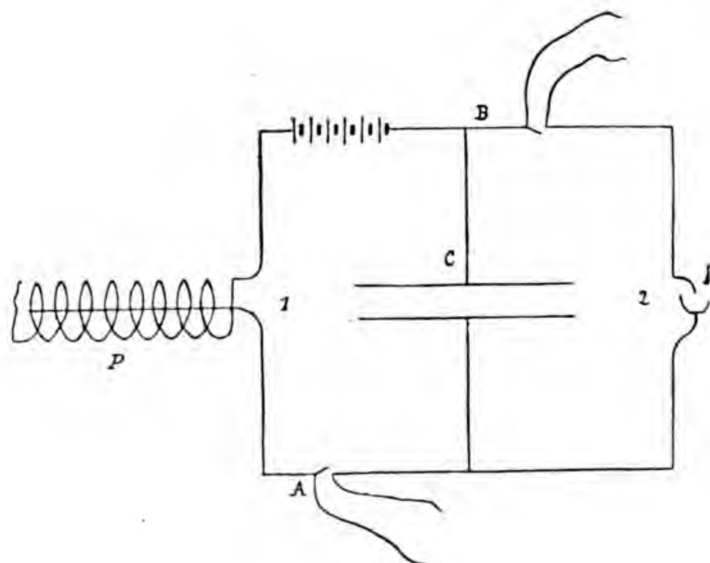


Fig. 3.

si faceva passare la capacità derivata per i valori 0 ; 0,02 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,4 ; 1 ; 2.

Dalla prima di esse si rileva, che la legge di decrescenza della corrente nel primario, quando questo resta completamente aperto ($C = 0$), non è esattamente rappresentata da un segmento rettilineo, ma da una curva concava verso l'asse dei tempi ; cioè la corrente non decresce uniformemente, ma verso la fine decresce più rapidamente che verso il principio della rottura.

Dalle curve II e III si rileva, inoltre, che aggiungendo una piccola capacità, la forma della curva precedente viene poco alterata nel suo primo tratto. Essa cade un po' più ripida verso l'asse dei tempi, ma ad un certo punto viene bruscamente interrotta: ed al tratto successivo si sostituisce un tratto pochissimo luminoso quasi normale all'asse dei tempi.

Ciò dimostra che la variazione della corrente comincia quasi con la stessa legge di prima, ma ad un certo punto, cambia bruscamente carattere e diventa rapidissima.

Il punto di raccordamento B dei due tratti diversi si porta sempre più in alto, quando la capacità cresce; con che viene limitata la prima fase ed accresciuta la seconda.

Con la capacità 0,1 microfarad (fig. IV), il punto B[1]), si sposta ancora verso il punto di origine (A), il tratto AB diventa sempre più ripido, ed il tratto quasi verticale BC dà luogo ad una piccola oscillazione. Aumentando ancora la capacità il tratto AB della curva originaria va diventando più corto e un poco più ripido, ma sempre in modo meno apprezzabile; le oscillazioni che ad esso succedono, diventano sempre più ampie e più lente.

Questi risultati discordano da quelli del Sig. Walter e degli altri, e specialmente per ciò che riguarda il cambiamento di carattere, che in modo brusco avviene nella legge d'estinzione della corrente, il quale finora non è stato messo in rilievo. Però non mi fu difficile trovare la causa della divergenza [2]).

Le curve osservate presentarono infatti esattamente l'aspetto descritto dal Sig. Walter, diminuendo la velocità di rotazione dello specchio. E si comprende bene la ragione di questo fatto; perchè — riferiamoci per semplicità alla figura schematica 4 — se il punto B vertice dell'angolo formato dai tratti AB, BC (che supponiamo rettilinei), conserva inalterata la distanza BB' da A'C, e se la sua projezione B', divide sempre il segmento A'C nel medesimo rapporto, l'angolo $\widehat{ABC}$ diventerà

1) Le figure riportate in qualche particolare non corrispondono alla descrizione, sia per la difficoltà della riproduzione a mano libera di forme fugacemente osservate, e ancora più per l'incostanza della velocità di rotazione dello specchio. In ciascuna di esse si suppongono disposte delle lettere in conformità alla fig. 5 contenuta nel testo.

2) Per le curve osservate all'oscillografo la divergenza si può immediatamente spiegare, pensando che quest'apparecchio possiede sempre una certa inerzia e non può perciò riprodurre fedelmente dei cambiamenti molto bruschi nell'intensità della corrente in esame.

sempre più ottuso [1]), quando più piccola diventa la lunghezza A'C; e potrà diventare tanto ottuso, da non potere esser age-

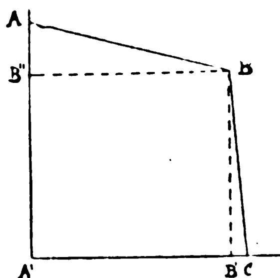


Fig. 4.

volmente distinto da un angolo piatto. Dippiù si comprende che quando il vertice B viene spostato verso A, tenendo presente che BC cade sempre quasi normalmente su A'C, il segmento rettilineo con cui si confonde l' angolo ottuso $\widehat{ABC}$, apparirà più inclinato rispetto a questa retta.

Si spiega con ciò come, con una velocità di rotazione dello specchio troppo piccola o troppo grande (e lo stesso vale per le curve osservate all' oscillografo), il tratto AB delle curve riportate non possa essere più distinto dalla curva rimanente.

È bene fare rilevare, che la forma di queste curve era influenzata notevolmente dalla presenza del secondario.

a) Con il secondario completamente aperto, cioè quando fra i suoi estremi non scoccava la scintilla, le curve precedenti diventavano irregolari, per la sovrapposizione di un sistema

1) Difatti l'angolo $\omega = \widehat{ABC}$ si può esprimere con:

$$\omega = 90^\circ + \left(\operatorname{arctg} \frac{B'C}{BB'}\right)^\circ + \left(\operatorname{arctg} \frac{AB''}{BB''}\right)^\circ$$

e chiamando v la velocità angolare dello specchio potremo scrivere:

$$\omega = 90^\circ + \left(\operatorname{arctg} a\, v\right)^\circ + \left(\operatorname{arctg} \frac{b}{v}\right)^\circ$$

ed è facile vedere, che quando v decresce tendendo a zero, da un certo valore in poi ω deve crescere tendendo al limite 180°; lo stesso deve avvenire facendo invece crescere v verso l'infinito.

di piccole oscillazioni, con ampiezze crescenti, le quali érano probabilmente dovute all'importanza notevole che acquistava la capacità del secondario in queste condizioni. L'aspetto allora acquistato dalle prime curve è mostrato nelle figure I_3, II_3, III_3.

b) Con il secondario chiusa attraverso la scintilla le piccole oscillazioni sovrapposte al tratto BC di tutte le curve scomparivano; mentre, quelle sovrapposte al tratto AB, diventavano meno appariscenti, solo quando si riduceva notevolmente la distanza esplosiva secondaria; e scomparivano quasi totalmente, quando questa era di due o tre centimetri. La durata complessiva della rottura della corrente diventava sempre più breve, quando più corta diventava la distanza esplosiva. Ed il carattere oscillatorio nel secondo tratto (BC) delle curve, col secondario chiuso, cominciava ad apprezzarsi per capacità derivate un po' più piccole, che col secondario aperto [1]).

Le curve riportate furono ottenute quando una scintilla di 6 cm. circa scoccava al secondario. Le piccole oscillazioni che comparivano sul tratto AB furono trascurate, per facilità di rappresentazione.

Riassumendo: le nostre osservazioni, sulla legge di variazione dell'estracorrente di rottura nel primario del rocchetto, ci conducono a distinguere in essa due fasi differenti.

La prima (tratto AB delle figure) in cui la corrente comincia a decrescere lentamente; essa è rappresentata dapprima da una curva leggermente concava verso l'asse dei tempi, e si confonde in seguito con un segmento rettilineo.

La seconda (tratto BC delle figure) in cui la variazione dell'estracorrente avviene con legge sinusoidale smorzata (le oscillazioni sono inapprezzabili con capacità piccola, perchè troppo rapide e poco ampie).

Il valore della capacità derivata agli estremi dell'interruttore, regola l'importanza dell'una fase rispetto all'altra; e

1) Questi fatti sono esposti con maggiori particolari e minutamente discussi nel bel lavoro del Prof. Corbino " Ricerche teoriche e sperimentali sul rocchetto di Ruhmkorff ". Atti Ass. Elettr. Ital. vol. XI, fasc. 4, luglio 1907.

precisamente l'aumento della capacità è accompagnato dai seguenti fatti:

a) Il tratto AB delle curve diventa più corto e più inclinato rispetto all'asse.

b) L'ordinata del punto B di raccordamento fra i due tratti diventa più grande.

c) Il periodo e l'ampiezza delle oscillazioni del tratto BC crescono.

Cioè, la prima fase diventa sempre più breve e meno importante; la seconda si comporta in modo inverso.

§ 5 — Le curve da IX a XIX rappresentano invece l'estracorrente di rottura nel ramo 2 (nell'interruttore), per i valori della capacità 0; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10 microfarad.

Le prime sono quasi identiche alle I, II, III, e vi si possono perciò distinguere le due fasi precedenti: la prima in cui la corrente varia lentamente (tratto poco inclinato e molto luminoso delle curve); l'altra in cui la variazione è rapidissima (segmento quasi normale all'asse dei tempi, pochissimo luminoso).

Però in esse si notano delle sinuosità come per piccole oscillazioni sovrapposte, specialmente nel tratto AB, le quali diventano meglio apprezzabili, accrescendo la capacità. Esse non sono dipendenti, come le oscillazioni sovrapposte alle curve I_a, II_a, III_a dalla presenza del secondario, perchè l'aspetto accidentato delle curve in esame restò immutato, sperimentando sul primario separato del rocchetto precedentemente ricordato. E riproducendo, in queste nuove condizioni, le curve della corrente nel ramo 1, si ottenevano figure molto regolari, (senza traccia di piccole oscillazioni) che presentavano le medesime particolarità riferite nel § precedente.

Le curve successive [1]) (XII e seguenti) mostrano ancora un comportamento fondamentale analogo alle prime; cioè, presentano una fase in cui la variazione dell'estracorrente è lenta,

1) Per potere esaminare bene le oscillazioni del tratto AB fu necessario dare allo specchio velocità di rotazione assai più grandi di quelle usate per le precedenti curve.

a cui segue un'altra rapidissima, quasi istantanea. Esse differiscono essenzialmente dalle corrispondenti IV, V ecc. per la mancanza delle oscillazioni che in queste sempre più si sviluppano.

Al crescere della capacità la prima fase non solo si modifica nella sua durata, ma anche nella forma. Le oscillazioni sovrapposte al tratto curvilineo lentamente discendente, vanno diventando sempre più lente e più ampie, e da un certo valore di C in poi, il loro aspetto si modifica in modo da far pensare alla presenza di un doppio periodo. Così nelle curve XVI e seguenti, le oscillazioni si estendono al di sopra della linea che corrisponde al valore della intensità di corrente al momento della rottura, e presentano forme che richiamano alla mente delle figure di battimenti.

Ma prima di procedere oltre, è bene esaminare brevemente se, e fino a qual punto, la presenza del piccolo rocchetto nella maglia 2, poteva modificare i fenomeni studiati.

Un' influenza notevole di questo rocchettino era nettamente accusata da una grande diminuzione nella massima distanza esplosiva al secondario; e l'entità esagerata di questo effetto poteva indurre a sospettare profonde modificazioni nella forma delle curve della corrente nei diversi rami del circuito.

Per mettere in rilievo la natura e l'importanza di tali modificazioni, furono esaminate le curve della corrente nel ramo 1, con l' aiuto di un secondo rocchettino che agiva sul tubo di Braun, mentre il primo (cioè quello fin allora usato) si lasciò inserito nel ramo 2.

Queste nuove curve non differivano notevolmente dalle corrispondenti I, II, III, ... VIII (che si potevano subito riavere chiudendo in corto circuito il rocchettino attaccato in B); anzi, se la capacità derivata agli estremi della interruzione era piccola abbastanza, non si rilevava differenza apprezzabile; quando invece la capacità cominciava a superare il valore 0,1 microfarad, si notava bene che, con il rocchettino inserito in B (fig. 3), il tratto AB delle curve era sempre più lungo e forse un po' meno inclinato che nel caso opposto. E la differenza fra due curve corrispondenti era più rimarchevole per capacità più grandi.

Dippiù, quando il rocchettino era inserito in B, sul tratto lento delle curve esaminate prendevano posto delle piccolissime oscillazioni, assai meno notevoli di quelle mostrate nelle figure XIII ecc.

In complesso da quest'esame risultò, che la modificazione nel funzionamento del rocchetto d'induzione, dipendente dalla presenza del piccolo rocchetto nel ramo dell'interruttore, era dovuta ad un prolungamento nella durata della prima fase della corrente di rottura, e non ad un cambiamento nella forma delle curve che rappresentano l'andamento dell'estracorrente; si può quindi ritenere che le curve IX e seguenti (eccettuate forse le ultime corrispondenti a capacità troppo grandi) conservino il carattere fondamentale che avrebbero, se il rocchettino nel ramo dell'interruttore mancasse.

In conclusione possiamo dire, che la corrente nel ramo 2, per capacità inferiori a 0,1 microfarad varia con una legge che corrisponde fedelmente a quella della corrente nel ramo 1. Accrescendo la capacità cominciano a manifestarsi delle differenze notevoli fra le due correnti:

— La fase di variazione lenta delle correnti del ramo 2 diventa più breve e più rapida, come per le correnti del ramo 1, ma sempre più accidentata, per la presenza di oscillazioni che vanno crescendo per ampiezza e periodo; ad un certo punto le modificazioni sono tali da rivelare un doppio periodo d'oscillazione.

— La fase successiva, che per le correnti del ramo 1 ha una durata notevole — e tanto più, quanto più grande è la capacità, — per le correnti del ramo 2 è sempre molto fugace e quasi istantanea.

§ 6 — Finalmente riportiamo alcune curve ottenute, componendo ortogonalmente gli spostamenti simultanei, impressi al fascio catodico del tubo di Braun dai due rocchettini contemporaneamente inseriti in A e B (fig. 3). Queste curve erano direttamente osservate sullo schermo fluorescente del tubo; gli spostamenti orizzontali corrispondevano alle correnti nel ramo 1.

A conferma di quanto fin qui è stato esposto in esse si osserva che:

Quando la capacità è nulla (fig. XX), la legge di variazione della corrente è la stessa nel primo e nel secondo ramo.

Quando la capacità è piccola (0,2; 0,5 microfarad, fig. XXI e XXII), la corrente nei due rami varia dapprima con la identica legge, ma verso la fine, mentre nel ramo 2 rapidamente decresce e si estingue, nell'altro ramo dura ancora un certo tempo, facendo delle piccole oscillazioni (tratto orizzontale delle figure).

Accrescendo la capacità, la corrente nel ramo 2 si estingue sempre più presto, ma da un certo valore di C in poi ($C = 2$ fig. XXIII) prima di estinguersi compie delle oscillazioni apprezzabili, che possono diventare così ampie da oltrepassare ($C = 5$ fig. XXIV) il valore della corrente per il regime permanente.

Nel ramo 1 il fenomeno si prolunga con oscillazioni sempre più ampie (nettamente accusate dai punti più luminosi, visibili sul tratto orizzontale).

Da tutte queste figure si rileva, infine, che nella prima fase della rottura le correnti nel primario e nell'interruttore, non solo variano con la stessa legge, ma sono sensibilmente *identiche*: infatti il primo tratto delle curve che corrispondono alle correnti di rottura, coincide col segmento rettilineo inclinato, che corrisponde alle correnti di chiusura, le quali sono certamente identiche nel primario e nell'interruttore.

§ 7 — Tutti i fatti fondamentali osservati si possono brevemente riassumere nel modo seguente:

La separazione meccanica degli estremi dell'interruttore è accompagnata dalla formazione di una scintilla, di durata apprezzabile, e tanto più breve quanto più grande è la capacità del condensatore.

Finchè dura la scintilla, l'estracorrente di rottura decresce sempre lentamente, ma la velocità di variazione cresce, quando cresce la capacità.

L'estinzione della scintilla avviene sempre in modo brusco e l'estracorrente si prolunga ancora nella maglia primario-condensatore con legge oscillatoria.

Le oscillazioni sono sinusoidali smorzate, ed hanno un'ampiezza iniziale minore del valore dell'intensità all'istante della rottura, e tanto più grande, quanto minore è stata la durata della scintilla, cioè più grande la capacità impiegata.

In complesso, l'estracorrente di rottura viene debolmente influenzata, nei primi istanti, dalla presenza del condensatore. Un'influenza notevolissima di questo si fa, invece, risentire bruscamente dopo un certo tempo, estinguendo quasi all'istante la corrente nell'interruttore, e cambiando la legge con cui essa decresce nel primario.

§ 8 — Questo comportamento non può spiegarsi con la funzione statica del condensatore, accennata in principio; sia perchè non si riuscirebbe a comprendere la ragione del cambiamento brusco nella legge con cui il fenomeno si svolge, sia perchè la frazione dell' estracorrente che il condensatore sottrae alla scintilla è troppo piccola, quasi trascurabile in virtù dell'osservazione riferita alla fine del § 6, perchè da essa possa farsi dipendere la causa della modificazione.

Sembra pertanto necessario ricercare una più esatta interpretazione dei fatti esposti, nella funzione *dinamica* che il condensatore può esercitare nel fenomeno induttivo.

A tal fine dovremmo considerare il sistema con due gradi di libertà, formato dal primario, dall'interruttore chiuso attraverso alla scintilla [1]) e dal condensatore; e scrivere le equazioni differenziali delle correnti nei diversi rami, tenendo conto del comportamento reale della scintilla. A ciò potrebbe servire la formola

$$V = a + \frac{b}{i}$$

che secondo i risultati di Koch e di Heidweiller [2]) vale, come per l'arco, anche per la glimmstromm e la scintilla, ma bi-

1) Riteniamo qui la parola *scintilla*, consacrata dall' uso, sebbene probabilmente non si tratti di una vera scintilla (Funke), ma di una *Glimmentladung* o, forse, di un vero arco fra elettrodi metallici.

2) Koch. Drude Ann. vol. XV, pag. 865. 1904. — Heydweiller. Drude Ann. vol. XIX, pag. 849. 1906.

sognerebbe tenere ancora conto della legge con cui cresce la lunghezza di questa scintilla, per il moto degli elettrodi; e si potrebbe forse tentare d'applicare la formola di Mrs. Ayrton (quantunque questa sia stata stabilita solamente per l'arco)

$$V = a + bl + \frac{C + dl}{i}$$

in cui l, lunghezza della scintilla, dovrebbe essere considerata come una funzione nota del tempo.

Ma le equazioni differenziali alle quali così si perviene, supposta anche molto semplice la funzione l, non si prestano all'integrazione, e non è quindi possibile sperare nella soluzione analitica del problema.

Però, al fine di farci un'idea di ciò che probabilmente avviene nel nostro sistema, alla rottura della corrente d'alimentazione, vogliamo richiamare da prima quel che avviene in un sistema elettrico, simile al nostro, in cui alla scintilla sia sostituita una resistenza costante.

È noto [1]) che questo, supposta nulla l'induttanza e la resistenza del ramo del condensatore, si comporta come un sistema elettrico con un solo grado di libertà, che abbia le costanti :

$$L_0 ; \quad R' = R_0 + \frac{L_0}{CR_1} ; \quad C' = C \frac{R_1}{R_0 + R_1}$$

dove L_0 ed R_0 rappresentano rispettivamente l'induttanza e la resistenza del primario, R_1 la resistenza costante su cui è derivato il condensatore, e C la capacità di questo.

Per conseguenza le correnti nei diversi rami sono aperiodiche, e rappresentate dalla somma di due esponenziali, se si ha :

$$R'^2 > 4 \frac{L_0}{C}$$

1) Mizuno. Drude Ann. vol. 4°, pag. 811. 1901. — La Rosa. Rend. R. Acc. Lincei, ser. 5.a, vol. 16, pag. 112. 1907.

ovvero, supponendo anche R_0 trascurabile, se si ha:

$$R_1^2 < \frac{1}{4}\frac{L_0}{C};$$

e diventano sinusoidali smorzate, se avviene il contrario.

Il periodo delle oscillazioni dipende dal valore di R_1 e precisamente decresce quando R_1 cresce.

Quindi se alla resistenza R_1 del sistema elettrico in considerazione, diamo valori successivamente crescenti, le correnti che in esso, ogni volta, possono circolare variano con legge diversa da un caso all' altro; però, finchè R_1 rimane minore del valore $\frac{L_0}{4C}$, esse conservano inalterate il loro carattere fondamentale *(aperiodicità);* lo mutano bruscamente, quando R_1 prende il valore ora detto; e da questo punto in poi, esse si conservano sempre *periodiche.*

Nel caso nostro, le cose sono certamente molto più complicate, perchè la resistenza R_1 muta nel tempo stesso in cui il fenomeno induttivo avviene; e nulla possiamo a priori affermare sulla legge con cui variano le correnti nei diversi rami, giacchè questa legge deve dipendere essenzialmente da quella con cui varia R_1 in funzione del tempo.

Però ci sembra ammissibile che, finchè R_1 è minore di un certo valore *(critico),* la legge di variazione delle correnti si conservi aperiodica (di forma sconosciuta e forse complicata); e tosto che R_1 diventa maggiore del valore critico, essa (sempre sconosciuta) diventi essenzialmente oscillatoria.

Lasciando da parte i ragionamenti analitici, possiamo convincersi dell'attendibilità di questa nostra opinione, con le seguenti considerazioni di ordine puramente fisico.

La scintilla che si forma agli estremi dell' interruttore, all'atto della loro separazione meccanica, deve avere una resistenza piccola, specialmente nei primi istanti; giacchè la variazione della estracorrente, con o senza la presenza del condensatore, finchè dura la scintilla è sempre lenta: come mostrano le nostre figure. Perciò il condensatore si trova, dapprima, chiuso sopra una piccola resistenza; molto piccola dev' essere quindi, all' inizio della rottura, la quantità di energia elettrosta-

tica che esso può immagazzinare, in confronto alla quantità di energia elettromagnetica disponibile. La scarica non può allora *iniziarsi* con carattere oscillatorio, giacchè questo carattere richiede la possibilità della trasformazione di una determinata frazione di energia elettromagnetica in energia elettrostatica, e viceversa

Però la resistenza apparente della scintilla (cioè il rapporto fra la differenza di potenziale ai suoi estremi e la intensità della corrente che l'attraversa) cresce rapidamente, sia perchè si allontanano gli estremi dell'interruttore, sia perchè va d-minuendo l'intensità della corrente che passa per essa [1]). In conseguenza la quantità di energia che il condensatore può accumulare cresce rapidamente, ed a certo punto, può acquistare un valore notevole rispetto alla elettromagnetica disponibile, e sufficiente perchè le correnti assumano la forma oscillatoria.

Un'analogia meccanica ci può essere utile, per chiarire meglio questo concetto.

Supponiamo di avere una ruota girevole, con attrito trascurabile, attorno ad un asse fisso. A questa sia assicurato l'estremo interno di una spirale elastica, di cui l'altro estremo appoggi contro la parete laterale di una scatola cilindrica fissa, che racchiude la molla, in modo che possa scorrervi sopra, incontrando un certo attrito, proporzionale alla velocità da cui esso è animato.

Se la costante d'attrito è *piccolissima*, quando noi comunichiamo alla ruota bruscamente una quantità finita di forza viva, la molla viene deformata pochissimo, la reazione elastica che si desta raggiunge subito, per ogni velocità dell'estremo scorrevole, il valore necessario per vincere l'attrito; ed il sistema assume un moto rotatorio aperiodico, che differisce poco dal moto che avremmo se, ferme le altre condizioni, alla spirale fosse sostituito un pezzo identico, ma perfettamente rigido.

Al contrario, se la costante d'attrito è *grandissima*, l'estremo della molla non viene sensibilmente spostato. La quantità finita di forza viva comunicata alla ruota, può produrre

1) Si tenga presente la forma della caratteristica. Cfr. Koch e Heydweiller, l. c.

una deformazione finita della molla ed una reazione elastica pure finita e perciò insufficiente a vincere l'attrito. La molla reagendo contro la ruota, restituisce a questa tutta l'energia immagazzinata, producendo un moto *periodico* persistente.

Se la costante d'attrito ha un valore intermedio, possiamo avere ancora, o un moto aperiodico, ovvero un moto periodico smorzato.

Il calcolo permette di stabilire esattamente la condizione a cui deve soddisfare tale costante, per ottenere l'una o l'altra specie di moto. Ma in fondo, il mutamento di carattere nella legge del moto dipende, anche in questo caso, dalla possibilità che acquista il sistema, di accumulare allo stato potenziale una determinata frazione dell'energia cinetica, inizialmente conferitagli.

Pertanto siamo indotti a pensare che se la costante [1]) di attrito fosse piccola all'inizio, e crescesse rapidamente durante il moto, questo (più o meno complicato) dovrebbe avere carattere aperiodico nei primi istanti, e potrebbe bene modificarsi ed assumere il carattere oscillatorio in seguito; giacchè mentre dapprima, il sistema possedeva in grado *minimo* la facoltà d'immagazzinare energia allo stato potenziale; quando, anche per velocità piccole, l'attrito, che l'estremo esterno della molla incontra, diventa molto grande, è necessario un grande sforzo per vincerlo, e quindi una grande deformazione della molla. Una parte sempre più grande dell'energia cinetica perduta dalla ruota si trasformerà in energia potenziale, ed il moto (purchè la costante d'attrito arrivi a superare un certo valore) acquisterà il carattere oscillatorio.

Ben guardandoci dal volere applicare al caso in esame, le relazioni che il calcolo permette di stabilire per un sistema in cui la costante d'attrito non muta; si può intuire che il valore *critico* della costante d'attrito anche quando essa è variabile, deve dipendere dalla reazione elastica, che la molla sviluppa per una data deformazione, e dal momento d'inerzia della ruota. E precisamente, se questo è costante, quel valore critico deve diventare più piccolo, quando più piccola diventa la rea-

1) Per semplicità di locuzione conserviamo il nome *costante*.

zione elastica della molla; giacchè diventa, allora, più grande la deformazione che la molla deve subire per vincere un dato attrito, e perciò più grande la quantità d'energia che essa immagazzina, a parità delle condizioni rimanenti.

S' intuisce altresì, che il tempo richiesto da ciascuna oscillazione (avvenuto il mutamento di carattere nel moto) non è costante; esso deve decrescere col crescere della costante di attrito, giacchè quanto più grande è questa, ad un determinato spostamento della ruota corrisponde una reazione elastica maggiore.

Non diversamente procedono le cose nel nostro sistema elettrico; secondo ciò che risulta dalle nostre esperienze.

La resistenza apparente della scintilla è dapprima (come precedentemente fu detto) molto piccola, e la corrente nei diversi rami varia con legge aperiodica.

Ma questa resistenza cresce rapidamente e raggiunge tosto il valore critico; la corrente cambia bruscamente carattere in tutti i rami; finisce la prima fase della rottura e s' inizia la seconda.

La durata della prima fase dipende dal valore critico della resistenza (della scintilla), il quale è più piccolo, quando più piccola è la reazione del condensatore, cioè più piccola la differenza di potenziale a cui si portano le sue armature per una carica determinata. In altri termini la detta durata deve, evidentemente, diventare più breve, quando si sceglie più grande la capacità del condensatore.

Il fenomeno oscillatorio s' inizia con *periodo* grandissimo, il quale però deve rapidamente decrescere, giacchè la resistenza della scintilla rapidamente cresce. La corrente tende ad invertirsi assumendo prima il valore zero nei diversi rami; e ciò avverrà assai più presto, di quanto a prima giunta si possa pensare.

Infatti la rapidità di variazione dell' estracorrente, nello sviluppo successivo del fenomeno, si viene (per così dire) automaticamente esaltando, in grazia del comportamento speciale della scintilla; giacchè la rapida diminuzione della corrente che l'attraversa, provoca un accrescimento sempre più rapido della sua resistenza apparente (per la forma ricordata della

sua caratteristica); e quest'accrescimento rende più piccolo il periodo, e quindi ancora più rapida la diminuzione della corrente in tutti i rami, e perciò anche nella scintilla.

Questa, appena spenta, non può più riaccendersi, giacchè la differenza di potenziale a ciò richiesta diventa, ora, quella necessaria per fare scoccare una *vera scintilla* (Funke) fra gli estremi dell'interruttore, che si allontanano sempre più, e fra i quali si interpone (almeno in parte) un mezzo dielettricamente molto più rigido, perchè precedentemente non modificato.

La seconda fase del fenomeno di rottura, resta allora limitata, nel sistema con un solo grado di libertà — quasi sempre capace d'oscillare — formato dal primario e dal condensatore. Perciò la corrente assume la forma sinusoidale smorzata, e soddisfa alle leggi elettrodinamiche valide per questo sistema; conformemente a quanto è stato da tutti osservato.

Quando il ramo dell'interruttore possiede autoinduzione, il sistema considerato, nella ipotesi R_1 costante, non si comporta più come dotato di un solo grado di libertà; in esso si hanno due correnti ciascuna delle quali può essere aperiodica o oscillatoria. In questo comportamento si potrebbe trovare, la spiegazione delle oscillazioni notevoli, che si vedono sovrapposte al tratto AB delle curve X e seguenti, e del doppio periodo che si manifesta nelle ultime curve di questo gruppo [1]).

§ 9 — A due possono ridursi, secondo quanto sopra si è detto, gli uffici utili del condensatore, nel processo di rottura della corrente primaria:

Abbreviare la durata della scintilla nell'interruttore.

Modificare la legge con cui si estingue l'estracorrente.

Abbreviando la durata della scintilla, che viene anche indebolita, cioè diminuendo l'energia in essa dissipata, si accresce quella restituita al primario; e perciò la frazione che si

1) Al tratto AB di queste curve potrebbero sovrapporsi delle piccole oscillazioni, anche quando l'induttanza dell'interruttore fosse nulla, e ciò a causa della presenza della scintilla. Cfr. La Rosa. " Il fenomeno dell'arco cantante in un circuito che non ha periodo proprio d'oscillazione „ l. c.

trasferisce al secondario, se chiuso sopra un ricevitore di resistenza costante.

Modificando opportunamente la legge di estinzione dell'estracorrente, si può far crescere la velocità di variazione del flusso magnetico che attraversa il secondario, e perciò la differenza di potenziale agli estremi di questo.

Nel caso in cui interessa raccogliere dal secondario una grande quantità di energia, indipendentemente dalla differenza di potenziale, si deve trarre profitto dal primo ufficio del condensatore, e quindi scegliere molto grande il valore della capacità.

Ma in pratica, è sopratutto una grande differenza di potenziale al secondario che si cerca di ottenere, ed è perciò il secondo ufficio di gran lunga più importante. E da quanto abbiamo esposto emerge, che se si fa crescere la capacità del condensatore, a partire da zero, si deve ben presto trovare un valore di essa più conveniente fra tutti (optimum).

Infatti, al crescere della capacità, la variazione (lenta) dell'estracorrente, nella prima fase della rottura, diventa più rapida, e la durata di questa fase più breve; e quindi, in complesso, essa diventa meno svantaggiosa. La seconda fase (a variazione rapida) al crescere della capacità, comincia con un'ampiezza sempre più grande, ma con essa cresce anche il periodo delle oscillazioni, cioè si rallenta la variazione dell'estracorrente; ed a certo punto, il guadagno per l'aumento d'ampiezza, viene compensato dalla perdita per l'accrescimento del periodo. Oltre questo limite non è possibile accrescere la capacità, senza che diminuisca la differenza di potenziale agli estremi del secondario.

Il valore optimum della capacità dovrà, evidentemente, dipendere da tutte le circostanze che accompagnano la formazione della scintilla primaria, e ne modificano la resistenza apparente; giacchè a questa sono legate la durata e l'importanza di ciascuna fase della rottura.

Come si vede, in questo caso, l'ufficio del condensatore non è quello di abbreviare la durata complessiva dell'estracorrente, ma solo quello di modificare la legge con cui questa si

estingue, in modo da raccogliere la massima parte della variazione del flusso, nel minimo tempo possibile.

In armonia con ciò, se un'esperienza potesse essere fatta, per confrontare la massima distanza esplosiva, raggiunta con un interruttore lento e l'ausilio del condensatore, con quella raggiunta con una semplice rottura meccanica rapida, tale che nei due casi la scintilla all'interruttore abbia la stessa durata, il vantaggio può bene rimanere al primo modo di rottura.

Infatti, mentre con l'interruttore rapido, tutta la variazione di flusso si esplicherebbe nel tempo t, che corrisponde alla fase AB (vedi fig. 5, schema 1°); in questo stesso tempo, con l'interruttore lento ed il condensatore si avrebbe una piccola variazione del flusso totale (vedi schema 2°); ed in un tempo t_1 successivo, che può anche essere molto più piccolo del tempo t precedente (durata della scintilla), si avrebbe una variazione di flusso quasi doppia del flusso residuo (per la forma oscillatoria dell'estracorrente).

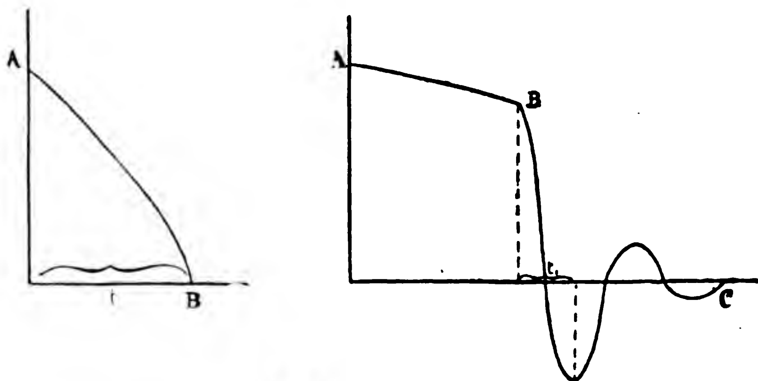


Fig. 5.

In conclusione l'impiego del condensatore ci può dare *effetti migliori* di una semplice rottura meccanica rapida, a parità di durata della scintilla primaria, ***anche quando la durata complessiva dell'estracorrente venga accresciuta*** [1]).

1) Naturalmente resta fuori discussione la superiorità incontrastabile di una semplice rottura meccanica *molto* rapida.

§ 10 — Infine è bene rilevare, che i fatti osservati ci consigliano ad accordare maggior confidenza alla teoria ordinaria del rocchetto d'induzione, per quanto riguarda l'opportunità di trascurare gli effetti della scintilla primaria. La variazione dell'estracorrente (e perciò del flusso magnetico che attraversa il secondario) è abbastanza lenta, nel tempo in cui resta la scintilla all'interruttore, per lasciar presumere che gli effetti dell'induzione, durante questo tempo, sono molto deboli; e perciò trascurabili, se la distanza esplosiva al secondario non è piccola.

Nello studio teorico degli effetti dell'induzione nel secondario, si può quindi senza danno fare astrazione della formazione di questa scintilla, e ritenere l'apertura dell'interruttore come assolutamente istantanea; purchè si abbia cura di sostituire nel calcolo al valore I_0 dell'intensità massima della corrente, il valore I dell'intensità al principio della seconda fase.

La determinazione a priori di questo valore I sarebbe, pertanto, molto utile; ma bisognerebbe conoscere assai meglio il fenomeno del passaggio dell'elettricità (sotto forma di arco, o di glimmstromm) nei liquidi isolanti, e la relazione esatta tra la resistenza critica del sistema e le costanti elettriche rimanenti.

Al Chiar.^{mo} Prof. Macaluso, che con vero amore mi ha guidato, porgo i sensi della mia gratitudine.

Istituto Fisico della R. Università di Palermo.

IL FENOMENO DI WEHNELT.

F. PIOLA [1]).

§ 1. Il fenomeno utilizzato dal Wehnelt [2]) nel suo Interruttore, ad onta di numerosissimi ed importanti studi compiuti su esso, non può dirsi ancora perfettamente conosciuto: la presente ricerca ha lo scopo di studiare alcune fra le circostanze che lo determinano o modificano e l' influenza che esso esercita sul circuito nel quale si compie.

Per ora mi riferisco alla forma originale dell' apparecchio, cioè a *punta,* e non all' altra conosciuta sotto il nome del Simon [3]) o del Caldwell [4]), ma è facile estendere a questa le considerazioni che verranno fatte per questa.

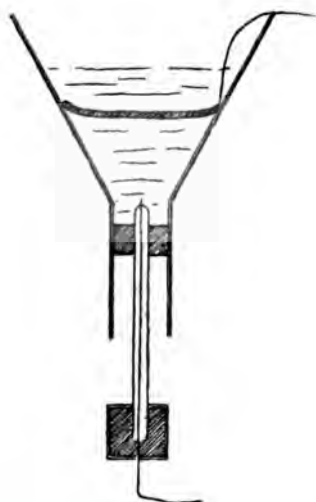
Osservo, in generale, che le esperienze devono essere compiute con f. e. m. date da pile od accumulatori, e non da dinamo. La ragione è evidente quando si pensi che, come a tutti è apparso, l' autoinduzione del circuito nel quale il W. si trova ha una capitale importanza nel fenomeno, e nelle esperienze nostre occorre poter ridurre tale autoinduzione a valori molto piccoli, cosa che non si potrebbe fare quando la corrente fosse prodotta da elettromotori induttivi.

Nell' esame del W. a punta s' è dato per solito dai vari osservatori importanza essenziale al rendersi incandescente della punta stessa. Ma il fenomeno può compiersi anche senza l' incandescenza, ed in tali condizioni può essere seguito più da vicino nella sua purezza, e se ne può cogliere il suo vero meccanismo, potendo separare nettamente varii stadi che conducono ad esso.

1) Lavoro eseguito nell' Istituto fisico della R. Università di Roma.
2) Wied. Ann. 68.° (1899) p. 233.
3) Wied. Ann. 68.° p. 273.
4) Electrician XLIII p. 332.

Genesi del fenomeno di Wehnelt.

§ 2. Fra i moltissimi apparecchi impiegati nelle mie esperienze mi limito a descriverne uno. Esso è costituito (fig. 1)



da un imbuto nel collo del quale è fissato un tubetto di vetro entro il quale scorre a tenuta un filo di platino (diam. mm. 0,5) che costituisce l' elettrodo di minor superficie. Superiormente è disposto un disco di piombo, che costituisce l' altro elettrodo, leggermente incurvato a calotta per facilitare l' eliminazione dei gas. Il liquido è acqua acidulata con H_2SO_4 alla densità di 1,18 alla temp. di 10°, temp. che durante le esperienze si ha cura di mantenere sensibilmente costante.

Se la f. e. m. non è sufficientemente elevata l' apparecchio non funziona che da voltametro: nelle mie esperienze ho ottenuti i varii effetti mantenendo questa sui 48 volta per mezzo di una batteria di 26 accumulatori Tudor.

Il circuito comprende, oltre ai conduttori di comunicazione della batteria colla sala di esperienze, una resistenza variabile non induttiva ed una doppia serie di resistenze 2

a 2 uguali, l'una induttiva e l'altra no, e disposte in modo, per mezzo di opportuni commutatori a bilico, da poter sostituire le une alle altre, mettendo in corto circuito le altre o le une. In tal modo si può, senza aprire il circuito, sia far variare la resistenza mantenendo costante l'autoinduzione, sia far variare l'autoinduzione mantenendo costante la resistenza.

Mantenendo costante e piccola l'autoinduzione, cioè mantenendo questa entro i limiti imposti dalle condutture di comunicazione colla sala di esperienze, s'è fatto diminuire gradatamente la resistenza, tutte le condizioni del voltametro rimanendo costanti durante ogni serie di esperienze. Con resistenza grandissima si ha elettrolisi pura che diventa sempre più energica al diminuire di quella. Quando la resistenza si abbassa fino ad un certo valore, il fenomeno diviene intermittente, cioè per un certo intervallo di tempo t_1 si ha viva elettrolisi, poi questa cessa ed alla punta si forma una bolla che va ingrossando fino a che, dopo il tempo t_2, si stacca e viene alla superficie del liquido. Allora l'elettrolisi ricomincia ed il fenomeno si ripete con intervalli successivi t_1 e t_2 sempre costanti.

In una serie di esperienze, con una certa sporgenza di punta, al variare della resistenza si ottennero i resultati indicati nello specchietto qui unito dove con i_1 e i_2 si sono indicate le intensità della corrente rispettivamente durante gli intervalli t_1 e t_2 e con R la resistenza ausiliaria.

R	t_1	t_2	$t_1 + t_2$	i_1	i_2
120 ohm	elettrolisi pura				
110	4"	5"		0,39 amp.	
100	1",5	7",5	9"	0,43	0,01 amp.
90	1"	8"		0,48	
80	trascurabile	9"		0,10	

Si nota che al diminuire di R, t_1 diminuisce e t_2 aumenta mentre la somma $t_1 + t_2$ rimane costante: però è da osservare che la costanza della somma non si riscontra in tutte le serie di esperienze. Col diminuire la resistenza, l'intervallo t_1 diminuisce finchè sensibilmente scompare: nella serie di esperienze precedentemente descritte la scomparsa avveniva con 50 ohm. Allora al distacco di una bolla segue immediatamente il formarsene di una successiva mentre la corrente rispettivamente aumenta o diminuisce con un andamento non uguale in tutti i casi, talvolta essendo brusco l'aumento di intensità e graduale la diminuzione, e tal'altra avvenendo l'opposto. In questo stadio il valor massimo segnato dall'amperometro si mantiene sempre molto basso in confronto a quello che si aveva negli stadi precedenti o, meglio, che si avrà al prodursi del fenomeno di W. vero e proprio. È per questo basso valore che tale stadio viene designato ordinariamente come di *interruzione della corrente*, mentre interruzione vera e propria non si ha mai.

Diminuendo ancora la resistenza il fenomeno non muta più carattere, solo cambia il periodo, cioè l'intervallo fra un distacco di bolla e il successivo, e la intensità massima raggiunta. In una serie di esperienze, differente da quella ricordata precedentemente, si ebbe:

R	T	Corrente	
		massima	minima
70 ohm	9",6	0,095 amp.	0,015 amp.
50	10",0	0,050	
0	11",0	0,045	

e si riscontra costantemente aumento di periodo al diminuire della resistenza e diminuzione nella intensità massima raggiunta.

Alcune circostanze degne di nota accompagnano il fenomeno in questo stadio. Allo staccarsi della bolla si ode, per qualche frazione di secondo, il friggio caratteristico di un corpo

rovente introdotto nell' acqua, ma non si ha alcun indizio luminoso, pur osservando nella perfetta oscurità. La bolla si forma, talvolta vibrando, ma sempre di perfetta trasparenza. In una certa fase dello sviluppo, se l' elettrolito è H_2SO_4 e l' elettrodo di minor superficie è positivo, la trasparenza scompare e si vede distintamente formarsi nell'interno una nebbia fitta che permane anche quando, staccatasi la bolla dall' elettrodo, questa viene alla superficie libera del liquido, e si rompe. La nebbia allora aleggia poco elevata sul liquido e dopo qualche secondo ricade su questo e scompare. Si ha pure la nebbia, ma molto più tenue, quando l'elettrodo di minor superficie è negativo. L' odore caratteristico dell'anidride solforosa e dell'idrogeno solforato ne rivela la presenza nelle bolle, rispettivamente nei due casi. Se il liquido non è acido solforico la nebbia non si forma: p. e. non se ne ha alcuna traccia con soluzioni più o meno diluite di soda caustica nell' acqua, mentre il fenomeno sostanzialmente ha lo stesso andamento.

Se, mentre la bolla stà ingrossando, si introduce, senza aprire il circuito, mercè l' apposito commutatore una autoinduzione e contemporaneamente si toglie una uguale resistenza ohmmica, la formazione della bolla continua senza per nulla essere modificata, ma al momento nel quale la bolla si stacca può avvenire che si osservi una viva luce sulla punta e l'apparecchio venga a dare il fenomeno di W. propriamente detto. In tali condizioni, mantenendo costante la resistenza del circuito e facendo aumentare la autoinduzione, la frequenza del fenomeno, come è noto, diminuisce: aumentando opportunamente l' auto il fenomeno cessa di prodursi e si ritorna allo stadio bolla. In una serie di esperienze, la frequenza venendo giudicata a orecchio dal suono prodotto, mentre si aveva un fischio acutissimo con 0,001 henry, si discendeva al disotto dei suoni musicali con 0,086 henry, e con autoinduzioni più elevate, ottenute mercè fasci di ferro introdotti nei rocchetti, si poteva far cessare il fenomeno.

Dunque, con f. e. m. abbastanza elevata e costante, variando la resistenza e l' autoinduzione, si possono avere varii

stadi successivi che conducono al fenomeno di W. propriamente detto, e cioè:

1.° elettrolisi pura

2.° elettrolisi alternata con bolla

3.° bolla

4.° fenomeno di W. propriamente detto.

Vediamo di renderci conto di ciò.

§ 3. All'istante nel quale comincia il contatto del liquido colla punta, la corrente assume un certo valore variabile e nel tempo t si produce una quantità di calore proporzionale ad $\int_0^t i^2 dt$ per effetto Joule, e solo di questa tenne conto il Simon [1]) nella sua teoria, ed una proporzionale ad $\int_0^t i\,dt$ per effetto Peltier, come ritenne il Klupaty [2]) nella teoria del Simon da esso completata: quest'ultima quantità di calore sommandosi alla precedente quando l'*elettrodo attivo* è *anodo*. Tali quantità di calore verranno impiegate a formare una certa massa m di vapore d'acqua e di altri gas ottenuti per dissociazione. Contemporaneamente si produce per elettrolisi una massa di gas m_1, proporzionale alla quantità di elettricità $\int_0^t i\,dt$ passata, una parte m_2 venendo condensata sull'elettrodo, polarizzandolo, e l'altra $m_1 - m_2$ andando ad aumentare il volume di m. Detto v il volume assunto dal miscuglio al tempo t, sarà:

$$v = \frac{m}{d} + \frac{m_1 - m_2}{d_1}$$

avendo indicato con d e d_1 le densità rispettive del vapore d'acqua ecc. e del gas ottenuto coll'elettrolisi alla pressione

1) L. c.

2) Drud. Ann. 9.° p. 147.

e temperatura del miscuglio, pressione e temperatura che potremo ritenere determinate dalle condizioni del voltametro. Indicate con *a, b* e *c* tre costanti relative rispettivamente al calore Joule, al calore Peltier ed alla elettrolisi, potremo scrivere:

$$v = a \int_0^t i^2 dt + (b + c) \int_0^t i\, dt - \frac{m_2}{d_1}$$

Ora, se è sufficientemente rapida, per una data superficie di elettrodo, la formazione del miscuglio gassoso, sembra naturale ammettere che questo possa riuscire a staccare il liquido da quello, in modo analogo a ciò che succede nella ordinaria calefazione. Siamo così condotti ad ammettere che « si abbia « formazione di bolla od elettrolisi secondo che la velocità « colla quale viene a variare *v*, riferito alla unità di super- « ficie dell'elettrodo attivo, supera o no un certo valore ». — Indicata con *s* la superficie dell'elettrodo attivo e posto:

$$(1) \qquad k = \frac{1}{s}\frac{dv}{dt} = \frac{1}{s}\left\{ai^2 + (b + c)\, i - \frac{1}{d_1}\frac{dm_2}{dt}\right\}$$

dovremo esaminare i varii stadi in relazione ai valori di *k* per vedere fino a qual punto questa ipotesi sia giustificata.

1.° stadio. Raggiunto il regime, e quindi completamente polarizzato l'elettrodo, avremo $\frac{dm_2}{dt} = 0$ e se l'intensità *i* della corrente sarà abbastanza piccola, sarà tale anche *k*. D'altra parte all'intensità piccola corrisponderà bassa temperatura dell'elettrodo attivo; non si produrrà vapor d'acqua o dissociazione termica ed il gas dell'elettrolisi si staccherà dall'elettrodo mano mano che verrà prodotto.

2.° stadio. Supposto che si sia prodotta una bolla, al suo staccarsi ed al venire del liquido in contatto coll'elettrodo la temperatura di questo tenderà ad aumentare, per l'aumento dell'intensità, ed a diminuire, per il fatto che all'ambiente gassoso circondante l'elettrodo verrà sostituito quello liquido di maggiore conducibilità termica. Se questo secondo effetto

influirà più del primo, la temperatura verrà a diminuire, aumenterà la polarizzazione, ossia $\frac{dm_1}{dt}$ riuscirà positivo, e per valori di i non troppo grandi k verrà a diminuire per aumentare in seguito gradatamente sino ad assumere il valore corrispondente alla nuova temperatura per la quale sarà $\frac{dm_2}{dt} = 0$. Nelle condizioni sopra dette adunque, al distacco di una bolla si avrà, per un certo tempo t_1 k inferiore a quello che sarà poi: si avrà elettrolisi. Ma appena k raggiungerà un valore sufficientemente elevato, l' elettrolisi cesserà per dar luogo nuovamente a bolla la quale impiegherà un tempo t_2 per raggiungere le dimensioni sufficienti perchè la pressione idrostatica che essa sopporta dal liquido nel quale è immersa vinca l'adesione col sopporto.

Durante lo sviluppo della bolla, k aumenterà ulteriormente per assumere il valore iniziale al distacco, ed il fenomeno elettrolisi e successiva bolla verrà a riprodursi indefinitamente.

3.° stadio. Ma se al distacco di una bolla sarà elevata l'intensità della corrente che si produce in modo che l'effetto di questa venga a superare quello della maggiore conduttività termica del mezzo, la temperatura verrà ad aumentare, $\frac{dm_2}{dt}$ riuscirà negativo e k crescerà. Mancherà in tal caso l'elettrolisi pura ed a ciascuna bolla staccatasi succederà altra bolla: avremo il 3° stadio. È da notare che per la formazione della bolla basterà che le condizioni siano verificate all' inizio poichè, una volta stabilitasi la guaina gassosa continua, intorno all'elettrodo, questa rimarrà anche se lo svolgimento successivo di gas sarà lentissimo.

In tali condizioni, trascurato il 3° termine della (1), avremo:

(2) $$k = a' i^2 + b' i$$

avendo posto:

$$a' = \frac{a}{s} \quad , \quad b' = \frac{b + c}{s}$$

e, sviluppando in serie di Maclaurin:

$$(3) \qquad k = k_0 + t\left(\frac{dk}{dt}\right)_0 + \frac{t^2}{1.2}\left(\frac{d^2k}{dt^2}\right)_0 \cdots\cdots$$

Ora, ammettendo che la resistenza del circuito, allo staccarsi di una bolla, dall'essere R + r passi bruscamente ad R e si mantenga tale resistenza, nei primi istanti, costante, potremo rappresentare, durante questi primi istanti, la intensità colla equazione:

$$(4) \qquad i = \frac{\varepsilon}{R}\left\{1 - \frac{r}{R+r}\, e^{-\alpha t}\right\}$$

dove $\alpha = \frac{R}{L}$ è l'inversa della *costante di tempo,* essendo L l'autoinduzione costante del circuito.

Calcolando per $t = 0$, colle (4) e (2), i valori di k e delle sue derivate ed introducendoli nella (3), tenendo conto dei soli 2 primi termini, avremo:

$$k = \frac{\varepsilon}{R+r}\left\{a'\frac{\varepsilon}{R+r} + b' + \frac{r}{L}\left(2\, a'\frac{\varepsilon}{R+r} + b'\right) t\right\}$$

Si scorge che, fissato un certo elettrolito ed una certa superficie di elettrodo attivo — quindi un certo valore di r — k aumenterà, e quindi la formazione della bolla sarà facilitata,

1.° coll'aumentare di ε
2.° col diminuire di R
3.° » » » L.

Queste illazioni sono perfettamente confermate dalla esperienza. Senza fermarmi a considerare l'influenza, già notata precedentemente, della f. e. m. e della resistenza, mi limito a riportare per l'autoinduzione una fra le tante esperienze eseguite con esito sempre concordante. L'elettrolito era il solito acido solforico diluito ma l'apparecchio differiva da quello indicato nella fig. 1 poichè il catodo era costituito da una lastra di platino e l'anodo dall'estremo di un filino di platino saldato, con interposizione di smalto, ad un tubetto di vetro rivolto verso l'alto. La f. e. m. era di 48 volta e la

resistenza esterna di 35 ohm. Con autoinduzione di 0,062 henry ho elettrolisi regolare con intensità media di 1,10 ampère. Se, senza variare la resistenza ohmmica, elimino l'autoinduzione, l'elettrolisi immediatamente cessa per dar luogo allo stadio bolla con periodo di 1",3 e con intensità media che, ad ogni distacco di bolla, va da ampère 0,11 a 0,18. Lo stadio bolla permane anche aumentando notevolmente la resistenza e solo con 75 ohm si torna alla elettrolisi. Questa esperienza sembra in contraddizione con quanto aveva osservato il Corbino [1]) e cioè che l'introduzione di un nucleo di ferro nel rocchetto percorso dalla corrente fa passare l'apparecchio da *voltametro* ad *interruttore:* la contraddizione non è che apparente poichè nel caso del Corbino non è la sola autoinduzione che varia ma, per la presenza del ferro, l'intera legge di variazione della corrente.

Un'altra osservazione è da fare. Il periodo T di formazione della bolla sarà dato dal tempo necessario perchè v assuma un certo valore. Ora, mutando da catodo ad anodo l'elettrodo attivo, il calore Peltier tende a diminuire v mentre, per il fatto che in tal caso si sviluppa idrogeno invece di ossigeno, v tende ad aumentare sia per l'aumentato volume di gas prodotto per l'elettrolisi che per il diminuito volume condensato alla superficie dell'elettrodo. Secondo che predominerà il 1° effetto od il 2°, il periodo T verrà aumentato o diminuito. In tutte le esperienze T è sempre diminuito, in un caso p. e. da 5",6 è disceso a 3",1, in un altro da 4" a 2",2 ecc. il che fa vedere che *l'effetto Peltier è di secondaria importanza rispetto agli altri.*

Fenomeno di Wehnelt propriamente detto.

§ 4. Se le condizioni del circuito sono tali da dare il 3° stadio, anche per valori di L più elevati di quelli attuali, un aumento di L potrà produrre, al formarsi della bolla, cioè quando il liquido si staccherà dalla punta aumentando notevolmente la resistenza del circuito, una *scintilla di aper-*

1) Atti Ass. elettr. it. 1900 p. 11.

tura. Questa, per la elevata temperatura raggiunta, romperà la guaina gassosa permettendo al liquido di venire sollecitamente di nuovo in contatto dell' elettrodo per distaccarsene successivamente con nuova scintilla d'apertura e così di seguito. Avremo così il 4° stadio, ossia il fenomeno di W. propriamente detto.

Questo modo di interpretare il fenomeno viene confermato dall'azione che esercita un condensatore posto in derivazione sul W. Già il Wehnelt [1]) stesso aveva osservato che un condensatore danneggiava il funzionamento dell'apparecchio ed il Klupathy [2]) trovò che con *capacità* sufficientemente elevata la corrente restava permanentemente interrotta il che probabilmente vuol dire che dal 4° stadio si ritornava nel 3° e ciò per mancanza della scintilla di apertura.

Posto il W. nel circuito colla solita batteria, con un'autoinduzione e con un amperometro tipo Weston, dispongo in derivazione sul W. stesso, permanentemente, un voltmeter termico ed, a volontà mercè conduttori dei quali posso far variare la resistenza, un condensatore a carta del quale posso variare la capacità. Al chiuder la derivazione comprendente il condensatore, se l' elettrodo attivo è positivo e l' apparecchio dà il fenomeno nel 4° stadio, si nota:

1° La luminosità della punta diminuisce o, addirittura scompare.

2° L'altezza del suono non pare venga modificata ma ne viene molto aumentata l' intensità contribuendo notevolmente alla modificazione il dielettrico del condensatore.

3° L' intensità media del circuito principale diminuisce sempre, qualunque sieno le condizioni del circuito principale stesso e del derivato.

4° La differenza di potenziale efficace, a parità di altre condizioni, coll'aumentare la capacità posta in derivazione, da prima aumenta e poi diminuisce. Uguale azione ha il variare della resistenza posta in serie col condensatore nel ramo derivato.

1) L. c.
2) L. c.

§ 5. Durante la produzione del fenomeno il potenziale nei varii punti del circuito assume valori che dipendono in modo certamente molto complicato dalla posizione del punto e dal tempo. In luogo di quest' ultima variabile si potrebbe, con maggiore interesse fisico, introdurre l' intensità e si potrebbe determinare sperimentalmente la *caratteristica,* cioè la differenza di potenziale fra 2 punti in funzione della intensità della corrente che passa dall' uno all' altro. Ciò mi propongo di tentare, nel venturo anno, col tubo di Braun, con metodo analogo a quello impiegato dal Simon [1]) nello studio dell'Arco cantante.

Qualche indicazione sulla variazione nelle differenze di potenziale l'ebbe l'Heinkel [2]) misurando contemporaneamente la differenza *media* e l' *efficace* sia ai capi *a* e *b* del W., sia a quelli *b* e *c* dell' unica autoinduzione posta in circuito con quello, sia infine fra *a* e *c*. Ho ripetute le sue esperienze trovandole verificate ed in particolare che:

1° Le differenze di potenziale, efficace e media, fra *a* e *c* sono uguali fra loro.

2° La differenza di potenziale efficace è sempre maggiore della media, tanto fra *a* e *b* che fra *b* e *c*.

3° La differenza di potenziale efficace tanto fra *a* e *b* che fra *b* e *c* è sempre maggiore di quella fra *a* e *c* ed anche della stessa f. e. m. della batteria come aveva trovato l'Armagnat [3]). In un caso p. e. con un'auto di henry 0,063 e con una batteria di 48 volta, che ne dava 46 fra *a* e *c*, ho ottenuto fra *a* e *b* 107 e fra *b* e *c* 99 volta.

L' intensità della corrente ha un comportamento analogo.

Da questi risultati e da altri analoghi l' Heinkel aveva creduto di poter conchiudere essere l' intensità della corrente nel circuito *ondulata,* ossia rappresentabile con una funzione della forma:

$$i = C_1 + C_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t. \tag{5}$$

1) Phys. Zeit. 1906, p. 433.
2) Elek. Zeitsch. t. XX, p. 510.
3) Écl. élec. XIX, p. 41.

Ma, se è ben vero che la (5) soddisfa *qualitativamente* ai risultati sperimentali sopra citati, è anche vero che infinite altre funzioni pur vi soddisfano, sola condizione essendo che la corrente venga a variare con sufficiente rapidità da rendere il valore *efficace* di $\frac{di}{dt}$ abbastanza grande, come è facile verificare.

§ 6. È degna di nota l'influenza che esercita l'estensione dell'elettrodo attivo sulla differenza di potenziale efficace agli estremi dell'apparecchio e sulla intensità media. Aumentando con continuità l'estensione, la differenza di potenziale efficace da prima cresce, raggiunge un massimo e poi diminuisce, mentre la intensità media della corrente cresce sempre. In un caso p. e., aumentando la superficie dell'elettrodo si è passati da volta 45 con ampère 0,15 al massimo di volta 75 con ampére 0,55 ed infine a volta 50 con ampére 0,90.

§ 7. Il Pellat [1]) enunciò il fatto paradossale che introducendo una *impedenza* nel circuito comprendente il W. si aumenta considerevolmente l'intensità media della corrente. Ho confermato il risultato ed inoltre ho trovato, ciò che può sembrare a prima vista anche più paradossale, che l'aumento nella intensità, sia media che efficace, si ha anche quando prima dell'introduzione dell'auto l'apparecchio non dà il fenomeno di W. ma è in quello che s'è chiamato 1° stadio cioè di semplice elettrolisi. In un caso p. e. con elettrolisi ho avuto l'intensità media di 0,45 ampére che salì, introdotta l'auto, a 0,95 producendosi il fenomeno.

Secondo il Pellat il fatto si spiega supponendo che il valore assoluto medio di $\frac{di}{R\,d\,R}$, dove i è la intensità della corrente ed R la resistenza variabile dell'apparecchio, sia minore alla chiusura del circuito che alla apertura. In tal modo, e con qualche altra supposizione, indicando con A

1) Comp. rend. 128°, p. 732.

una espressione positiva, si può mettere la intensità media sotto la forma

$$i_m = \frac{E\theta}{rT} + A\frac{L}{T}$$

dove T è il periodo del fenomeno; θ la porzione di periodo durante la quale il circuito rimane chiuso; r la resistenza minima assunta; L l'autoinduzione ed E la f. e. m. Il 2° termine del 2° membro aumenta infatti con L, ma la spiegazione proposta non ha alcun valore quando si rifletta che il variare di L porta variazione anche in T ed in θ come, del resto, lo stesso A. aveva ritenuto possibile, e può darsi che produca variazioni anche nel valore medio di $\frac{di}{R\,dR}$.

Ma, limitandosi a confrontare il comportamento dell'apparecchio quando funziona da *interruttore* e quando da semplice *voltametro* può invece ragionarsi nel modo seguente. Nell'istante nel quale il liquido si stacca dall'elettrodo pei gas formatisi, sia per effetto termico che elettrolitico, se nel circuito c'è sufficiente autoinduzione perchè l'apparecchio possa funzionare da interruttore, si avrà una scintilla *d'apertura* la quale arroventerà la punta eliminando da essa i gas raccoltivi e la depolarizzerà. Al successivo contatto del liquido colla punta, questa si troverà depolarizzata e verrà a polarizzarsi tanto meno quanto più sollecito sarà il distacco successivo ed alta la temperatura raggiunta. In altre parole, durante il funzionamento del W. la punta dovrà considerarsi per nulla o debolmente polarizzata e ciò tanto meglio quanto più elevata sarà la temperatura raggiunta dalla punta, ond'è che quelle cause che faranno diminuire questa temperatura, verranno a diminuire l'intensità media della corrente. Come conferma di questo modo di vedere può invocarsi l'azione di un condensatore posto in derivazione ai serrafili dell'interruttore, e che avrà l'effetto di attutire la scintilla di apertura, e quella di un'autoinduzione aggiunta in serie che avrà invece l'effetto di rendere più energica la scintilla stessa: sempre, in circostanze differentissime, il condensatore ha fatto

abbassare la intensità media della corrente, come s'è visto, e l'auto l'ha fatta innalzare. Quando invece l'apparecchio non è che un voltametro, ossia si ha elettrolisi permanente, la punta è polarizzata al massimo e dovrà tenersi conto, se sarà elevata la densità di corrente impiegata, della f. contro e. m. relativa all'elettrodo di minor superficie e dovuta sia alla polarizzazione, che all'effetto Peltier od a coppie locali ecc. ed inoltre della resistenza creata alla superficie di contatto della punta coll'elettrolito.

È vero adunque che nell' *interruttore* la corrente passerà per una sola porzione del periodo, ma durante tale porzione la f. e. m. risultante dovrà considerarsi maggiore che nel *voltametro* e la resistenza minore, e potrà darsi benissimo che queste circostanze compensino la minor durata del fenomeno nel valore medio della intensità.

Il fenomeno di Wehnelt nel campo magnetico.

§ 8. L'azione del campo magnetico è stata già considerata da A. Rossi [1]) e da Federico e Baccei [2]) ma ho creduto opportuno riprendere lo studio cercando di pormi in condizioni di maggior semplicità di funzionamento.

A tale scopo, usando la forma originale dell'apparecchio di W., ho avuto cura:

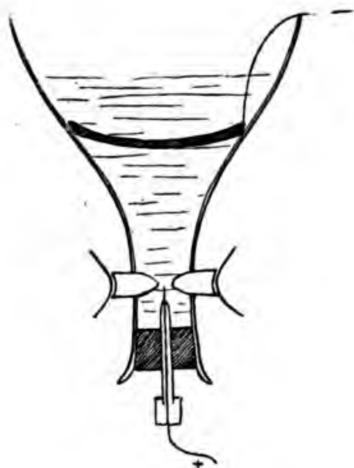
1° di porre l'elettrodo attivo verticale, in basso, colla punta verso l'alto, in modo che le bolle, sia nel loro formarsi che dopo staccate, fossero sensibilmente simmetriche intorno alla verticale. quando il campo non esistesse.

2° di eliminare ogni scintilla in circuiti secondarii eventualmente collegati al circuito del W. e ciò per mantener costante l'impedenza di questo.

Dopo alcuni tentativi la disposizione adottata è stata quella della fig. 2. Due espansioni di ferro dolce, ricoperte di un velo di cera, penetrano nell'interno del recipiente, lasciando fra loro una distanza di cm. 0,8, ed esternamente

1) Atti Acc. Torino 1898-99, p. 508.
2) Nuovo Cimento S. IV, T. 11°, p. 141.

sono lavorate in modo da poter aderire alle espansioni di una grossa elettrocalamita di Faraday. Il campo magnetico,



nella parte centrale, fra le espansioni interne, è determinato in funzione della intensità della corrente che traversa le eliche dell'elettrocalamita, per mezzo di misure preliminari fatte col metodo balistico.

Fra le espansioni, all'altezza del loro asse od inferiormente a questo, secondo i casi, termina l'elettrodo di minor superficie, costituito al solito da filo di platino del diametro di mm. 0,5 e di lunghezza variabile da mm. 0,2 a 3,0 facendolo scorrere entro tubetto di vetro. Superiormente è l'altro elettrodo costituito da un disco di P_b del diam. di cm. 3, leggermente incurvato in modo da facilmente liberarsi delle bolle di gas che su di esso arrivano.

Sperimentando con questo apparecchio mi sono imbattuto in un fenomeno che ha certamente principale importanza nell'azione del campo magnetico sul W. e cioè *gli spostamenti che assumono, sotto l'azione di un campo magnetico, i gas svolti nella elettrolisi, in relazione alle linee di corrente elettrica che si trovano sul loro percorso.*

Nella disposizione sopra descritta, con filo di platino pochissimo sporgente, quando si ha elettrolisi pura, si osserva una catena ininterrotta di bollicine percorrere verticalmente il tratto che separa i 2 elettrodi, ma appena si eccita il campo la catena si piega lateralmente ed il senso e la grandezza della deviazione sono legati al senso e intensità del campo e della corrente dalla regola di Ampére.

Scegliendo forma e posizione opportuna per l'elettrodo superiore, si hanno spostamenti nelle bolle ai quali fa seguito la rotazione dell'intiero liquido. L'effetto può intendersi come dovuto all'azione magneto-elettrica sul liquido percorso dalla corrente, tenendo conto della alterazione che le bolle producono sulla distribuzione delle linee di corrente.

§ 9. Mettiamoci nelle condizioni nelle quali si ha il 3° stadio ossia si formano bolle isolate, a grandi intervalli di tempo. L'effetto del campo comincia a rendersi sensibile con 2000 cgs. e si trova costantemente essere nel senso della esperienza che qui riporto come esempio:

In derivazione sul W. trovasi un voltmeter, che misura la differenza di potenziale efficace, ed in serie un amperometro che dà l'intensità media della corrente complessiva che passa pel W. e pel voltmeter. Il periodo di formazione di ciascuna bolla è di 1",25.

Durante la formazione l'amperometro segna 0,10 a. ed il voltmeter 46 v.: ad ogni distacco l'intensità va a 0,16 ed il potenziale a 45. Facendo agire un campo di 3500 cgs., indifferentemente in un senso e nell'opposto, la durata diviene 1",5 e mentre intensità e potenziale non risentono modificazioni durante la formazione della bolla, al distacco diventano rispettivamente 0,20 e 44.

In altre parole nel 3° stadio l'effetto del campo è di:

1° Aumentare il periodo di formazione di ciascuna bolla.

2° Aumentare l'intensità massima corrispondente al distacco di ogni bolla.

3° Diminuire la differenza di potenziale.

Nel 4° stadio, cioè quando si produce il vero e proprio fenomeno di W., tutto il torrente di bolle, staccantesi dalla punta, viene piegato dal campo magnetico e le variazioni da questo prodotte sulla intensità e sul potenziale sono nello stesso senso che nel 3° stadio ma molto più cospicue.

Le esperienze vengono fatte con campi variabili da 1000 a 3500 cgs.

Colla stessa disposizione precedentemente descritta si ha, al crescere dell'autoinduzione, coll'introdurre del ferro nei rocchetti posti in serie col W.:

Senza campo magnetico		Con campo di 3000 cgs.	
Diff. pot. eff. volta	Intensità media ampère	Diff. pot. eff. volta	Intensità media ampère
44	1,40	20	1,50
50	1,35	20	1,50
56	1,15	40	1,30

L'effetto è indipendente dal senso del campo.

Il suono dato dal W. sempre si abbassa notevolmente al prodursi del campo, e talvolta fino alla cessazione completa del fenomeno stesso, al quale segue la elettrolisi pura. Ciò non è in accordo colle esperienze dei sigg. Federico e Baccei poichè in quelle il campo lasciava inalterato il numero delle interruzioni, ma è da notare che l'elettrodo attivo nelle esperienze di quei fisici era superiore, mentre in queste si trovava al basso.

L'accordo si ha invece su altri punti. I sigg. Federico e Baccei trovano che il campo fa diminuire la durata dell'interruzione o, dirò meglio, della resistenza massima: ciò deve portare un aumento nella intensità media, come appunto trovo io. Inoltre essi trovano che il campo magnetico aumenta l'irregolarità di funzionamento del W.; infatti poichè variazioni di potenziale efficace nello stesso senso di quelle constatate ai capi del W. si constatano anche ai capi delle

autoinduzioni, ne viene che, disponendo in serie coll' interruttore il primario di un Rumkorff, il campo magnetico dovrà produrre una diminuzione nella differenza di potenziale efficace ai capi del secondario: e, mantenendo costante la distanza fra le sfere dello spinterometro, potrà darsi che essendo essa, senza campo, inferiore alla distanza esplosiva, divenga talvolta superiore all'agire del campo.

Da quanto s'è detto risulta chiaro che *l'azione del campo magnetico riesce dannosa nella applicazione del fenomeno di W. all' interruttore di corrente continua.*

UN METODO SEMPLICE PER PRESENTARE IN ISCUOLA LE ESPERIENZE FONDAMENTALI DI RADIOATTIVITÀ.

Nota di G. A. BLANC.

È un'idea generalmente invalsa che le esperienze di radioattività siano assai difficili, se non impossibili, a presentarsi nelle scuole secondarie, a cagione della loro delicatezza, e sopratutto del costo elevato dei preparati che si ritengono essere necessari per eseguirle.

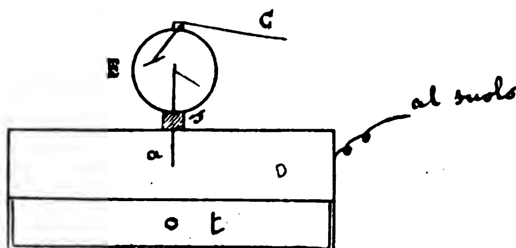
La presente nota ha per iscopo di mostrare come, con un apparecchio facilissimo a costruirsi e con prodotti il cui prezzo è alla portata di tutti, si possano presentare ad una scolaresca i fenomeni fondamentali della radioattività.

La sostanza di cui si farà uso per queste esperienze sarà l'*idrato di torio*. Per preparare questo sale si scioglieranno in acqua una diecina di grammi di nitrato di torio (il nitrato di torio costa da 30 a 40 cent. il grammo), e vi si aggiungerà dell'ammoniaca sino a eccesso; il precipitato bianco di idrato di torio verrà raccolto su di un filtro, lavato diligentemente con acqua distillata, e seccato al sole o in una stufa, dopo di che lo si ridurrà in polvere fina entro un mortaio.

È da notarsi che, non appena preparato, questo idrato di torio non si mostra adatto alle esperienze che ora verranno descritte, e ciò perchè nella preparazione anzidetta viene asportato il *torio X*, prodotto di disintegrazione del torio stesso, al quale sono dovuti buona parte degli effetti che si vogliono porre in evidenza; il torio non riacquista le perdute proprietà se non dopo trascorse un paio o tre di settimane, per cui, volendo eseguire queste esperienze sarà necessario premunirsi in tempo opportuno. Del resto, una volta preparato, il sale potrà servire indefinitamente, non subendo le sue proprietà alcuna alterazione sensibile coll'andare del tempo.

Supponiamo dunque di possedere una diecina di grammi di idrato di torio, finamente polverizzati e preparati da qual-

che settimana: l'apparecchio che ci permetterà di eseguire le nostre esperienze è quello rappresentato nella figura; esso consta di una cassa rettangolare metallica (di latta o di ottone), di circa cm. 4 × 9 × 9, munita nel centro della parete superiore di un'apertura, sulla quale viene ad adattarsi un elettroscopio E, a foglia d'alluminio e isolante di solfo *s*; un cassetto mobile *t*, a buona chiusura, permette di introdurre nell'interno dell'apparecchio il corpo di cui si vuol constatare l'attività.



Detta attività verrà, com'è noto, indicata dalla conduttività acquistata dall'aria contenuta nell'apparecchio, vale a dire dalla velocità con cui il sistema isolato *a* perderà la sua carica, ossia, ciò che è lo stesso, dalla velocità di caduta della fogliolina d'alluminio.

Allo scopo di aumentare la sensibilità dell'apparecchio conviene di dare al sistema *a* una piccola capacità, scegliendo all' uopo un filo metallico, rigido ma sottile, e dando alla fogliolina d'alluminio le più piccole dimensioni possibili.

La carica viene comunicata al sistema isolato mediante un contatto C movibile dall' esterno, coll'aiuto di una pila secca, o d'una semplice bacchetta di ceralacca elettrizzata per strofinio.

L'immagine della fogliolina d'alluminio verrà finalmente proiettata su di uno schermo portante una scala.

Ecco ora quali sono le esperienze che si potranno eseguire, dopo di aver dato, naturalmente, alla scolaresca i ne-

cessari chiarimenti intorno ai fenomeni radioattivi in generale, ed alla conduttività elettrica dei gas [1]).

Emanazione radioattiva.

Il torio, come il radio, ha la proprietà di produrre continuamente un gas radioattivo al quale viene dato il nome di emanazione.

Secondo la teoria della disintegrazione atomica, l'atomo di emanazione non sarebbe altro che uno dei prodotti della disgregazione dell'atomo di torio. L'attività dell'emanazione sarebbe dovuta poi al fatto che questa a sua volta si disgrega, dando luogo ad un nuovo tipo di materia di cui torneremo a parlare in seguito.

Per dimostrare che il torio produce continuamente un gas radioattivo, basta, dopo aver caricato l'elettroscopio, introdurre nel cassetto dell'apparecchio i dieci grammi d'idrato di torio, previamente disposti in un piattello metallico; nei primi istanti susseguenti alla chiusura dell'apparecchio, la fogliolina d'alluminio incomincerà a cadere molto lentamente, la perdita di carica essendo dovuta in massima parte alla ionizzazione prodotta dalle radiazioni emesse dalla massa del sale di torio; tale caduta della fogliolina andrà tuttavia accelerandosi sempre più, finchè, dopo trascorsi due o tre minuti, si osserverà, caricando nuovamente l'elettroscopio, che essa avviene con notevole velocità. Ciò si deve al fatto che l'emanazione prodotta continuamente dal torio si diffonde nell'aria dell'apparecchio, ionizzandola fortemente.

Se ora, operando rapidamente, si estrae dall'apparecchio il piattello contenente il torio, e si richiude immediatamente il cassetto, si vedrà che la conduttivià dell'aria non cessa istantaneamente, ma che essa va invece diminuendo lentamente, finchè, dopo trascorsi alcuni minuti, diventa inap-

1) Chi volesse presentare agli alunni un'esperienza elegante, che si presti a far capire quale s a il meccanismo della conduzione dell'elettricità attraverso i gas, la troverà descritta nel sunto di una conferenza del Prof. Sella, pubblicato negli Atti dell'Associazione Elettrotecnica Italiana (Vol. V. fasc. 3.°),

prezzabile. Ciò mostra che l'emanazione prodotta dal torio, e mescolatasi per diffusione all'aria dell'apparecchio, perde le sue proprietà radioattive gradatamente coll'andare del tempo.

Se invece poi di richiudere il cassetto subito dopo aver estratto il torio, si soffia nell'apparecchio in modo da scacciarne l'aria carica di emanazione, si vede il moto della fogliolina arrestarsi immantinente.

Radioattività indotta.

Un corpo, dopo essere rimasto per un certo tempo in presenza di un preparato di torio o di radio, mostra un'attività la quale va poi scomparendo più o meno rapidamente. Questo fenomeno viene designato col nome di radioattività indotta, abbastanza impropriamente del resto, giacchè dallo stato attuale delle nostre conoscenze risulta che tale attività è dovuta ad un deposito di materia radioattiva, i cui atomi non sono altro che il residuo della disgregazione degli atomi di emanazione. Perchè l'attività indotta si manifesti su di un corpo, occorre infatti che questo si trovi in contatto diretto coll'emanazione.

Per mettere in evidenza cotesto fenomeno, si coprirà, durante i due o tre giorni precedenti quello dell'esperienza, con una lamina di qualunque sostanza (metallo, legno, vetro, ecc.) il piattello contenente l'idrato di torio. La lamina dopo tale trattamento provocherà, se introdotta nella cassa dell'apparecchio di dispersione, una rapida caduta della fogliolina di alluminio.

Si mostrerà poi che il materiale radioattivo deposto dalla emanazione sulla lamina può venir rimosso soffregando quest'ultima con un pezzetto di carta smerigliata fina; la carta, dopo questa operazione, si mostrerà a sua volta dotata di proprietà radioattive.

Carattere complesso della radiazione.

Come è noto i raggi Becquerel si dividono in tre categorie, ossia raggi α, β e γ, i quali si distinguono pel loro

diversissimo potere penetrante. Senza voler entrare in una discussione minuta delle proprietà di questi raggi, si potrà facilmente dimostrare il carattere complesso della radiazione emessa dalla lamina attivata nel modo anzidetto; per far ciò basterà, dopo di avere notato la velocità di scarica dell' elettroscopio quando nel cassetto trovasi detta lamina, ricoprire quest'ultima con un semplice foglio di carta; così facendo si vedrà la dispersione diminuire considerevolmente. I raggi che maggiormente contribuiscono agli effetti di ionizzazione sono infatti i più facilmente assorbiti, e precisamente quelli detti raggi α.

Usando poi di alcune cautele, si potrà mettere in evidenza una leggera ionizzazione dovuta ad una radiazione penetrante capace di attraversare le pareti dell' apparecchio (raggi β e γ); per far ciò occorrerà porre la lamina attivata fuori dell'apparecchio di misura, ma nelle sue vicinanze immediate.

Si potrebbero a queste aggiungere molte altre esperienze, fattibili mediante pochi grammi di idrato di torio, ad esempio sullo scintillio provocato nella blenda esagonale dai raggi α, sull'azione fotografica dei raggi Becquerel, ecc. Siccome tuttavia queste esperienze si prestano male allo scopo didattico, non mi fermerò a descriverle. A me infatti premeva soltanto di richiamare l'attenzione degli insegnanti delle scuole secondarie sulla facilità con cui si possono eseguire in iscuola le esperienze fondamentali di radioattività.

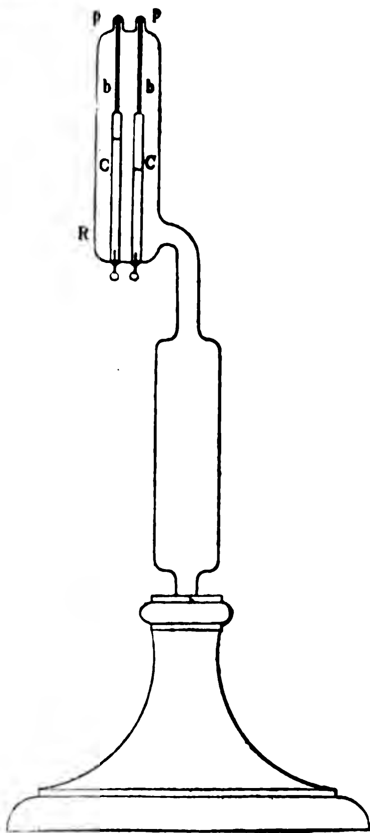
Roma — Istituto Fisico della R. Università.
Luglio 1907.

APPARECCHIO DA LEZIONE,

del Dott. UGO GRASSI.

La figura rappresenta un apparecchio [1]) che ho trovato comodo per mostrare la validità della legge di Faraday negli sviluppi gassosi prodotti da una piccola macchina elettrostatica ad induzione.

I due elettrodi di platino entrano sotto due campanine *cc* tenute verticalmente da due bastoncini *bb* impegnati nelle cu-



1) L'Amministratore del " Nuovo Cimento ", sig. Alfredo Lavacchini, si offre di fornirlo, franco di porto in Italia, per L. 12.

pole *pp*. L'apparecchio riempito di acqua acidula fino ad R all'incirca, va vuotato con una pompa fino ad una pressione di circa 1 cm. di mercurio, indi chiuso alla lampada. Capovolto l'apparecchio si fa penetrare la soluzione nelle due campanine dando dei piccoli colpi con il palmo della mano contro *p p*.

Basta una piccola macchina elettrostatica per produrre un copioso sviluppo di gas il quale apparisce sensibilmente doppio in volume al polo negativo che non al positivo, poichè la differenza di pressione prodotta dal dislivello del liquido riesce trascurabile. Con la proiezione si può rendere visibile anche meglio il fenomeno ad un uditorio numeroso.

Per riprodurre la esperienza si capovolge l'apparecchio e si riempiono nuovamente le due campanine come si è detto sopra. Anche dopo averla ripetuta un centinaio di volte l'apparecchio è sempre servibile, perchè a causa delle piccole dimensioni delle campanine in confronto dello spazio vuoto la pressione nell'interno viene ad essere aumentata di poco dai precedenti sviluppi gassosi.

Nel costruire l'apparecchio si deve aver cura che la sua superficie interna sia molto pulita perchè altrimenti i fenomeni di adesione turbano la riuscita quantitativa della esperienza.

L'idea che informa questa mia disposizione non è nuova, poichè come constatai quando avevo già scritto questa piccola nota, il compianto prof. Gilberto Govi in una comunicazione fatta già nel luglio 1887 alla R. Accademia di Napoli, fra l'altro, tratta di una esperienza che « dà modo di provare nella scuola e con mezzi semplicissimi, l'azione chimica della elettricità ordinaria » e consiste nel far passare per un voltametro con acqua acidulata posto sotto la campana della macchina pneumatica la corrente della macchina di Holtz. Lo sviluppo delle bollicine sui due elettrodi appariva copioso e più sul negativo mostrando benissimo qualitativamente la differenza in volume dei due gas.

Non di meno penso che la buona forma da me data a questa esperienza da lezione possa interessare, perchè fornisce in maniera facile e facilmente riproducibile la verificazione quantitativa della legge di Faraday.

IL CONCETTO DI MASSA
nell' insegnamento elementare della Meccanica

Discussione fatta in seno alla Società Italiana di Fisica

§ 1. Uno degli scopi che la Società di Fisica si propose, nelle sue sedute del corrente anno scolastico in Roma, è stato quello di uno scambio d' idee *sui metodi e sui criteri dell' insegnamento.*

A questo proposito il Presidente, prof. V. Volterra, nell'iniziare i lavori, osservava come la Matematica avesse da tempo intrapreso un severo esame critico dei propri principi fondamentali e come fosse desiderabile che la Società nostra si facesse iniziatrice di una tale revisione anche per la Fisica la quale era ancora ben lontana dalla precisione logica ormai raggiunta nella Geometria. Certamente la precisione di linguaggio e la correttezza nella definizione dei principi fondamentali che si ha nella Matematica non si può sperare di ottenerla nella Fisica, per la natura stessa di questa scienza preponderantemente sperimentale, ma qualche progresso può certo ottenersi. Perchè p. e., Egli osservava, nelle teorie dell'Elasticità e del Calore adoperare un linguaggio riferentesi all'ipotesi molecolare, mentre la trattazione delle singole parti non lo richiede affatto?

Nella esposizione dei principi fondamentali di una scienza devono distinguersi due procedimenti distinti secondo che ci si rivolge a chi conosce già la scienza stessa od a chi ne è perfettamente digiuno. Mentre nel primo caso di null'altro ci si deve preoccupare che di collegare le varie nozioni in un tutto logico e rigoroso ed è indifferente il corpo di postulati che se ne pone a base, nel secondo si deve tener conto della

maggiore o minore facilità colla quale le nozioni stesse possono rendersi famigliari al principiante. Questa maggiore o minor facilità deriva, fra altro, dalle cognizioni che l'individuo già possiede, e relative a Scienze affini, come pure dal come storicamente certi concetti sono andati sviluppandosi, pur ammettendo col Mach [1]) che « sono delle circostanze « storiche accidentali che determinano il fenomeno adottato « per punto di partenza » in un determinato sviluppo. È del secondo procedimento che la Società di Fisica volle occuparsi e cioè del *modo migliore di porre i concetti fondamentali della Fisica nell' insegnamento elementare di essa.*

Cominciando dalla Meccanica, dopo avere esposto le nozioni di Cinematica, ci si imbatte nei concetti di *Massa* e di *Forza* che occorre precisare. È su quello di Massa che la Società di Fisica, per iniziativa del socio Vanni, si è intrattenuta, ed i soci Ing. G. Giorgi e Prof. G. Vailati, uniti al sottoscritto, furono incaricati di fare il resoconto della discussione e di completarla perchè potesse essere di guida nelle nostre scuole secondarie.

§ 2. Il socio Vanni preoccupandosi delle imperfezioni esistenti nella definizione newtoniana di Massa espose un procedimento diverso da quello classico, inspirato dai lavori del Kirchhoff e del Mach e fondato su due postulati (pag. 90) dovuti al Blondlot ed introdotti nella Meccanica razionale dell' Appell.

Al Vanni rispose il socio Silla sostenendo, nelle varie sedute che seguirono, il metodo ordinariamente impiegato nelle Scuole e che si scosta dal newtoniano in ciò che la Massa non vi è introdotta come quantità di materia ma bensì come rapporto fra forza ed accelerazione. Vari altri entrarono nella discussione quali i soci Alessandrini, Ascoli, Bisconcini, Bonetti, Castelnuovo, Giacomelli, Giorgi, Goretti, Piola, Sella, Vailati, Zambiasi, ecc., con osservazioni di differente natura: nella impossibilità di dare un resoconto fedele delle varie opinioni sostenute i soci stessi furono invitati a comunicarle per iscritto e si pubblicano integralmente le comunicazioni

1) La Mécanique. Paris 1904, pag. 313.

pervenute, richiamando specialmente l'attenzione sopra uno schema di lezione esposta dal Castelnuovo e che ebbe il generale consentimento dei presenti.

Si aggiungono alcune importanti osservazioni trasmesse dal Prof. G. A. Maggi al quale si rendono grazie.

Come interessante complemento viene dato, a cura del Pochettino, un cenno degli studi del Landolt e di altri sulla invariabilità della Massa nelle reazioni chimiche già esposti in una delle sedute della Società.

Sui recenti studi dell'Abraham, del Lorentz, del Langevin, del Planck, del Righi ecc. intorno alla Massa la Società non si intrattenne; solo si esposero le ricerche del Cremieu sull'influenza del mezzo nella Attrazione universale, dai risultati delle quali nulla è lecito concludere di sicuro.

Il materiale raccolto non getta sufficiente luce sull'argomento della Massa, poichè esso rivela solo alcune delle concezioni di essa mentre sembra necessario conoscere le principali, pur volendo restringere la scelta fra quelle delle quali si occupò la Società nella discussione. A tale scopo è stato affidato al socio Giorgi di elencare le diverse concezioni di massa e concetti annessi che sono state proposte e che possono avere interesse nell'insegnamento.

Le comunicazioni dei soci Silla, Castelnuovo, ecc. da una parte e quelle dei soci Vanni e Maggi dall'altra mostrano due tendenze differenti a dedurre la Dinamica da postulati sperimentali: poco o punto si dice intorno alle esperienze che conducono ai postulati stessi. Non dimenticando lo scopo didattico della discussione, apparisce necessario dover colmare la lacuna, poichè la scelta di una via o dell'altra nell'insegnamento elementare deve appunto essere subordinata alla maggiore o minore facilità di convincere lo studente della verità dei principii che si tratta poi di ammettere. In relazione a ciò è stato affidato al socio Vailati l'esame comparativo delle esperienze relative alle due tendenze, quali risultano dai testi principali, e le considerazioni che esso suggerisce.

§ 3. Nella trattazione newtoniana è definita la *massa* come *quantità di materia*, ritenendo tale concetto come primitivo. Ma, se è ben vero, come osserva il Prof. Goretti (pag. 98)

che questo concetto noi l'abbiamo chiaro quando si paragonano corpi della stessa natura e nelle identiche condizioni fisiche, è anche vero che ci viene completamente a fallire qualora si tratta di corpi di natura differente. Per questi bisogna postulare la loro sostituibilità nel moto, cioè ritenere che siano costituiti da uguali quantità di materia i corpi che, in pari circostanze, si comportano ugualmente: in altre parole definire la quantità di materia per mezzo della massa e non l'opposto.

Esclusa la definizione newtoniana, la discussione svoltasi in seno alla Società di Fisica, in ultima analisi, si ridusse a stabilire se la *massa* dovesse definirsi indipendentemente dalla *forza* e quindi questa per mezzo di quella e dell'accelerazione, o non piuttosto, definita staticamente la forza, la massa dovesse essere data per mezzo di questa e della accelerazione.

Un criterio assoluto per la scelta non l'abbiamo, poichè talvolta ci troviamo dinnanzi a problemi nei quali entra solo uno dei concetti e nulla si guadagna ad introdurvi l'altro, o nei quali i concetti stessi entrano separati come quando, osserva il prof. Ascoli (pag. 101), si vuole il lavoro richiesto da un treno nei periodi di acceleramento.

§ 4. Le esperienze fondamentali conducenti alla definizione della *massa,* mediante appello al principio dell'uguaglianza di azione e reazione, dalle considerazioni del Vailati (pag. 121) emerge chiaro essere poco convenienti in un insegnamento elementare. P. e., nelle esperienze del Mach, si impiega il ben noto apparecchio col quale per solito, nelle Scuole, si mostrano le leggi della forza centripeta, ma per giovarsi di esso alla definizione di massa occorre che il giovane abbia acquistato la conoscenza dell'accelerazione nel moto circolare uniforme. Il Mach questa accelerazione la trova col metodo dell'*Odografo* di Hamilton, e si può immaginare di dedurla in altri modi ma tutti non troppo semplici nè adatti per giovani appena iniziati allo studio della Meccanica. Le esperienze suggerite dal Love sull'urto congiungono alle difficoltà di cinematica altre gravi di ordine fisico.

Fu osservato (pagg. 91 e 107) che, seguendo il procedimento indicato si arriva ad una definizione per le masse che ha

una grande analogia con quella degli *equivalenti chimici.* Questa analogia certo serve a rendere meno difficile pel principiante l' adozione del concetto, ma non è da dimenticare che, mentre nella Chimica numerose esperienze descritte e ripetute illustrano e giustificano il fatto che le varie sostanze intervengono nelle combinazioni sempre in quantità proporzionali a certi numeri caratteristici delle sostanze stesse, nulla può farsi di simile in meccanica se non ricorrendo alle esperienze che, come abbiamo accennato, richiedono per essere interpretate cognizioni che nell' allievo non possono supporsi. Il professor Maggi (pag. 107) osserva che non meno difficili gli sembrano le esperienze per verificare la definizione della massa per mezzo del peso, ma mentre in questo caso le difficoltà si incontrano *talvolta,* nell' altro si incontrano *sempre.*

Il Mach arriva ai postulati che esso designa con A e C (pag. 105 in nota) e che corrispondono al 2° dell'Appell. Non volendo ritenere, come i più non vogliono [1]), il principio d'inerzia come sovrabbondante, l' Appell l' introduce col primo dei suoi postulati: « Un punto materiale, supposto solo, non assume accelerazione ». Ora, che significato ha questo sotto tal forma? Come si può parlare di accelerazione di un punto *supposto solo* senza voler contemporaneamente ammettere il concetto newtoniano di spazio assoluto? Poichè a questo, in ultima analisi, si riduce l' esistenza degli assi di riferimento dei quali si parla nella esplicazione del postulato stesso [2]).

Non è privo d' interesse il notare che mentre l'Appell si fonda sui postulati sopra indicati nella sua Meccanica razionale, in quella elementare non si scosta dalla ordinaria definizione di massa come rapporto fra forza ed accelerazione.

§ 5. Pur non condividendo le idee del Mach sul genere di esperienze che conducono alla definizione di massa, il Vailati consente con esso nel ritenere che il confronto fra le *accelerazioni* che *corpi diversi* assumono sotto l' azione di una *stessa forza* è quello specialmente atto a dare un contenuto

1) Enriques. I problemi della Scienza. Bologna 1906. pag. 420.

2) Appell. Traité de Mecanique rationelle. 2.a ed. Paris 1902, v. 1, pag. 82.

concreto al concetto di massa. In tal modo viene definito il rapporto fra masse per mezzo di quello fra accelerazioni e, scelta una massa campione, si viene alla misura della massa senza aver bisogno di quella della forza.

Considerazioni storiche danno ragione in modo evidente della importanza del confronto, ma è pure necessario riconoscere che lo strumentario attuale mal si presta a tale scopo.

Le esperienze proposte su piani, anche se non vogliono essere quantitative, vengono a risentire tali effetti dall'attrito da mascherare quelli che si tratta di porre in evidenza poichè nella diminuzione che assume, quando venga caricato, l'accelerazione p. e. di un carrello che si muove orizzontalmente, sotto una certa forza, l'allievo non può distinguere quanto sia dovuto all'aumentata massa e quanto all'aumentato attrito.

Non vale aggiungere che non ci si deve preoccupare dell'attrito in queste esperienze più di quello che non si faccia studiando l'equilibrio nelle macchine semplici, poichè in questo caso l'attrito viene a concorrere cogli effetti che si tratta di provare mentre in quello la cosa è differente.

Forse si potrebbero ottenere discreti risultati con treni di carrelli, tutti identici, p. e. costituiti ciascuno da una carrucola scorrente sopra un filo orizzontale e portante il carico inferiormente al filo: si farebbero vedere i differenti effetti di una stessa forza sopra un differente *numero* di carrelli.

Fra gli strumenti attualmente usati nelle Scuole per queste dimostrazioni l'unico pratico a mio parere, malgrado le critiche che ha suscitato, è la macchina di Atwood. Questo apparecchio serve bene a constatare quantitativamente il moto prodotto in uno stesso corpo da una forza costante ed a paragonare gli effetti, sempre in uno stesso corpo, di forze differenti; ma disgrazitamente si presta male a misure quando si tratta di paragonare gli effetti di una stessa forza sopra corpi differenti. Entrano in tal caso in gioco le parti rotanti e difficilmente queste possono ridursi trascurabili in confronto a quelle in moto traslatorio ed è pur da considerare l'attrito variabile col carico.

Le esperienze che possono descriversi, tratti dalla vita comune, o che possono farsi, in questo senso, collo strumentario attuale, sono troppo grossolane perchè riescano a convincere l' allievo in modo da costituire il fondamento di una definizione tanto importante quale è quella di massa.

Il confronto fra le *forze* che *corpi diversi* richiedono per assumere *uguali accelerazioni*, come vorrebbe il prof. Bonetti (pag. 102), presenta difficoltà analoghe alle precedenti. Il confronto invece delle *accelerazioni* prodotte sopra uno *stesso corpo* da *forze differenti*, note staticamente, riesce molto più facile e viene a dimostrare, con molta chiarezza, l' esistenza, per ogni corpo, di un'*invariante* caratteristica, nel moto, del corpo stesso. Allo scopo, dopo numerosi richiami ai fatti della vita quotidiana che riescano di per loro a dare i primi rudimenti dell'idea che si tratta di porre, molto utilmente potrà essere impiegata la macchina di Atwood. A proposito di questo, come di qualsiasi apparecchio troppo complicato, il prof. Ascoli (pag. 100) ha osservato che l'uso nelle scuole può essere dannoso per i troppi particolari sui quali spesso s'indugiano gli insegnanti e che sviano l'attenzione degli allievi da ciò che è veramente essenziale. L' appunto è giustissimo, ma non sembra dover esso portare alla conseguenza di proscrivere questo prezioso apparecchio dalle nostre Scuole. Piuttosto sarebbe opportuno che la macchina perdesse quell'aspetto monumentale sotto il quale essa prende posto in taluni Gabinetti di Fisica, che nei testi la figura che la rappresenta non fosse che schematica, ridotta solo ad una puleggia col filo ed i pesi e che l' insegnante si limitasse nella descrizione solo a questa.

§ 6. Sarebbe desiderabile che i perfezionamenti notevoli portati nello strumentario per le altre branche della Fisica, venissero pure introdotti nella Meccanica.

L' abbandono nel quale questa parte, a tale riguardo, da molto tempo è lasciata, ha la sua spiegazione nella tendenza a considerarla sempre meno come Fisica e sempre più come Scienza che si può dedurre da pochi postulati ammessi a priori.

« Dopo il periodo dell'induzione — dice il Picard [1]) — « che è l'età eroica della Dinamica, è venuto il momento nel « quale ci si è sforzati di dare ai principii una forma defini- « tiva e nel quale lo sviluppo matematico compie un ufficio « essenziale ». E ciò, aggiungiamo, anche nell'insegnamento elementare — il che non dovrebbe essere. Molto giustamente osserva a tale proposito il Mach [2]) che: « se non si conoscono « i principii altro che sotto la loro forma matematica astratta « senza averli messi in presenza dei fatti semplici e palpabili « che sono ad un tempo loro applicazione e la sorgente dalla « quale l'uomo li ha tratti, non li si comprenderà che a « metà ».

§ 7. Un'osservazione devesi fare prima di chiudere. Tutta la Dinamica è fondata sul concetto di *punto materiale* ed è vano sforzarci a definire la massa quando non ci si sia intesi su questo. E qui capitano delle gravi difficoltà [3]) che non vengono eliminate colla definizione riportata dal Dott. Silla (pag. 95).

Il prof. Maggi [4]) non crede che il punto materiale sia suscettibile di una definizione abbastanza chiara per valersene come pietra angolare della Dinamica. Egli evita la difficoltà prendendo felicemente le mosse dalla *accelerazione media* e dalla figura *materiale* per la quale l'accelerazione media è definita come il valor medio della accelerazione dei suoi punti [5]). Senonchè il Maggi stesso aggiunge nella lettera qui riprodotta...... « non saprei cosa trovare di meglio (del punto materiale) per « una esposizione elementare. Per questa non serve certa- « mente la figura materiale ».

Dunque? Dunque la difficoltà c'è ed è grave e fino a che gli studiosi non riescano a dirimerla è raccomandabile molta prudenza nell'uso di questo concetto.

1) Picard. La Science moderne. Paris 1905, pag. 100.

2) L. c. pag. 205.

3) Enriques, l. c. pag. 379.

4) Maggi. Réflexions sur l'exposition des principes de la Mécanique rationelle. L'Enseignement Mathématique, 1901, p. 240.

Presente lavoro pag. 106.

5) Maggi. Principii della Teoria matematica del movimento dei corpi. Hoepli, 1896, p. 149.

§ 8. Dall'esame delle comunicazioni qui raccolte appariscono molte divergenze sul modo più opportuno di porre il concetto di massa, ed altre divergenze apparirebbero di certo se tutti avessero esposto le loro idee. E notevole è specialmente questo che quegli stessi che furono incaricati di coordinare e mettere l'accordo nelle idee degli altri non hanno trovato l'accordo completo nemmeno nelle proprie, ond'è che ognuno di essi ha creduto di esporre il proprio modo individuale di vedere. Ciò presenta il vantaggio che ciascun socio avrà un materiale abbondante sul quale esercitare la critica e differenti vie da mettere a prova nella Scuola.

Per parte mia sembrami possa dirsi che nell'insegnamento elementare è opportuno seguire, per introdurre il concetto di massa, il metodo ordinariamente impiegato che trovasi esposto sinteticamente nella lezione del Castelnuovo e p. e. nel Trattato di Fisica del Roiti [1]), in quello del Chwolson [2]), nelle Lezioni di Meccanica razionale del Levi-Civita [3]) ecc. coll'avvertenza però di trovare il modo, sia collo strumentario attualmente in uso, sia con altro più adatto che possa esser proposto, di comparare oltre alle azioni di differenti forze sullo stesso corpo anche, e specialmente, quelle di una stessa forza su corpi differenti.

F. Piola.

Comunicazione del prof. G. Vanni.

Una esposizione chiara, completa e rigorosa dei concetti fondamentali di massa e di forza, la quale possa introdursi nell'insegnamento elementare della Meccanica nelle Scuole secondarie, è, a mio avviso, ancora da desiderare.

Newton, nella sua Filosofia naturale (Edit. III^a di Le Seur & Jacquier) definisce la *massa* come « *la quantità di materia*

1) Firenze, 1904.
2) Traité de Physique. Paris, 1906, V. 1°. p. 72.
3) Padova, 1907. (Litografie), parte 2^a.

che costituisce un corpo » [1]) e nella « Definitio I^a » dice che essa si misura col « *prodotto del volume per la densità* » [2]). Tale definizione, mentre è poco soddisfacente nella sua prima parte (la massa è la quantità di materia di un corpo) esige nella seconda (ove afferma che si misura col prodotto del volume per la densità), la definizione della parola « *densità* » la quale, invece, non può darsi se non dopo il concetto di massa. È da notare tuttavia che, malgrado i suoi difetti, la definizione newtoniana è, forse, la sola la quale contenga un concetto concreto e sensibile della parola massa, indipendentemente dal modo particolare con cui questa si misura. Essa dà quindi il modo di associare, come dice il Maxwell [3]), una serie di atti e di sensazioni con le definizioni dei concetti fondamentali della Meccanica. È, probabilmente, per questa ragione, che la definizione data da Newton, è adottata, senza modificazione, da vari autori, fra i quali basterà citare Thomson e Tait [4]), Maxwell [5]) e Poisson [6])

Dal concetto di massa, si può, secondo Newton, dedurre il modo di misura della forza (definita come la causa che fa variare lo stato di riposo o di moto uniforme e rettilineo di un corpo) per mezzo del II principio o legge del moto (proporzionalità delle forze alle accelerazioni). Secondo tale principio, chiamando F, F'. . . . . i valori della forza agente sopra un determinato corpo, γ, γ'. . . . le accelerazioni corrispondenti, si ha:

$$\frac{F}{\gamma} = \frac{F'}{\gamma'} = \ldots = \text{costante}\,.$$

1) « Hanc autem quantitatem (materiae) sub nomine corporis vel massae in sequentibus passim intelligo ».

2) « Quantitas materiae est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim ».

3) Maxwell. « La Chaleur ». Edizione francese di G. Mouret, p. 112.

4) Thomson-Tait. Treatise on natural phylosophy. Edit. 1879, vol. 1, part. 1, p. 220.

5) Maxwell. Matter and Motion. London 1894, p. 39.

6) Poisson. Traité de Mécanique. 3.eme edit. revue par J. Garnier. Bruxelles 1838, pag. 3.

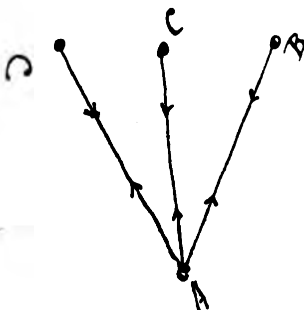
Questo rapporto costante della forza alla corrispondente accelerazione, *si ammette* appunto che sia la massa o quantità di materia già definita. In guisa che si ha:

$$F = m\gamma .$$

Questo è, in breve, il modo di esposizione e deduzione dei principî fondamentali relativi alla massa ed alla forza, secondo la Meccanica classica di Newton. Una deduzione di questi principî esige, tuttavia, per essere chiara e rigorosa, molti sviluppi e dimostrazioni, specialmente quando si tratta di passare dal caso di forze applicate ad un solo e medesimo corpo, a quello di forze applicate a corpi diversi. Si può avere un' idea di tale trattazione, consultando le « Leçons de Mécanique élémentaire » de O. Bonnet (Paris 1858) uno dei pochi libri elementari dove l'argomento è svolto col dovuto rigore.

Ma si può anche procedere diversamente, e dare, sopratutto, del concetto quantitativo di massa una definizione più completa e soddisfacente. Questo nuovo procedimento, inspirato ai lavori di Kirchhoff e di Mach, è quello adottato dal Blondlot nelle sue « Notions de Mécanique à l' usage des élèves de Physique » (Nancy 1896) ed è esposto nel « Traité de Mécanique rationnelle » di Appell (2ème edit. Paris 1902, t. 1, pag. 81). Ecco brevemente in che cosa consiste.

Ammettiamo i seguenti postulati: 1° Un punto materiale, supposto solo, non assume accelerazione (principio dell'iner-



zia). 2° Due punti materiali posti in presenza, determinano, l'uno sull'altro, delle accelerazioni di senso opposto secondo

la retta che li unisce, il cui rapporto è costante ed indipendente dalle condizioni fisiche che determinano l'accelerazione (elettrizzazione, attrazione newtoniana ecc.).

Ciò posto, consideriamo due punti materiali A e B e siano γ_a e γ_b le rispettive accelerazioni che prendono per la loro azione mutua. Se indichiamo con m_a un numero positivo scelto ad arbitrio, che riterremo come caratteristico del punto A, potremo scrivere

$$\frac{\gamma_b}{\gamma_a} = \frac{m_a}{m_b}$$

essendo m_b un numero che caratterizza il punto B e dipendente solo dalla natura dei punti A e B.

Sia ora C un altro punto materiale in presenza di A; avremo, chiamando m_c un altro numero caratteristico della coppia A e C

$$\frac{\gamma_c}{\gamma_a} = \frac{m_a}{m_b}$$

e così via, per quanti si vogliano punti D, E .... P, Q .... posti in presenza di A.

Consideriamo ora la serie dei numeri

$$m_a \,,\ m_b \,,\ m_c \,,\ \ldots\ m_p \,,\ m_q$$

e supponiamo che si voglia determinare il rapporto delle accelerazioni γ_p e γ_q che prendono due punti qualunque P e Q della serie, posti in presenza l'uno dell'altro; si hanno in tal caso, le uguaglianze evidenti:

$$\frac{\gamma_p}{\gamma_q} = \frac{\dfrac{\gamma_p}{\gamma_a}}{\dfrac{\gamma_q}{\gamma_a}} = \frac{\dfrac{m_a}{m_p}}{\dfrac{m_a}{m_q}} = \frac{m_q}{m_p}$$

vale a dire che il cercato rapporto è uguale al rapporto inverso dei numeri m corrispondenti, nella serie sopra indicata.

Come si vede, i numeri m che misurano le masse corrispondono ai rapporti inversi delle accelerazioni assunte dai punti materiali a cui si riferiscono quando agiscono l'uno

sull'altro; ed è notevole l'analogia che essi hanno con i numeri proporzionali, caratteristici degli elementi chimici; come questi, i numeri esprimenti la massa non sono fissati se non quando è determinato il valore assoluto di uno di essi, preso come termine di confronto.

Dalla definizione di massa, si passa immediatamente a quella di forza. Se un punto di massa m subisce una certa accelerazione γ (definita in grandezza, direzione e senso) per effetto della azione di altri punti materiali, noi diremo, per definizione, che esso è sottoposto ad una forza

$$F = m\alpha$$

che ha la stessa direzione e senso della accelerazione.

È facile vedere, infine, che il principio newtoniano della *azione* e *reazione*, si deduce come conseguenza necessaria, da questa definizione di forza e dai principî precedenti.

Il procedimento suesposto è, come si vede, abbastanza semplice ed è, senza dubbio, rigoroso. Ha l'inconveniente di dare solo la misura numerica della massa, senza indicarne il concetto concreto e sensibile, che si trova invece, sia pure incompiutamente, nella definizione newtoniana. Si tratta ora di vedere se, nell'insegnamento elementare della Meccanica, convenga sostituirlo alla esposizione solita dei concetti di massa e di forza, fatta secondo i sistemi newtoniani. Io credo che sia conveniente il farlo, dato che si ritenga opportuno di introdurre nell'insegnamento dei rudimenti della Meccanica e della Fisica, quel rigore che si vuole oggi nella esposizione dei principî della Matematica elementare. Sono, d'altronde, convinto che una esposizione completa dei concetti di massa e di forza esiga un numero non indifferente di postulati, di sviluppi e di dimostrazioni, come può vedersi nella citata opera del Bonnet. Il metodo del Blondlot e del Mach, esposto dall'Appell, è invece molto più semplice e rigoroso. In ogni caso se, per ragioni di convenienza didattica, si vuole attenersi al metodo newtoniano, converrà che l'insegnante indichi esplicitamente, e ponga bene in evidenza, i postulati che si ammettono.

Comunicazione del dott. L. Silla.

L' esposizione classica dei principî della Meccanica è fondata sulla nozione di forza, che è generalmente definita *causa* del movimento o anche di tendenza al movimento, quando l'effetto della forza sia impedito o sospeso da un' altra causa (Poisson). Ma fu osservato, fin da L. Carnot, che la forza, quando venga definita come causa, può concepirsi solo in modo astratto, come qualcosa di troppo vago ed oscuro, giacchè quella definizione, essendo applicabile alle cause più diverse di equilibrio e di movimento, rimane del tutto indeterminata. E il Carnot stesso, nei suoi « Principes fondamentaux de l' équilibre et du mouvement » pubblicato nel 1783, abbandona il concetto metafisico di forza e riduce lo studio meccanico dei fenomeni ad una semplice teoria di « comunicazione di movimenti » ossia ad una teoria cinematica del moto, precedendo a tanta distanza di tempo il Mach, il Clifford e il Boltzmann. Recentemente, infatti, il Mach ha voluto stabilire in modo preciso il concetto di massa, escludendo ogni idea di forza, e quasi contemporaneamente al Mach, il Clifford, in un discorso tenuto alla « Royal Institution » nel 1873, afferma che « nessun matematico può attribuire un senso qualsiasi al modo con cui si discorre di materia, di forza e d' inerzia, nei testi usuali di meccanica ». Nell' opera postuma del Clifford « The common sense of the exact Sciences » si troverà un capitolo sulle leggi del movimento e sulla massa, e inoltre vi si troverà svolta l' idea di ridurre tutta la Dinamica ad una trattazione cinematica dei fenomeni di movimento.

Ora in una esposizione della Meccanica, puramente deduttiva e logica, la forza è introdotta come un ente analitico e sprovvisto di un vero carattere fisico e la Statica è ridotta ad un caso particolare della Dinamica. La massa o non è definita o se ne dà una definizione che non ha un contenuto sperimentale e non presenta un interesse didattico: tutta la esposizione dei principî della Dinamica, appunto perchè si prescinde dall' intuito, non riesce chiara e soddisfacente ed è necessario, per quanto assai difficile, il sussidio dell' esperienza per stabilire i principî ammessi.

Si può però, senza bandire la nozione fisica di forza dai principî della meccanica, introdurla fin dagli elementi della Statica, come una nozione primitiva, precisando gli effetti delle forze, i soli cioè che si presentino alla percezione ed all' osservazione dei nostri sensi, e rendendo quegli effetti numericamente paragonabili fra loro, per quanto diverse siano le cause che li producono. Così, ad esempio, nella Statica, la nozione *soggettiva* di forza può essere data da una pressione da una tensione, da uno sforzo od anche da una sensazione di disagio, quando si voglia impedire che un corpo prenda un certo movimento. Ebbene: senza indagare sulla natura intima della forza, si può, fondandosi sulle esperienze, stabilire staticamente la nozione di forza in modo così preciso da introdurla nei calcoli come un elemento numerico qualunque, dandone altresì un' immagine geometrica espressiva. Noi chiamiamo, infatti, direzione e senso di una forza applicata ad un punto, la direzione e il senso secondo cui il punto prenderebbe a muoversi se fosse completamente libero ed in riposo. E siccome l' esperienza prova che il movimento del punto può essere impedito da una forza di senso opposto, si può stabilire il concetto di una certa forza uguale alla prima. Dalla uguaglianza si passa alla somma di due e quindi di un numero qualsiasi di forze e successivamente alla nozione di forza multipla di un' altra secondo un numero *n*. E poichè, conformemente all'esperienza, una pressione, uno sforzo qualsiasi può essere ripetuto con la tensione di un filo inestendibile, prodotta da un peso conveniente, si perviene alla misura statica delle forze. Una forza qualunque sarà così individuata dal punto di applicazione, dalla direzione (con un certo senso) e da una lunghezza (intensità) riportata dal punto di applicazione sulla direzione della forza, la quale con il suo rapporto all'unità di lunghezza, dà il rapporto della forza a quella presa per unità. La rappresentazione statica delle forze si ottiene dunque col sussidio di due esperienze, delle quali la prima (esperienza fondata sul movimento) stabilisce la direzione ed il senso della forza, e la seconda (esperienza statica) ci determina l'intensità (per mezzo di un peso, in un dato luogo). È utile però di osservare che se per la misura statica delle

forze è necessario di ricorrere al movimento, non è tuttavia necessario di supporre nessuna relazione fra le forze ed i movimenti impressi, basta cioè di riconoscere i rapporti numerici delle forze. Invece per stabilire i principî che conducono alla definizione di una massa, bisogna tener conto delle velocità prodotte dalle forze e stabilirne il rapporto, come ora vedremo.

1° (Definizione). Un punto materiale è una particella di materia tale che, condotta una retta per un punto di essa, e in una direzione qualsivoglia, soltanto una porzione infinitesima della retta appartiene alla particella. Si può così ammettere, affinchè la velocità di un punto materiale abbia un significato preciso, che nel moto di esso le traiettorie descritte dai suoi diversi punti, si confondano in una curva unica.

2° (Postulato d'inerzia). Un punto materiale in quiete, sul quale non agisce nessuna forza, rimane in quiete. Se nessuna forza agisce sopra un punto materiale in movimento, il moto del punto è rettilineo ed uniforme, cioè a dire il punto materiale avrà un' accelerazione nulla. Questo principio, che è un portato dell' intuito, dell' esperienza e di osservazioni sui corpi celesti, dichiara sostanzialmente che un punto materiale non ha in sè stesso l' attitudine a muoversi od a modificare il moto rettilineo ed uniforme che attualmente possiede, ossia che non può acquistare un' accelerazione se non per l'azione di altri punti materiali. Si ha così la nozione dinamica di forza come un' azione *acceleratrice* che si esercita sopra un punto materiale per opera di altri punti materiali, e questa azione nasce, come mostra il complesso dei fenomeni naturali, dalle azioni che i corpi esercitano fra di loro. La forza è, quindi, fondata sul concetto *oggettivo* e cinematico di accelerazione, e noi rappresentiamo una forza con un vettore che ha per punto di applicazione il punto materiale, per direzione e senso la direzione e il senso dell' accelerazione e per intensità la misura statica della forza. Questa rappresentazione vettoriale dinamica della forza coincide con la rappresentazione statica che si ha quando il movimento del punto materiale sia impedito da un ostacolo o da altre forze.

3° (Postulato). Forze staticamente uguali producono, sopra uno stesso punto materiale, accelerazioni uguali.

4° (Postulato: indipendenza degli effetti delle forze). Più forze F_1, F_2 ... (delle quali è nota la misura statica) imprimano separatamente ad uno stesso punto materiale le accelerazioni rappresentate rispettivamente dai vettori j_1, j_2, ... : la risultante statica delle forze F_1, F_2, ... imprimerà allo stesso punto materiale un' accelerazione j, che è rappresentata dal vettore risultante dei vettori j_1, j_2, ...

5° (Corollario: proporzionalità delle forze alle accelerazioni). In particolare se le forze F_1 e F_2 sono uguali ad F, ed hanno lo stesso senso, ciascuna imprime al punto materiale un' accelerazione j; quindi una forza 2 F imprime ad uno stesso punto un' accelerazione $2j$. In modo analogo la forza 3F imprimerebbe un' accelerazione tripla, $3j$, di quella impressa dalla forza F. E in generale, se due forze sono fra loro nel rapporto di due numeri m ed n, ossia sono rappresentate da mF ed nF, le accelerazioni impresse staranno fra loro come $m : n$; cioè a dire: Le forze (misura statica) sono proporzionali alle accelerazioni che esse imprimono allo stesso punto materiale. Si può riconoscere questa verità mediante l' esperienza, ad esempio, che si fa col piano inclinato, il quale permette di far variare a piacere la forza applicata ad uno stesso punto materiale e però di misurare rigorosamente le velocità impresse nello stesso tempo.

6° (Definizione: massa di un punto materiale). Per un punto materiale il N. 5 conduce all' equazione $\frac{F}{j} = \text{costante}$; indicando con m la costante, il valore numerico di m dipenderà esclusivamente dalle unità di misura che si sono scelte. Ma fissate queste unità, F ed j sono espresse da numeri e risulta un valore numerico determinato pel rapporto $\frac{F}{j}$ ossia per m. Orbene chiameremo *massa* di un punto materiale il coefficiente $\frac{F}{j}$, cioè il valore del rapporto fra la misura statica della forza applicata al punto e la misura dell'accelerazione impressa.

7° (Corollario: masse eguali). Se una forza F imprime ad un punto materiale l'accelerazione j e una forza uguale F imprime ad un secondo punto materiale la stessa accelerazione j, avremo $\frac{F}{j} = m_1$, $\frac{F}{j} = m_2$, donde $m_1 = m_2$. Noi diremo che due punti materiali hanno masse uguali, quando forze uguali imprimono ai due punti accelerazioni uguali.

Se una stessa forza F opera su due masse m_1 ed m_2, dette j_1 e j_2, le accelerazioni corrispondenti, avremo $\frac{m_1}{m_2} = \frac{j_1}{j_2}$, cosicchè si può misurare una massa come rapporto di accelerazioni, riferendosi ad una massa unitaria.

8° (Corollario: proprietà additiva delle masse). Se due forze F_1 ed F_2 imprimono a due punti materiali di masse rispettive m_1 ed m_2 la stessa accelerazione j, la forza $F_1 + F_2$ imprimerà al punto materiale $m_1 + m_2$ (che si ottiene dalla riunione dei due punti materiali m_1 ed m_2) ancora la stessa accelerazione j. Si ha. cioè, $\frac{F_1}{j} = m_1$, $\frac{F_2}{j} = m_2$; donde

$$\frac{F_1 + F_2}{j} = m_1 + m_2 .$$

Circa i principî su esposti osserverò che, quando si voglia, partendo dai principî della Dinamica, arrivare alla misura delle masse, il postulato dell'inerzia (che si potrebbe dichiarare non necessario per la *misura* delle masse), serve a stabilire il carattere fondamentale necessario *accelerativo* delle forze, altrimenti si potrebbe ammettere sia che un punto materiale soggetto ad una forza si muove di moto rettilineo ed uniforme, sia che un punto materiale non soggetto a forza, possa accelerare il proprio movimento.

Il postulato del N. 3 permette di stabilire il principio della proporzionalità delle forze alle accelerazioni, come conseguenza logica del principio di Galileo sulla indipendenza degli effetti delle forze. Questo ultimo principio si trova poi enunciato in forma più generale di quello che sarebbe necessario per stabilire la misura delle masse: basterebbe infatti

supporre che le forze, le quali operano simultaneamente sul punto, avessero la stessa direzione.

Il principio del N. 7 permette la sostituibilità, nel movimento, di una certa massa con un' altra uguale, ma di materia diversa.

Infine il principio additivo delle masse, del N. 8, conduce alla misura della massa di un corpo qualunque, che si consideri come un aggregato di punti materiali.

Non occorre dire che, per la misura delle masse, ho potuto limitarmi alla considerazione di forze costanti.

Comunicazione del prof. C. Goretti.

Tutte le diversità di parere nella definizione di massa, mi sembra che, salve alcune eccezioni, provengano dal volere restringere tal definizione più di quanto conviene. Osservo come la massa dell' elettrone sembra dipendere, almeno secondo alcuni, da altri fattori che non influiscono nella massa nei campi ordinarî, qual' è per es. la velocità; d'altra parte fo notare che, specialmente nell' insegnamento secondario non sembra conveniente escludere positivamente l' idea di materia dalla definizione di massa, mentre nel concetto più familiare che ne abbiamo vi è inclusa certamente, come lo prova l' uso domestico della bilancia colla quale nè istituiamo semplicemente un confronto di forze, nè cerchiamo il rapporto fra la forza d'attrazione terrestre e l'accelerazione g, ma solo cerchiamo di misurare una certa quantità di materia determinata: e questo rimane vero ancorchè noi non sappiamo dare la definizione di materia.

E a questo proposito si potrebbe notare non esser poi troppo esatto il dire che noi manchiamo affatto del concetto di quantità di materia; giacchè tutti concedono che non illogicamente riteniamo un dato volume di piombo, ad es., contenere una quantità di materia doppia di quella contenuta in un volume uguale alla metà del primo. Trasportando quindi, per un postulato facilmente ammissibile, questo ragionamento a materie diverse potremmo senza assurdità ammettere che una quantità

di oro la quale presenti una massa 3,5,7 volte maggiore della massa di una certa quantità di ferro, contenga una quantità di materia 3,5,7 volte maggiore. Si verrebbe così, come giustamente osservò il prof. Vailati, a definire implicitamente la quantità di materia, partendo dal concetto di massa.

Concludendo proporrei di definire la massa come un *coefficiente d' inerzia misurato dal rapporto della forza alla accelerazione,* e dipendente dai costitutivi del corpo (materia ecc.) e talora anche dalle circostanze in cui questo si trova (velocità per gli elettroni . . . .).

Comunicazione del prof. E. Alessandrini.

Dalle precedenti discussioni si è rilevata l'importanza e la difficoltà di stabilire con chiarezza e con rigore il concetto fondamentale di massa fin dal principio del corso di fisica nelle scuole secondarie. Disgraziatamente però tale concetto, invece di svilupparsi e chiarirsi nel seguito del corso, si annebbia e si confonde con un concetto del tutto differente: quello di peso. La ragione principale di tale confusione sta nell' impiego di una sola parola, Chilogrammo, per indicare, sia l' unità di peso, sia l'unità di massa. Alcuni autori scrupolosi hanno cura di far notare la differenza, e parlano di Kg. peso e Kg. massa, ma una tale distinzione non è pratica nè efficace; rimane sempre l' identità delle parole, e facilmente dalla identità delle parole si passa a quella delle idee. Tale confusione si manifesta anche in alcuni libri di testo in cui p. es. si definisce il Chilogrammetro come il lavoro necessario a sollevare un chilogrammo all'altezza di un metro: si parla dunque implicitamente di Kg. massa, mentre in realtà si tratta di Kg. forza.

Il mezzo migliore e il più semplice per eliminare tale confusione, sarebbe quello di conservare la parola Chilogrammo per l'unità di massa e adoperare un' altra parola per l'unità pratica di forza. Qualcuno potrebbe obbiettare che ormai la parola Chilogrammo è diventata di uso comune, ma come fece giustamente osservare il prof. Goretti, essa è adoperata quasi

sempre nel suo vero significato di massa: quando si comprano 3 Kg. di merce, si acquista la materia e non la forza.

In quanto all' unità da scegliersi per la misura pratica delle forze, questa potrebbe essere un multiplo della dine, p. es. la megadine, e se la parola si trovasse troppo lunga si potrebbe o farne una contrazione o crearne addirittura un'altra.

E come le unità pratiche di potenza e di lavoro, il watt e il watt-ora sono ormai diventate di uso comune, così la nuova unità pratica di forza, introdotta e adoperata nei libri di testo, non tarderebbe molto a diffondersi dalla scuola alla vita pratica.

Osservazioni del prof. M. Ascoli.

Il prof. Ascoli, a proposito della macchina di Atwood, osservò che, malgrado la sua ingegnosità e la precisione della dimostrazione, non pare adatta per chiarire le idee dei giovani principianti la cui attenzione si ferma più sui dettagli costruttivi che sulla dimostrazione. È una osservazione che si estende a tutte le dimostrazioni sperimentali di leggi fisiche fatte con mezzi ed apparecchi troppo complicati, specialmente se l'insegnante, come spesso accade, si ferma a descrivere i particolari di questi apparecchi, spesso più difficili a comprendersi e ritenersi che non la legge che si vuol dimostrare. Val più una dimostrazione immediata anche se grossolanamente approssimata. È preferibile per le leggi della gravità e pel concetto di massa il piano inclinato; ed è bene aggiungere molti fenomeni di osservazione quotidiana nei quali chiaramente si distingue la massa dal peso.

A proposito dell' esempio, citato da uno dei presenti, di un treno ferroviario, ha notato come esso sia molto opportuno per dimostrare la facilità della confusione tra Kg. peso e Kg. massa, come pure per metterne in evidenza la distinzione. Durante il moto uniforme orizzontale l' unico sforzo che la macchina deve superare è costituito dagli attriti, che sono una certa frazione del peso; quello che entra quì in giuoco è il *peso* del treno: il lavoro della macchina è questa frazione

del peso moltiplicata per il cammino percorso (trascurando la resistenza dell'aria): qui importano dunque i Kg. o le tonn.-peso. Lo stesso se la linea è in salita o discesa: nel qual caso alla detta frazione se ne aggiunge o sottrae un'altra (peso $\times$ inclinazione). Invece durante i periodi di accelerazione o di rallentamento, oltre al peso come sopra, entra in giuoco la massa. La locomotiva deve sviluppare un lavoro uguale alla somma di quello corrispondente alla detta frazione del *peso* + la variazione della forza viva avvenuta nel medesimo tempo; nel primo termine interessa il peso, nel secondo la massa. Il primo termine, a pari percorso, varia colla pendenza, colla lubrificazione degli assi, collo stato del binario ecc., il secondo è affatto indipendente da tutti questi elementi e dipende unicamente dalla massa del treno e dalla velocità.

Ha detto anche come sia bene raccogliere il maggior numero possibile di esempi dalla esperienza immediata e giornaliera (sforzo del cavallo visibilmente maggiore all'avviamento che durante il moto uniforme ecc.) e che con questi esempi si può mettere in chiaro il significato fisico della definizione delle masse (da forza e accelerazione) che altrimenti rimane troppo astratta.

Con questi sussidi anche nell'insegnamento elementare non si può meglio definire la massa che in base alla forza (definita staticamente) e all'accelerazione.

Comunicazione del prof. F. Bonetti.

Non mi sembra opportuno, dal punto di vista didattico, che nell'insegnamento secondario, specialmente in quello liceale, per definire la massa si parta da idee lontane dall'esperienza diretta, troppo astratte e di carattere troppo matematico. A mio parere, conviene di più partire dal fatto ovvio o volgare che l'effetto di una forza non dipende solamente dalla grandezza in se stessa della forza, ma anche dal corpo in particolare sul quale la forza agisce. P. e. facendo il massimo sforzo muscolare si potrà lanciare un sasso ad una certa al-

tezza, ma, anche facendo il medesimo sforzo, non si potrà lanciare a questa altezza un sasso molto più grosso. Una persona potrà spingere per una strada piana un carrettino vuoto con una certa velocità; ma, se il carrettino è ben carico, non potrà dargli la stessa velocità. Lanciando su di un piano orizzontale con lo scatto di una molla palline diverse di volume e di materia, le velocità prese da queste palline sono notevolmente diverse. Da questi e da altri fatti semplicissimi si può dedurre che i diversi corpi non sono tutti egualmente facili ad essere messi in movimento o, meglio, presentano al moto difficoltà quale maggiore, quale minore, secondo il caso. L'effetto della forza dunque dipende anche da una qualche cosa d'intrinseco al corpo che si ha da muovere. Questa qualche cosa, questo *quid* da cui, oltre che dalla grandezza in se stessa della forza, dipende il movimento preso dal corpo è ciò che diciamo *massa* del corpo. La sua natura intima è inutile investigarla in un primo studio della meccanica; come è pure inutile investigare la natura intima di quell'ente che diciamo *forza*. Solo è necessario stabilire che la massa è una grandezza misurabile.

Per questa misura basta assumere che « le masse dei di-« versi corpi sono proporzionali alle grandezze delle diverse « forze necessarie per comunicare ad essi una medesima ve-« locità nel medesimo tempo » e stabilire un corpo campione come unità di misura della massa. È vero che questo assunto che ci dà la definizione della misura di massa, a rigore, va completato con qualche altro assunto secondario, ma io ritengo che è bene questi assunti secondari lasciarli impliciti nella mente degli alunni.

Sarà opportuno inoltre far notare agli alunni che, se si considera una specie determinata di materia, p. e. la materia « argento », si trova di fatto che la massa è proporzionale al volume (s'intende, a pari condizioni fisiche) e quindi alla quantità di materia rispettiva, e ciò giustifica il nome di « massa » tolto dal linguaggio volgare. Però non avrebbe senso il dire che in due pezzi uno di argento, l'altro d'oro, di massa eguale, la quantità di materia, considerata non più in specie, ma in genere, è uguale.

Accettando l'ipotesi dell'unità della materia, ipotesi di cui gli alunni hanno avuto già un cenno nelle lezioni di chimica in prima liceale, potrebbe darsi un senso preciso all'espressione « quantità di materia » senz' altro, intendendo con ciò il numero di atomi o elementi primordiali, tutti supposti eguali fra loro, dai quali risulterebbero i diversi atomi chimici e quindi in ultimo i diversi corpi.

Ammettendo allora che la difficoltà maggiore o minore, che i diversi corpi presentano al moto, dipenda unicamente dal numero maggiore o minore di atomi primordiali (atomi della materia unica fondamentale) che contengono, si potrà dire che « la massa è la quantità di materia di un corpo ».

Tutto questo peraltro va inteso come un tentativo di dare un' idea concreta della natura della massa e non come definizione di questa grandezza, che è una delle fondamentali della meccanica, non dovendo dipendere le definizioni di questa scienza, eminentemente positiva, da ipotesi che, per quanto plausibili, sono sempre ipotesi.

Comunicazione del prof. D. Mazzotto.

Considerare la massa come il coefficiente di proporzionalità che entra nella espressione algebrica della seconda legge del moto.

Schema di lezione sulla Massa esposto dal prof. G. Castelnuovo.

Esempi di forze: forza muscolare (effetto statico e dinamico); molla tesa; forza del vento . . .; forza di gravità.

Ogniqualvolta sopra un corpo fisso si esercita una pressione o tensione, o, per un corpo libero di muoversi, avviene un cambiamento di velocità, si dice che è intervenuta una forza, manifestatasi col suo effetto statico o dinamico. Definizione impossibile ed inutile; interessa solo saper misurare le forze. Due modi, secondo l'effetto della forza che si considera.

a) Misura statica. Dinamometro; sua graduazione, constatazione dell'esistenza di forze costanti in un esteso intervallo di tempo e di spazio (es. gravità).

b) Misura dinamica.

1° POSTULATO SPERIMENTALE: *una forza (staticamente) costante applicata ad un punto materiale induce su questo un moto uniformemente accelerato.* Data la forza, di valore statico f, e dato il punto, resta determinata l'accelerazione g. L'accelerazione impressa ad un determinato punto può prendersi come valore dinamico della forza.

2° POSTULATO SPERIMENTALE: *più forze costanti applicate ad uno stesso punto materiale inducono accelerazioni proporzionali ai valori statici delle forze.* In altre parole il valore dinamico di una forza è proporzionale al valore statico, finchè il punto materiale rimane lo stesso.

3° DEFINIZIONE: il rapporto $\frac{f}{g}$ tra il valore statico e il valore dinamico di una forza applicata ad un punto materiale, dipendente esclusivamente dal punto considerato, dicesi *massa* di questo punto. Definizione di massa di un corpo.

La misura della massa può fondarsi sul

4° POSTULATO SPERIMENTALE. *La gravità induce in tutti i corpi* (in una determinata regione della terra) *una stessa accelerazione.* Se dunque si indicano con $p, p', \ldots,$ i pesi e con $m, m', \ldots,$ le masse dei corpi stessi, risulterà

$$m = \frac{p}{g}, \; m' = \frac{p'}{g}, \ldots.$$

Dunque *la massa è proporzionale al peso* (in una regione limitata di spazio).

5° POSTULATO SPERIMENTALE: *La massa ha carattere additivo. Essa non dipende nè dalla posizione occupata dal corpo nello spazio, nè dalle trasformazioni fisico-chimiche che quello subisce.*

Cenno storico. — Nella meccanica terrestre di Galileo la distinzione tra peso e massa non si presenta. Due fatti ne hanno mostrato l'opportunità.

1°) Le osservazioni di Richer (1671-73) sulla variazione dell'accelerazione della gravità colla latitudine (per mezzo del pendolo) [1].

2°) l'estensione della Meccanica all'universo con Newton.

Però anche nella meccanica terrestre si sarebbe giunti a veder l'opportunità di una distinzione tra massa e peso [2].

Lettera del prof. G. A. Maggi.

Pisa, 7 maggio 1907.

Carissimo prof. Piola,

. . . .

A proposito dei principii della Meccanica, comincio coll'affermare che, avendovi costantemente ripensato, ed avendoli esposti, ormai da undici anni, nel mio corso all'Università, sempre più mi sono confermato nella preferenza pel metodo di Mach.

I principii di questo metodo si traducono nei postulati di Mach [3], ai quali però io credo che convenga recare qualche

1) Mach. Die Mechanik in ihrer Entwickelung. 4.a ediz. Leipzig 1901, pag. 265.

2) Idem, pag. 202-203.

3) Mach. Die Mechanick in ihrer Entwickelung dargestellt. 4.a edizione, Leipzig, 1901, pag. 258.

Per comodità del lettore credo opportuno riportare i postulati del Mach:

A. *Principio sperimentale.* — Due corpi in presenza l'uno dell'altro determinano l'uno sull'altro, in circostanze che devono essere date dalla Fisica sperimentale, delle *accelerazioni* opposte, secondo la direzione della retta che li unisce. (Il principio dell'inerzia si trova già incluso in questa proposizione).

B. *Definizione.* — Si chiama rapporto delle masse di due corpi l'inversa, presa con segno contrario, del rapporto delle loro accelerazioni reciproche.

C. *Principio sperimentale.* — I rapporti delle masse dei corpi sono indipendenti dalle circostanze fisiche, (siano elettriche, magnetiche o d'altra specie) che determinano le loro accelerazioni reciproche. Essi restano pure gli stessi tanto se le accelerazioni sono acquistate direttamente quanto indirettamente.

modificazione. Così, in primo luogo, non mi pare che il primo postulato implichi la legge dell'inerzia, non potendosi da ciò che è ammesso nell'ipotesi che un punto si trovi in presenza di un altro inferire ciò che avverrà quando un punto non è in presenza di nessun altro. Possiamo bensì enunciare, in base a quello e agli altri postulati, una legge simile per il centro di massa del sistema di un numero qualunque di punti materiali. In secondo luogo, trovo superflua la circostanza espressa che l'accelerazione di un punto in presenza di un altro abbia la direzione della retta congiungente i due punti: l'essenziale è che le accelerazioni dei due punti sieno eguali e contrarie. In terzo luogo, trovo conveniente postulare che l'accelerazione di un punto in presenza di un altro sia determinata dalla loro posizione relativa, come vuole Clifford — e si potrebbe aggiungere anche dalla loro velocità: allo scopo di meglio chiarire che cosa si deve intendere, nel postulato D, per l'accelerazione che un punto, in presenza di più altri, riceverebbe in presenza di ciascuno di questi separatamente.

Nella mia Meccanica [1]) io ho posto a fondamento la figura materiale (che si trova poi essere il corpo omogeneo), invece del punto materiale, concetto che fu adottato dal Love, ma passato, del resto, ch'io mi sappia, quasi inosservato, tanto che mi fece meraviglia che lo ricordasse l'Enriques nei suoi « Problemi della Scienza ». Io non credo infatti che il punto materiale sia suscettibile di una definizione abbastanza chiara per valersene come pietra angolare della Dinamica. D'altra parte, non saprei cosa trovare di meglio per una esposizione elementare. Per questa non serve certamente la figura materiale.

D. *Principio sperimentale.* — Le accelerazioni che più corpi A, B, C.... determinano sopra un corpo K sono indipendenti le une dalle altre. (Il teorema del parallelogramma delle forze è una conseguenza immediata di questo principio).

E. *Definizione.* — La forza motrice è il prodotto del valore della massa di un corpo per l'accelerazione determinata su questo. — F. P.

1) Maggi. Principii della Teoria matematica del movimento dei corpi. Hoepli, 1896.

Tornando ai postulati di Mach, che io ho adottato colle suddette modificazioni [1]) e sotto altra forma, trovo utile rilevare l'analogia dei postulati 1° e 2° (Proposizione A e C) colle leggi chimiche delle proporzioni definite e degli equivalenti. Difatti, la massa di un punto rispetto ad un punto campione ne risulta definita in modo analogo all' equivalente di una sostanza rispetto ad una sostanza campione. A chi mi osservasse che la verifica sperimentale non è altrettanto facile, troverei da rispondere che non è neppure tanto ovvio verificare coll' esperienza la definizione della massa per mezzo del peso (definizione di Hertz) — poichè, come pesare, ad esempio, la luna? — pesare, intendo, colla bilancia, come vuole Hertz [2]).

Altre considerazioni, che potrei aggiungere, uscirebbero dai limiti della discussione che loro interessa, e perciò le ometto, sebbene creda che difficilmente si possa giudicare di una specie di principii senza connetterli collo svolgimento del resto. E, p. e., io non so rendermi conto della preoccupazione di introdurre lo sforzo muscolare nel concetto della forza, considerando le applicazioni, nelle quali, anche restando in terra, se lo sforzo muscolare non è fra gli elementi del problema, io non vedo a che giova congiungerlo col concetto delle forze di altra natura. Che cosa si guadagna, nello studio delle pressioni sostenute dall' asse di una ruota in movimento, a considerarle come sforzi muscolari?

. . . .

Aff.mo Suo
GIAN ANTONIO MAGGI.

Sulla conservazione della massa nelle reazioni chimiche.

Comunicazione del prof. A. Pochettino.

Il concetto che i vari corpi da noi considerati come elementi siano in ultima analisi costituiti di una sola materia

1) L. c. § 206 e seg.
2) Hertz. Die Prinzipien der Mechanik, pag. 300, 301. Leipzig, 1894.

fondamentale unica per tutti, concetto che i recenti studi fisici e chimici permettono di non considerare più come assolutamente inverosimile, veniva in fondo formulato concretamente per la prima volta nella legge di *Prout* secondo la quale i pesi atomici degli elementi dovevano essere multipli interi di quello dell' idrogeno.

Malgrado che il perfezionarsi dei metodi di determinazione dei pesi atomici abbia presto fatto vedere come questa legge non sia verificata, molti, come il Marignac [1]), ne sostennero la generalità, non dissimulando la speranza che come per la legge di Boyle presto si giungesse a scoprire le cause delle deviazioni dalla legge di Prout. L. Meyer [2]) a sua volta ammette esplicitamente che gli atomi di qualsiasi elemento siano costituiti da particelle di una stessa materia (forse l'H), ma suppone che queste si trovino combinate entro l'atomo in proporzioni varie con una materia (etere luminoso) riempiente tutto lo spazio e forse non priva di peso; alla varia proporzione dell'etere contenuto sarebbero dovute le deviazioni dalla legge di Prout; il Nägeli [3]) invece, partendo dalla stessa ipotesi del Meyer, suppone che questo etere si trovi solo condensato sulla superficie delle particelle in modo diverso da corpo a corpo, ma a tale punto in tutti da avere un peso relativamente apprezzabile; nelle reazioni queste condensazioni dell' etere varierebbero e, secondo lui, potrebbe talvolta parte di questo etere andar dispersa nello spazio; ecco qui ammessa implicitamente per la prima volta la possibilità di una variazione di peso nelle reazioni chimiche.

Il primo a fare ricerche sperimentali dirette sulla conservazione del peso nelle reazioni chimiche fu lo Stas [4]): in cinque esperienze sulla sintesi dello joduro e del bromuro d' argento trovò una perdita di peso media di $\frac{1}{40.000}$ del totale, in due esperienze sulla dissociazione del $AgJO_3$ ottenne

1) Lieb. Ann. Supp. Band. IV, pag. 206, 1865.

2) Modernen Theorien der Chemie. 2 ed., pag. 293, 1872.

3) Mechanisch physiologische Theorie der Abstammungslehre. Anhang, 1884.

4) Nouvelles recherches sur les lois des proportions chimiques. 1865, p. 152.

una volta un aumento di peso di $\frac{1}{70.000}$ e una volta una diminuzione di $\frac{1}{72.000}$ del totale, egli conchiude quindi per la conservazione del peso tanto più che nelle prime esperienze la complicazione delle manipolazioni chimiche (trasformazione dell'Ag in Ag_2SO_4 e sintesi dell'HJ, reazione fra Ag_2SO_4 e HJ, precipitazione, decantamento e lavaggio dell'AgJ) non faceva sperare in una grande precisione. Alla stessa conclusione giunse il Kreichgauer [1]) il quale nella formazione del Bromuro e Joduro d'argento e nella cristallizzazione dell'acetato sodico da una soluzione satura trovò delle variazioni di peso che erano entro i limiti degli errori d'osservazione (minori di $\frac{1}{20.000.000}$ del peso totale).

Una serie più importante e più completa di determinazioni si trova nella prima memoria sull'argomento del Landolt [2]); i risultati ottenuti si possono riassumere cosi:

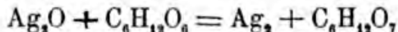
N.	Reazione studiata	Numero delle osservazioni	Variazione media di peso per 100 gr. di sostanze reagenti mmgr.	Errore medio delle pesate mmgr.	Osservazioni
I	$Ag_2SO_4+FeSO_4=2Ag+$ $+Fe_2(SO_4)_3$	3	$-0,112$	$\pm 0,023$	Si ebbe sempre diminuzione di peso.
II	$HJO_3+5H_2SO_4+5KJ=$ $=6J+5KHSO_4+3H_2O$	6	$-0,053$	$\pm 0,016$	Id.
III	$2J+2Na_2SO_3=2NaJ+$ $+Na_2S_2O_6$	4	$-0,005$	$\pm 0,015$	In due esperienze si ebbe aumento di peso e in due diminuzione.
IV	$CCl_3CH(OH)_2+KOH=$ $=CCl_3H+CHKO_2+H_2O$	2	$+0,005$	$\pm 0,024$	In ambedue le esperienze si ebbe aumento di peso.
V	Soluzione in H_2O di $CCl_3.CH.(OH)_2$	1	0	$\pm 0,013$	—

1) Verh. phys. Ges. Berlin, 23 Gen. 1891.
2) Zeit. f. phys. Chem. XII, pag. 1, 1893.

Da queste determinazioni apparisce dunque molto probabile che in qualche reazione si abbia veramente una variazione di peso; questa però è talmente piccola che nei riguardi delle deviazioni dalla legge di Prout non ha certo la importanza che presenta invece rispetto al principio della conservazione del peso.

Queste prime esperienze del Landolt non inspirano però molta sicurezza perchè nelle esperienze citate ai N. I e II e che sembrano le più concludenti non vi è proporzionalità nelle singole osservazioni fra la variazione di peso e il peso delle sostanze reagenti, di più dei 5 processi chimici studiati solo in due si ottennero risultati accennati ad una diminuzione di peso superiore agli errori medi delle pesate.

Data l'importanza dell'argomento altri sperimentatori si accinsero a verificare i risultati delle determinazioni del Landolt, di questi autori gli uni: Sanford e Ray, il Kahlbaum e il Lo Surdo non trovarono variazioni di peso, uno infine l'Heydweiller trovò confermati i fatti esposti dal Landolt. Sanford e Ray [1]) studiando la reazione:



$$Ag_2O + C_6H_{12}O_6 = Ag_2 + C_6H_{12}O_7$$

trovarono delle variazioni di peso dello stesso ordine dell'errore probabile delle pesate, e di più variabili di segno; conclusero quindi che in questa reazione non vi è variazione di peso.

Il Kahlbaum [2]) non trova parimenti variazioni di peso nella trasformazione dello Stagno grigio in Stagno bianco e viceversa. Analogamente il Lo Surdo [3]) studiando la reazione:



$$Fe + CuSO_4 = FeSO_4 + Cu$$

non trova variazioni di peso che superino l'errore probabile delle pesate.

Al contrario l'Heydweiller [4]) in una serie molto lunga di determinazioni trova dei risultati che darebbero ragione alle conclusioni del Landolt.

1) Phys. Rev. V, pag. 247, 1907.
2) Verh. Naturf. Ges. Basel, 16. pag. 441, 1903.
3) Nuovo Cimento, 1904 e 1906.
4) Ann. der Phys. 5, pag. 394, 1901.

I risultati ottenuti dall'Heydweiller si possono riassumere così:

N.	Processo chimico	Peso delle sostanze usate gr.	Variazione mass. di peso in mmgr. osservata	Numero delle esperienze
I	$Fe + CuSO_4$			
	$CuSO_4$ in soluzione neutra	77,7	— 0,026	2
	» » » alcalina	94,9	— 0,217	3
	» » » acida	121,5	— 0,158	2
II	Soluzione di $CuSO_4$ in acqua	62 gr. $CuSO_4$ in 147 gr. H_2O	— 0,126	4
III	Mescolanza di soluzione di $CuSO_4$ con H_2SO_4 diluito	Sol. $CuSO_4$ al 34,6 % Sol. H_2SO_4 al 23,7 % 148 gr. di sol. $CuSO_4$ 12, 37 gr. di sol. H_2SO_4	+ 0,014	1
IV	1) Mescolanze di soluzione di $CuSO_4$ con soluzione di KOH	Sol. $CuSO_4$ al 34,6 % Sol. KOH al 22,5 % 148 gr. di sol. $CuSO_4$ 12,25 gr. di sol. KOH	— 0,092	2
	2) Idem	Sol. $CuSO_4$ al 36 % Sol. KOH al 25 % 125 gr. sol. $CuSO_4$ 50 gr. sol. KOH	— 0,080	4
V	Acido acetico e ammoniaca	Sol. $C_2H_4O_2$ al 57 % Sol. NH_3 al 12 % 137 gr. sol. $C_2H_4O_2$ 139 gr. sol. NH_3	— 0,034	2
VI	Cloruro di Bario e H_2SO_4 diluito	Sol. $BaCl_2$ al 20 % Sol. H_2SO_4 al 24 % 120 gr. sol. $BaCl_2$ 50 gr. sol. H_2SO_4	— 0,016	1

L'errore probabile delle pesate ammontava a mgr. 0,01. Si vede: che in tutti i casi meno il III si ebbe sempre diminuzione di peso, che non si può rilevare alcuna relazione fra le variazioni di peso e la natura dei processi chimici studiati, che infine le diminuzioni di peso si ebbero tanto nei casi in cui si ha aumento di dissociazione elettrolitica (II) che nei casi di diminuzione (IV e VI), sia nei casi con variazioni di densità (II e VI) che nei casi con variazioni di permeabilità magnetica (I). Anche qui però non vi è proporzionalità nelle singole osservazioni fra peso delle sostanze reagenti e variazione di peso constatata, di più gli scarti fra i risultati delle varie pesate fatte nelle stesse condizioni superano l'errore probabile.

Finalmente il Joly [1]), mentre tutti gli autori precedenti si erano serviti nelle loro determinazioni della bilancia, volle studiare la questione con un metodo interamente diverso. Il processo chimico usato fu la soluzione $CuSO_4$ in acqua: alla estremità del giogo di una bilancia di torsione sensibilissima, disposto nel meridiano astronomico, si trovava un recipiente contenente le due sostanze separate. A mezzodì o a mezzanotte precise si faceva avvenire la soluzione: ad una diminuzione di massa doveva corrispondere un'accelerazione e viceversa. Di 14 esperienze effettuate in tal modo, 8 decisamente e 3 meno indicarono una diminuzione di massa, 2 accennarono ad un aumento e una risultò dubbia; in tutti i casi le variazioni furono piccolissime.

Specialmente dopo le esperienze di Heydweiller la questione aveva assunta un'importanza eccezionale, in moltissimi casi si era constatata una diminuzione di peso superiore agli errori d'osservazione! Quale spiegazione dare del fenomeno?

Lord Rayleigh [2]) non potendosi ammettere dopo le esperienze di Bessel e di Eötvös che la gravità vari colla natura del corpo su cui agisce, tenta un'obbiezione alle esperienze di Heydweiller sulla soluzione del $CuSO_4$ osservando che poichè si ha del $CuSO_4$ e dell'H_2O alle due estremità di un

1) Roy. Dubl. Soc. Trans. (2), 8, pag. 23, 1903.
2) Nature. 64, pag. 181, 1901.

tubo ad ∩ durante la prima pesata (prima cioè della soluzione), l'equilibrio non è completo, l'acqua tende a distillare sul sale e può così dar luogo a processi termici molto pericolosi per l'esattezza delle pesate. Ma l'Heydweiller [1]) ribatte che nella soluzione di $CuSO_4$ possibilmente neutra la diminuzione di peso non supera di molto gli errori di osservazione, mentre solo colla presenza di acido o alcali si ebbero forti diminuzioni. Il Rayleigh [2]) allora cerca se questa diminuzione di peso non è in contradizione colla termodinamica ragionando così: È noto [3]) che, operando convenientemente, la dissoluzione di un gas può ad una data temperatura essere riversibile; chiamiamo A e B i due stati del sistema e supponiamo che i materiali al livello del suolo siano nello stato A, portiamoli ad una certa altezza e facciamoli passare allo stato B, poi riportiamoli al livello del suolo e facciamoli ritornare allo stato A. Le due operazioni inverse effettuate sopra e sotto si compensano termodinamicamente, anche le operazioni di sollevamento e abbassamento si compensano se non c'è variazione di peso, ma se questa si verifica non c'è più compensazione e si ha contradizione colla termodinamica.

Comunque debba concepirsi il meccanismo del fenomeno, i fatti osservati restano e vari autori si accinsero a tentarne una spiegazione.

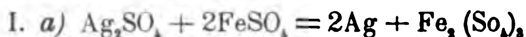
Primo il Lieben [4]) emette l'opinione che siccome nelle reazioni si hanno quasi sempre variazioni nella dissociazione è probabile che queste sieno accompagnate da assorbimento o perdita di elettroni a seconda che la dissociazione cresce o diminuisce. È da osservarsi però che allora non si spiegherebbe come nei processi di soluzione invece di aumento di peso si abbia una diminuzione. Si potrebbe ammettere ancora che le trasformazioni atomiche che avvengono permanentemente nel Radio e affini avvengano anche in altri corpi sottoposti a speciali trattamenti fisici (effetto fotoelettrico Hertz-Lenard) o chi-

1) Phys. Zeit. 3, pag. 425, 1902.
2) Nature. 66, pag. 58, 1902.
3) Nature. 11, pag. 454, 1875.
4) Phys. Zeit. 1900, pag, 237.

mici; è in fondo l'idea sostenuta tanto vivacemente dal Le Bon [1]. A questo modo di vedere si può però obbiettare: che le esperienze del Martinelli [2] compiute sulla soluzione di $CuSO_4$ e del $K_2Cr_2O_7$ e sulla riduzione del solfato d'argento con solfato ferroso in soluzione acida (processi nei quali vennero trovate forti variazioni di peso) provano come tali processi non siano accompagnati da jonizzazione dell'aria ambiente come avviene invece nei casi in cui avviene l'emissione di elettroni: che le esperienze di N. R. Campbell [3] dimostrerebbero che le reazioni che secondo Le Bon produrrebbero una jonizzazione dell'aria ambiente sono quelle accompagnate da forte sviluppo di calore come le soluzioni di cloruro di Calcio, di anidride fosforica, di tiosolfato di sodio, e le neutralizzazioni fra H_2SO_4 e KOH e fra HCl e NaOH e la jonizzazione osservata potrebbe ascriversi a questo sviluppo di calore: che infine il numero di elettroni emesso per spiegare la diminuzione di peso dovrebbe essere enorme.

È vero però che alle obbiezioni del Campbell il Le Bon risponde osservando che la jonizzazione osservata non si può ricondurre ad un effetto termico perchè mentre nell'idratazione del Solfato di Chinino durante il raffreddamento non c'è sviluppo di calore e c'è jonizzazione marcata, nell'ossidazione del Sodio c'è forte sviluppo di calore e non jonizzazione.

Le cose stavano a questo punto quando le ultime esperienze del Landolt [4] sono venute a portare nuova luce su questi fenomeni. Ecco i risultati ottenuti:

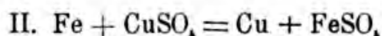

I. *a)* $Ag_2SO_4 + 2FeSO_4 = 2Ag + Fe_2(So_4)_3$


b) $3AgNO_3 + 3FeSO_4 = 3Ag + Fe_2(SO_4)_3 + Fe(NO_3)_3$.

Il risultato concorde di 13 esperienze porta a conchiudere: che vi è sempre diminuzione di peso superante di molto (fino a 10 volte) l'errore delle pesate; *che in generale la diminuzione è tanto maggiore quanto più grande è la quan-*

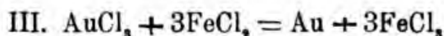
1) Les transformations de la matière. 1905. Parigi.
2) Rend. Acc. Lincei. 1904. II sem., pag. 217.
3) Phyl. Mag. 1905.
4) Ak. Wiss. Berlin, pag. 266, 1906.

tità di Argento separato: **che se si opera in recipienti di vetro paraffinati internamente la diminuzione di peso non si riscontra più.**



$$\text{II.}\quad Fe + CuSO_4 = Cu + FeSO_4$$

2 esperienze con soluzione alcalinizzata e 2 con soluzione neutra hanno dato diminuzioni dello stesso ordine dell' errore massimo.



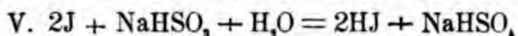
$$\text{III.}\quad AuCl_3 + 3FeCl_2 = Au + 3FeCl_3$$

un'esperienza diede una diminuzione inferiore all'errore massimo.



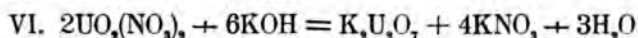
$$\text{IV.}\quad HJO_3 + 5HJ = 6J + 3H_2O$$

di 13 esperienze, 8 diedero diminuzione di peso fino a 4 volte maggiore dell' errore massimo, 5 diedero diminuzione, ma entro gli errori delle osservazioni.



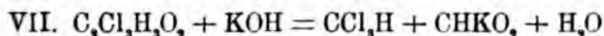
$$\text{V.}\quad 2J + NaHSO_3 + H_2O = 2HJ + NaHSO_4$$

4 esperienze diedero diminuzione di peso entro gli errori d'osservazione.



$$\text{VI.}\quad 2UO_2(NO_3)_2 + 6KOH = K_2U_2O_7 + 4KNO_3 + 3H_2O$$

2 esperienze diedero diminuzione appena percettibile.

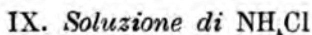


$$\text{VII.}\quad C_2Cl_3H_3O_2 + KOH = CCl_3H + CHKO_2 + H_2O$$

un' esperienza diede diminuzione appena sensibile.

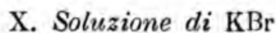
VIII. ***Elettrolisi** di una soluzione di Joduro di Cadmio con corrente alternata.*

una prima esperienza non diede nessuna variazione di peso, una seconda esperienza (31 gennaio 1907) diede diminuzione di peso entro però gli errori di pesata,



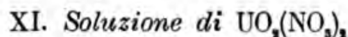
IX. *Soluzione di* NH_4Cl

9 esperienze non diedero alcuna variazione di peso.



X. *Soluzione di* KBr

1 esperienza diede diminuzione poco superiore all'errore massimo.



XI. *Soluzione di* $UO_2(NO_3)_2$

3 esperienze non diedero alcuna variazione di peso.

XII. *Soluzione di* $C_2Cl_3H_3O_2$

un'esperienza non diede variazione alcuna di peso.

XIII. *Miscuglio di soluzione acquosa di* $CuSO_4$ *e alcool.*

2 esperienze non diedero variazioni di peso.

In totale 54 esperienze 42 accennanti a una diminuzione di peso e 12 incerte o con aumento piccolissimo sempre entro gli errori di pesata. Come si può dunque spiegare tutto ciò?

Il Landolt è propenso ad ammettere che causa gli urti formidabili che gli atomi subiscono nelle reazioni chimiche, da essi si separino delle particelle abbastanza piccole per passare attraverso il vetro (non però uno strato di paraffina su di esso). Sulla natura di queste particelle non è possibile per ora fare alcuna ipotesi, certo che provenendo da una disintegrazione dell'atomo devono essere molto piccole, e così avere la possibilità di passare attraverso il vetro pur rimanendo arrestate da uno strato di paraffina; questa permeabilità attraverso il vetro non apparirebbe così strana specie dopo che Ramsay e Soddy sembra abbiano provato che l'Elio può penetrare nel vetro anche alla temperatura ordinaria. L'enorme importanza che viene ad acquistare la costituzione del vetro spiega allora abbastanza bene i numeri differenti ottenuti dai vari osservatori.

Riassumendo tutti questi studi non sembra debbano portare alcuna menomazione alla stabilità del principio della conservazione della massa, forse accennano invece ad una vera e propria disintegrazione della materia.

Confronto tra il modo ordinario e quello proposto dal Mach per la definizione della Massa, nell'insegnamento secondario. Relazione del Prof. G. Vailati.

La via comunemente seguita, nei testi di Fisica in uso presso le nostre scuole secondarie, per arrivare al concetto di « massa » è, come è noto, la seguente:

Enunciata la legge di inerzia e definite le forze come le cause che tendono a modificare lo stato di moto o di quiete

di un corpo, si accenna anzitutto al modo di confrontarne e misurarne l'intensità per mezzo dei loro effetti statici.

Si passa poi ad enunciare, come « secondo postulato » della dinamica, quello della proporzionalità tra le forze e le velocità acquistate, in un dato tempo, da un corpo su cui esse agiscano.

Si chiarisce il significato di questa proposizione ricorrendo, per constatare e confrontare le velocità prodotte dall'azione di forze diverse su uno stesso corpo, ai noti dispositivi della macchina di Atwood.

Si definisce poi senz'altro come « massa di un corpo » il rapporto costante, così riconosciuto esistere, tra le varie forze, alla cui azione esso può essere assoggettato, e le accelerazioni che rispettivamente assume.

Da questa definizione e dal precedente postulato si deduce che due forze, direttamente proporzionali alle masse di due corpi, imprimono a questi accelerazioni uguali.

L'indipendenza della accelerazione dei gravi, liberamente cadenti, dal loro peso, è poi addotta come prova della proporzionalità delle masse ai pesi.

***

Nella serie di sedute dedicate dalla Società di Fisica alla discussione sul miglior modo di definire la « massa » in una trattazione elementare della meccanica, furono sollevate, contro il suddetto procedimento, parecchie obiezioni da vari punti di vista.

Poichè esse trovarono il loro punto di partenza in una proposta mirante a sostituire, al sopraindicato modo di introdurre il concetto di massa, un altro, radicalmente diverso, inspirato alle idee sostenute in proposito dal Mach, nella sua opera sulla *Storia della meccanica* [1]), e nell'altra di indole più propriamente didattica: « *Leitfaden der Physik* » (1890), credo conveniente indicare qui, con qualche dettaglio, quale sia il procedimento che il Mach segue nel secondo dei detti due scritti (pag. 28 e seg.).

1) *Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch-kritisch dargestellt.* Leipzig, Brockhaus, 5.a Ediz. pag. 268.

Egli comincia coll' enunciare la seguente proposizione:

« Quando un corpo A subisce un' accelerazione, questa « è sempre determinata da un altro corpo B, e anche questo « secondo corpo B subisce, allora, da parte del corpo A, un'al- « tra accelerazione ».

Come un semplice esempio di verifica di questa legge il Mach indica il modo di comportarsi di due galleggianti, portanti l' uno un magnete e l'altro un pezzo di ferro. Fa osservare che questi rimangono fermi quando vengono a contatto, o direttamente, o con un terzo galleggiante interposto. Nota come lo stesso avvenga anche di due corpi elettrizzati che si respingano, quando sia teso il filo che li lega l' uno all' altro.

Da queste esperienze il Mach prende occasione per enunciare l' altra proposizione: Che un corpo, che ne spinga, o tiri, un altro, subisce da quest' altro una spinta o una trazione, uguale e di direzione opposta.

Passa poi ad un' altra esperienza: quella cioè del comportarsi di due corpi congiunti da un filo, e ambedue scorrevoli lungo un' unica asticella, alla quale si possa imprimere un movimento rotatorio intorno ad un asse verticale. Fà osservare che, qualora tali due corpi siano di egual peso, perchè essi, girando l' apparecchio, rimangano in equilibrio occorre che essi si trovino a egual distanza dall'asse; e che, anche per corpi di diverso peso, si può sempre determinare una posizione per la quale essi rimangano in equilibrio, qualunque sia la velocità di rotazione dell' apparecchio. Poichè ora essi, rotando così con la stessa velocità angolare, assumono — come dal Mach è già stato in precedenza esposto, nel capitolo dedicato alla accelerazione centrifuga — accelerazioni che stanno come le rispettive distanze dell' asse, se ne conclude che le due forze uguali (rappresentate dalla tensione del filo) che il corpo A esercita sul corpo B, e il corpo B sul corpo A, impartiscono loro, rispettivamente, accelerazioni che stanno come le dette distanze. Questo rapporto invariabile tra le accelerazioni, impresse ai due corpi da una stessa forza, è ciò che vien definito come il rapporto delle loro masse:

« Si dice che il corpo A ha una massa uguale a *m* volte « quella del corpo B quando a questo è impartita, dal corpo « A, una accelerazione *m* volte più grande di quella che gli « impartisce ».

Come un fatto sperimentalmente constatabile mediante lo stesso apparecchio, il Mach indica poi anche questo: che se, a un corpo di massa *m*, rispetto a un dato corpo, se ne aggiunge un altro di massa *m'*, essi, presi insieme, si comportano come un corpo di massa $m + m'$.

Per ben chiarire la distinzione tra peso e massa il Mach consiglia poi di ricorrere direttamente alla considerazione delle diverse resistenze che oppongono, al cambiamento del loro stato di moto o di quiete, apparecchi nei quali, come, ad esempio, un volante, o una carrucola da cui pendano eguali pesi dalle due parti, i vari pesi che si muovono siano disposti in modo da controbilanciare i propri effetti.

***

Le differenze sostanziali tra la via seguita dal Mach (*Leitfaden der Physik*, pag. 28), per stabilire il concetto di massa, e quella che, con qualche differenza di dettaglio, è seguita in pressochè tutte le ordinarie trattazioni della meccanica per le scuole secondarie, possono quindi ridursi alle due seguenti:

1° Invece di definire la « *massa di un corpo* », il Mach definisce il « *rapporto della massa di due corpi* »; si limita cioè a precisare il senso delle frasi: « Il tal corpo ha massa doppia, tripla ecc. di un altro ».

2° Tale definizione è da lui effettuata ricorrendo ad un'esperienza nella quale i due corpi in questione sono fatti agire l'uno sull'altro: nella quale cioè le forze uguali, che sono constatate imprimere ad essi accelerazioni diverse, sono rappresentate dalla tensione di un filo che li congiunge l'uno all'altro.

È da notare che questi due caratteri della trattazione del Mach sono affatto indipendenti l'uno dall'altro, nel senso che si potrebbero immaginare altre trattazioni le quali avessero con essa comune il primo carattere e non il secondo.

Ciò è tanto più interessante a rilevare in quanto, tra gli inconvenienti che presenta il metodo ora ordinariamente impiegato, parecchi, e non dei meno gravi dal punto di vista didattico, dipendono unicamente dal fatto che in questo, a differenza di quanto si fa dal Mach, si ricorre, *per la prima determinazione del concetto di massa,* al confronto delle diverse velocità, o accelerazioni, che *un dato corpo* assume col variare delle forze di cui subisce l'azione, invece di ricorrere al confronto tra le diverse velocità, o accelerazioni, che *diversi corpi* sono capaci di assumere sotto l'azione di una data forza.

Ora è fuori di dubbio, come è già stato indietro osservato dal prof. F. Bonetti, che sono i fatti e le esperienze di questa seconda specie, e non quelle della prima, che sono particolarmente atte a dare un contenuto concreto al concetto che si vuol fare acquistare all'alunno.

Che una spinta, data a una barca scarica, la faccia muovere con più velocità, o la fermi con più facilità, che non la stessa spinta data alla stessa barca quando sia carica: che, in generale — per citare letteralmente la proposizione come si trova già enunciata nel *Libro VIII* della *Fisica di Aristotele* — una data forza sia capace di fare acquistare, alla metà di un corpo, una velocità doppia di quella che, a parità di condizioni, farebbe acquistare al corpo intero: queste e le altre analoghe esperienze costituiscono la prima sorgente, o il primo nucleo, attorno al quale il concetto più preciso e rigoroso di massa, può gradatamente formarsi e organizzarsi nella mente dell'alunno, come si è gradatamente formato e organizzato nella storia della scienza.

Per convincersi della scarsa connessione che sussiste, invece, tra le esperienze relative al diverso modo di comportarsi di uno stesso corpo sotto l'azione di forze differenti, e il concetto di « massa », basta semplicemente pensare che questo ultimo conserverebbe tutta la sua importanza teorica e pratica anche in un universo per il quale la legge di proporzionalità tra le forze, staticamente misurate, e le accelerazioni. da esse rispettivamente impresse a un dato corpo, cessasse affatto di aver vigore, purchè, in tale universo, i rapporti tra le accele-

razioni che le varie forze, agendo per un dato tempo, imprimono rispettivamente ai vari corpi, restassero fissi (indipendenti cioè, per esempio, dalla direzione e intensità delle forze, dalle posizioni, presentemente e antecedentemente occupate dai corpi, dal tempo per il quale questi sono stati tenuti in riposo dalle velocità loro, dalle forze che su essi contemporaneamente agiscono, ecc.).

Come giustamente è stato osservato (Clifford, *The Common Sense of the exact Sciences,* pag. 270), ciò che dà importanza alla nostra conoscenza della *massa* dei corpi è semplicemente questo: che, da essa, noi siamo messi in grado di applicare la nostra eventuale conoscenza degli effetti che date circostanze (tensioni, urti, pressioni, ecc.) producono sul modo di muoversi *anche di un solo corpo,* per determinare gli effetti che le stesse circostanze produrrebbero sul movimento di *qualunque altro corpo.*

***

Ma se, per il primo dei sopraindicati due caratteri, la forma di esposizione proposta dal Mach si presenta, a mio parere, come preferibile a quella seguita nella trattazione ordinaria della massa nei testi per le scuole secondarie, ben diverso mi sembra il caso per l'altro carattere che resta da considerare, quello cioè che concerne la scelta degli apparecchi e delle esperienze su cui basare la *prima constatazione* del diverso modo di accelerarsi di corpi diversi sotto l'azione di forze uguali.

Il ricorrere per questo scopo ad esperienze in cui le forze uguali considerate sono rappresentate dalle azioni che due corpi esercitano l'uno sull'altro — sia che queste vengano provocate per mezzo dell'apparato a forza centrifuga descritto sopra [1]), sia con altre disposizioni, per esempio, come propone il

1) Come il Mach gentilmente m'informa, egli stesso non è perfettamente soddisfatto di questa parte del suo procedimento. A ricorrere alle esperienze con quell'apparato a forza centrifuga, egli dice essere stato indotto dalle obbiezioni che, al suo modo di far dipendere il concetto di massa da quello di azione reciproca tra due corpi, erano state mosse da alcuni suoi colleghi — tra gli altri dal Boltzmann — i quali asserivano che il definire la massa in tal modo implicava la considerazione di azioni a distanza,

Love, facendo urtare due corpi elastici appesi a due fili, e confrontando le altezze da cui si sono lasciati cadere con quelle a cui essi risalgono dopo l'urto — sembra a me presentare dal lato didattico dei gravi inconvenienti.

Le esperienze alle quali in tal modo si viene a fare appello esigono, per essere interpretate, e riconosciute adeguate allo scopo a cui sono rivolte, una quantità di ipotesi e di cognizioni preesistenti, la cui considerazione, anche se non offre speciali difficoltà, tende però a distrarre l'attenzione dell'alunno, e a rendergli più difficile il chiaro apprendimento del principio che si tratta di illustrare e di provare.

Il condensare e il far quasi coincidere, come vorrebbe il Mach, in un solo enunciato, da provare e verificare con una stessa serie di esperienze, due principi così diversi, a primo aspetto, come, da una parte, quello dell' eguaglianza dell'azione alla reazione, e, dall'altra parte, quello della costanza del rapporto tra le accelerazioni prodotte da una stessa forza su corpi di diversa massa, se corrisponde a un'ideale altamente apprezzabile di trattazione teorica, non mi sembra affatto raccomandabile *come espediente didattico.*

Ciò di cui ha sopratutto bisogno l'alunno, nella prima fase di studio della meccanica, è di avere a propria portata dei tipi di esperienze che, anche senza prestarsi a verifiche quantitative rigorose, gli offrano delle illustrazioni immediate e dirette delle singole proposizioni su cui la trattazione si basa.

E, per quanto riguarda la massa, sembra a me che le esperienze che meglio soddisfano a questa condizione siano, in primo luogo, quelle in cui si confrontano le velocità che assumono dei corpi mobili (per es. carelli su guide, galleggianti etc.) in un piano orizzontale (naturalmente in condizioni da eliminare più che sia possibile l'attrito) sotto l'azione di date spinte o trazioni, rappresentate da dati urti, o pesi; in secondo luogo quelle in cui le velocità che si confrontano sono quelle che assumono, su due piani diversamente inclinati, due gravi i cui pesi siano prima stati constatati esser tali da produrre una stessa tensione su dei fili paralleli ai rispettivi piani, da cui essi prima pendevano;

in terzo luogo le esperienze colla macchina di Atwood [1]), o con altri analoghi apparati in cui per esempio i due gravi, pendenti dalle due parti della carrucola, possano essere fatti muovere lungo piani diversamente inclinati ecc.

Della difficoltà, o impossibilità, di rimuovere l'influenza perturbatrice degli attriti, non si dovrebbe qui preoccuparsi più di quanto si faccia, per esempio, nelle prime esperienze relative alle condizioni di equilibrio delle macchine semplici.

Solo in seguito, quando l'alunno abbia bene afferrato il significato dei principi fondamentali, potrà esser conveniente guidarlo, per successive approssimazioni, a tener conto dei vari ordini di cause perturbatrici, e ad apprezzarne anche quantitativamente l'influenza.

*
* *

Tenendo presente quest'ultima osservazione si potrebbe anche procedere ad un altro ordine di esperienze: quelle cioè che si riferiscono alla caduta dei corpi in liquidi di diversa densità.

Porre l'alunno davanti a un apparecchio in cui figurino, pendenti dalle due parti di una carrucola, due corpi di ugual forma, i cui diversi pesi siano scelti in modo da equilibrarsi quando l'uno e l'altro dei detti corpi vengano rispettivamente immersi in due dati liquidi di diversa densità, e invitarlo a prevedere quale dei due corpi scenderebbe con maggior velocità se ciascuno fosse lasciato libero nel rispettivo liquido, e a rendersi ragione del fatto che il più pesante scenderebbe, in tal caso, più lentamente del più leggero, pare a me costituisce un'ottimo mezzo per indurlo a riflettere sul significato e sulla portata della distinzione tra peso e massa.

È da notare che è appunto per questa via, e attraverso a considerazioni di questa specie (relative cioè a campi di forze in cui gravi si muovono sotto l'azione di una parte soltanto della forza rappresentata dal loro peso), che, nella storia della

1) Sugli inconvenienti didattici, notati indietro dal prof. M. Ascoli, dell'impiego prematuro della macchina d'Atwood sono interessanti le osservazioni e gli apprezzamenti contenuti nel rapporto sull'insegnamento della meccanica elementare, negli Atti del British Association Meeting (Johannesburg, 1905),

meccanica moderna, il concetto di massa si è svolto ed elaborato come distinto da quello di peso.

È molto interessante a questo proposito il seguente brano, che trascrivo dalla prefazione del Baliani alla sua opera *De motu gravium* (1638) e nel quale la suddetta distinzione si trova esplicitamente formulata, e applicata al caso della libera caduta dei gravi, con parole poco diverse da quelle che furono, più tardi, adoperate dal Newton, spesso erroneamente citato, a tale riguardo, come il primo cui si debba un'espressa definizione del concetto di massa:

« . . . . E fui condotto a pensare che, mentre il « peso »
« *(gravitas)* si comporta come un' « *agente* », la « *materia* »
« si comporti invece come un « *paziente* » e che quindi i
« gravi si muovono secondo la proporzione dei loro pesi alla
« loro « *materia* », onde, se cadono senza impedimento ver-
« ticalmente, si devono muovere tutti colla stessa velocità,
« poichè quelli che hanno più « peso » hanno anche più
« *materia* o « *quantità di materia* » *(plus materiae, seu*
« *materialis quantitatis)*. Quando invece vi sia qualche im-
« pedimento o resistenza, il moto si regolerà secondo l'eccesso
« della « *virtù che agisce* », sulle resistenze, e sugli impe-
« dimenti al moto *(secundum excessum virtutis agentis su-*
« *per resistentiam passi, seu impedientia motum;* » in altre parole, secondo il valore di quella parte, o componente, del loro peso che può effettivamente agire, e che è rappresentata dallo sforzo che si dovrebbe esercitare, in direzione contraria al moto, per trattenere il grave dal cadere).

La Relazione dell' Ing. Giorgi verrà pubblicata nel fascicolo di Settembre.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

Uller K. Ueber den Verdrängungswiderstand fester Körper in Gasen und Flüssigkeiten. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 179, 1907.

Picard E. La mécanique classique et ses approximations successives. *Riv. di Scienza.* I. pag. 4, 1907.

Guillaume C. E. Remarque sur la note de M. Pagnini relative à une nouvelle méthode pour la détermination de l'intensité de la pesanteur. *Journ. de Phys.* (4). **6**, pag. 457, 1907.

Clarke F. W. Fourteenth annual report of the Committee on atomic weights. *Journ. of the Amer. Chem. Soc.* **29**. N. 3, 1907.

Burton C. V. The Structure of the Aether. *Nature.* **76**, pag. 150, 1907.

Noak K. Die Vorbildung der Physiklehrer. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 147, 1907.

Kürth A. Ueber die neueren Methoden der Härteuntersuchung. *Phys. Zeit.* 8, pag. 417, 1907.

Hauser E. Conferma della prima legge della caduta dei corpi. *An. de la Soc. Espan. de Fisica y Quimica.* (Madrid). V. N. 42, Aprile 1907.

Einstein A. Ueber die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 371, 1907.

Adler F. W. Die Physik als phänomenologische Wissenschaft. *Naturw. Rund.* **22**, pag. 313, 1907.

Schacht J. Zur Energielehre im physikalischen Unterricht. Progr. 27 pag. Berlin. Weidmann, 1907.

Ernst C. Die Prinzipien der Arbeit und Energie auf Grund des Axioms der Wirkung und Gegenwirkung. 46 pag. Amberg. 1907.

2. Densità.

Guye A. Recherches modernes sur les densités des gaz. *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 4 e 5, 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

Dziobek O. Die Grundlagen der Mechanik. VI+345 pag. Berlin. Mittler, 1907.

Lorentz H. Zur Theorie der Kreiselräder. *Phys. Zeit.* 8, pag. 384, 1907.

Almansi E. Un teorema sulle deformazioni elastiche dei solidi isotropi. *Rend. Acc. Lincei.* (5). **16**, pag. 865, 1907.

Caronnet T. Formulaire de mécanique. 76 pag. Paris. Vuibert et Nony, 1907.

Sears J. E. The longitudinal Impact of metal rods with rounded ends. *Phil. Soc. Cambridge.* 6 Maggio 1907.

Kirillow E. Der Youngsche Modul als Funktion der Drahtspannung. *Journ. d. russ. phys. Ges.* **39**, pag. 64, 1907.

Weinberg B. Bemerkung hierzu. *Journ. d. russ. phys. Ges.* **39**, pag. 81, 1907.

Berliner S. Ueber das Verhalten des Gusseisens bei langsamen Belastungswechseln. 59 pag. Göttingen, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Brillouin M. Sur la viscosité des fluides. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1151, 1907.

Ollivier H. Expériences de capillarité. *Soc. franc. de Phys.* 17 Maggio 1907.

Lagrange E. L'expérience de M. de Saintignon et les pressions différentielles dans les fluides, Phénomènes d'élasticité dans les liquides en rotation. *Mém. présenté à la Soc. d'Astr. Bruselles.* 23 Feb. 1907.

Neumann E. R. Ueber eine neue Reduktionsmethode bei hydrodynamischen Problemen. *Journ. für reine u. angew. Math.* **132**, pag. 189, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

— Aërial Locomotion. *Nature.* **76**. pag. 102, 1907.

6. Apparecchi.

Lusc F. Frahms Resonanzapparate für Geschwindigkeitsmessungen. Ludwigshafen a Rh. F. Lux. 1907.

Hinrichs D. G. Appareil continu à pression constante pour la préparation de l'oxygène dans les cours et pour l'analyse. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1213, 1907.

Spies P. Ein Apparat für das Trägheitsmoment. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 137.

Rebenstorff H. Weitere Verwendung der Senkwage mit Zentigrammspindel. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 153, 1907.

Grimsehl E. Ein Apparat zur Demonstration der Wucht eines fallenden Körpers. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 161, 1907.

Grimsehl E. Demonstration der Geschwindigkeit bei ungleichförmigen Bewegungen. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 162, 1907.

Grimsehl E. Verminderung der Oberflächenspannung des Wassers durch Aetherdämpfe. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 193, 1907.

Rebenstorff H. Apparate für Luftdruckänderungen. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 164, 1907.

Rubenstorff H. Vereinfachte Versuche über Gasniveaus. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 166, 1907.

Von **Gulik D.** Vorführung der Bewegung des Zeigers einer Wage über der Skale. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 167, 1907.

Spies P. Eine Lampe für objektive Spiegelablesung. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 168, 1907.

Von **Czudnochowski W. B.** Eine einfache Rotationsvorrichtung für Selbstanfertigung. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 170, 1907.

B. Fisica-chimica.

I. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

Cheneveau C. Sur les propriétés optiques des solutions et des corps dissous. Thèse. 25 Maggio. Parigi, 1907.

Stücker N. Ueber einige physikalische Eigenschaften der Kolloide, *Ak. der Wiss. Wien.* 25 Aprile 1907.

Jones H. C. and **Veazy W. R.** A possible explanation of the increase in viscosity which results when the alcohols are mixed with water; and of the negative viscosity coefficients of certains salts when dissolved in water. *Amer. Chem. Journ.* **37**, pag. 405, 1907.

Redgrove S. H. On the calculation of physico-chemical constants *Chem. News.* **95**, pag. 193, 1907.

Marc R. Ueber das Verhalten des Selens gegen Licht und Temperatur. *Zeit. für anorg. Chem.* **53**, pag. 298, 1907.

Mors H. N., Frazer J. C. W. and **Lonelace B. F.** The osmotic pressure and the depression of the freezing points of solutions of glucose. *Amer. chem. Journ.* **37**, pag. 324, 1907.

Mascarelli L. Il cicloesano come solvente crioscopico. *Rend. Acc. Lincei.* (5). **16**, pag. 924, 1907.

Guillet L. Relations entre le diagramme des alliages binaires et leur malléabilité. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1273, pag. 1907.

Rothmund V. Löslichkeit und Löslichkeitsbeeinflussung. XI-196 pag. Leipzig. Barth J. A. 1907.

Guye P. A. Application de la mèthode des densité-limites aux gaz liquéfiables. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1360, 1907.

Lermantow W. Versuche von D. Mendelejew über die Eigenschaften gasförmiger Körper. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39**, pag. 95, 1907.

Intosh D. M. The physical properties of liquid and solid acetylene. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 306, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

Baerwald H. Ueber die Adsorption von Gasen durch Holzkohle bei tiefen Temperaturen. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 84, 1907.

Berkeley Earl of. Note on the application of van der Waals'Equation to solutions. *Proc. Roy. Soc.* **79**, pag. 125, 1907.

Von **Wogau M.** Die Diffusion von Metallen in Quecksilber. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 345, 1907.

Travers M. W. On the absorption of Water by Cotton and Wool. *Proc. Roy. Soc.* (A). **79**, pag. 204, 1907.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Borelli V. Osservazioni sulla determinazione elettrolitica del mercurio. *Gazz. chim. ital.* **37**, pag. 425, 1907.

Wigand A. Ueber die Steigerung der Katalytischen Wirkung des Pt auf die Knallgasvereinigung durch galvanische Polarisation. *Sitzber. d. Ges. z. Bef. d. ges. Naturw.* Marburg, 1907.

Classen A. Einrichtung zur Ausführung elektroanalytischer Schnellmethoden. *Zeit. für Elektrochem.* **13**, pag. 181, 1907.

Westmann G. M. Electrical and Chemical Energy. *Journ. Frankl. Inst.* **163**, pag. 185, 1907.

Juman L. Électrolyse par voie humide des chlorures alcalins. *Rev. électr.* **7**, 15 Maggio 1907.

Warburg E. und **Leithäuser G.** Ueber die Oxydation des Stickstoffs bei der Wirkung der stillen Entladung auf atmosphärische Luft. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 209, 1907.

Schultze G. Ueber das Verhalten von Tantalelectroden. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 226, 1907.

Carrara G. Elettrochimica delle soluzioni non acquose. *Gazz. chim. Ital.* **37**, pag. 525, 1907.

Trenor J. E. Electromotive forces of concentration cells. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 283, 1907.

Buban A. Zur Theorie des Stromrichters aus Aluminium. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39** pag. 116, 1907.

Weigel O. Beiträge zur Kenntniss fester unipolarer Leiter, 72 pag. Göttingen, 1907.

4. Fotochimica.

Ciusa R. Intorno all'azione della luce sopra le ossime. *Gazz. chim. ital.* **37**, pag. 463, 1907.

Ciamician G. e **Silber P.** Azioni chimiche della luce. *Rend. Acc. Lincei.* (5). **16**, pag. 835, 1907.

Sheppard S. E. and **Mees C. E. K.** Action of Substances on the latent Image. *Photogr. Journ.* **47**, pag. 65, 1907.

Villard P. Sur les actions chimiques de la lumière. *Journ. de phys.* (4), **6**, pag. 445, 1907.

Verda A. Die langsame Zersetzung der Lösungen einiger sehr beständiger Mineralsalze und der Einfluss des Lichtes auf diese Veränderungen. *Chem. Zentralbl.* **1**, pag. 1392, 1907.

Wallaces R. J. Studies in sensitometry. I. *Astrophys. Journ.* **25**, pag. 11, 1907.

Chapmam D. L., **Chadwick S.** and **Ramsbotton J. E.** The Chemical changes induced in Gases submitted to the Action of Ultraviolet Light. *Chem. Soc. London.* 2 Mag. 1907.

5. Termochimica.

Hartley W. N. On the Thermo-chemistry of Flame Spectra at High Temperatures. *Roy. Soc. London.* 31 Gen. 1907.

Kremann R. und **Kerschbaum P.** Zur Kenntiss der Bildungswärme des Systems. $H_2 SO_4 . H_2O$. *Ak. der Wiss. Wien.* 25 Aprile 1907.

Kremann R. Ueber die Anwendung der van Laarschen Formel zur Ermittelung des Dissoziationsgrades von Verbindungen, die im Schmelzfluss dissozieren. *Ak. der Wiss. Wien.* 25 Aprile, 1907.

Longuinine W. et **Kablukoff J.** Etude des effets thermiques produits lors des dissolutions dans le tétrachlorure de carbonie. *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 4 e 5, 1907.

Richard T. W., **Henderson L. J.** and **Frevert H. L.** Concerning the adiabatic determination of the heats of combustion of organic substances, especially sugar and benzol. *Proc. Amer. Acad.* **42**, pag. 571, 1907.

Henderson L. J. Concerning position, isomerism and heats of combustion. *Proc. Amer. Acad.* **42**, pag. 637, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

Lehmann O. Flüssige Kristalle und mechanische Technologie. *Phys. Zeit.* 8, pag. 386, 1907.

Barlow W. and **Pope W. J.** The relation between the crystalline form and the chemical constitution of simple inorganic substances. *Chem. Soc. London.* 16 Maggio 1907.

Spezia G. Sulle inclusioni di anidride carbonica liquida nella calcite di Traversella. *Atti Ac. Torino.* **42**, 1907.

Tamman G. Ueber den Isomorphismus der Elemente. *Zeit. für anorg. Chem.* **53**, pag. 446, 1907.

Sommerfeldt E. Physikalische Kristallographie VII+131 pag. Leipzig C. H. Tauchnitz, 1907.

Vorländer D. Einfluss der molekularen Gestalt auf den Kristallinisch-flüssigen Zustand. *Chem. Ber.* **40**, pag. 1970, 1907.

Vorländer D. und **Gahren A.** Entstehung kristallinischer Flüssigkeiten durch Mischung von Substanzen. *Chem. Ber.* **40**, pag 1966, 1907.

Gossner B. Ueber Isomorphie. *Zeit. f. Krist.* **43**, pag. 130, 1907.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Klimpert R. Lehrbuch der Akustik. **3.** [1]. XIV+424 pag. Bremerhaven, 1907.

Dönniges R. Ueber die den Lichtstrahlen analoge Brechung und Beugung der Schallstrahlen. 32 pag. Diss. Rostock.

Altberg W. Ueber kurze akustiche Wellen bei Funkenentladungen von Kondensatoren. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 267, 1907 e *Journ. d. russ. phys. Ges.* **39**, pag. 53, 1907.

2. Acustica fisiologica.

3. Acustica musicale.

4. Apparecchi.

Déguisne C. Die Aufzeichnung von akustischen Schwebungen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 308, 1907.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Laue M. Die Entropie von partiell kohärenten Strahlenbündeln. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 1, 1907.

Olszewski K. Temperature of inversion of the Joule-Kelvin Effect for Air and Nitrogen. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 722, 1907.

Lima A. Temperatura ed entropia. *Ann. scient. da Acad. polyt. do Porto* (Coimbra). **2**, N. 1, 1907.

Ostwald W. Zur modernen Energetik. *Riv. di Scienza.* **I**, pag. 16, 1907.

Fuchs K. Ueber die van der Waalsche Formel. *Ann. d. Phys.* (4). **23**. pag. 385, 1907.

Koturnicki P. In Aulass der Mitteilung von A. Satkiewicz: Ueber Formulierung des I Gesetzes der Thermodynamik. *Journ. d. russ. phys. Ges.* **39**, pag. 85, 1907.

Satkiewicz A. Antwort auf die Bemerkung von Prof. P. Koturnicki. *Journ. d. russ. phys. Ges.* **39**, pag. 88, 1907.

2. Teoria cinetica della materia.

Girtler R. Zur Rotation von Gasmolekülen. *Akad. d. Wiss. Wien.* 10 Mag. 1907.

3. Dilatazione e termometria.

Haagn E. Ein neues Quarzglaswiderstandsthermometer für Temperaturen bis 900° in Verbindung mit Fernanzeiger, Registrierung und Signalisierung. *Zeit. f. angew. Chem.* **20**, pag. 565, 1907.

4. Calorimetria.

Laemmel R. Bemerkungen über die spezifischen Wärmen fester Grundstoffe. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 61, 1907.

Alt H. Ueber die Verdampfungswärme des flussigen O und des flüssigen N und deren Abhängigkeit mit der Temperatur. *Zeit. f. d. ges. Kälteindustrie.* **14**, pag. 7, 1907.

Heinel C. Wärmetafeln für überhizten Wasserdampf. *Zeit. f. d. ges. Kälteindustrie.* **14**, pag. 46, 1907.

Wigand A. Ueber die Abhängigkeit der spezifischen Wärme C_p der Gase vom Drucke. *Sitzber d. Ges. z. Bef. d. ges. Naturw.* Marburg, pag. 24, 1907.

Wigand A. Ueber spezifische Wärme und spezifisches Gewicht der allotropen Modifikationen fester Elemente. *Naturw. Rund.* **22**, pag. 301, 1907.

Guttmann L. F. On the latent heat of fusion of ice. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 279, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gaz.

Porter A. W. On the Isopiestic Temperatures of saturated Vapours of different Substances. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 724, 1907.

Wobsa G. Zustandsgleichung des NH_3 Dampfes und seine thermischen Eigenschaften. *Zeit. f. d. ges Kälte Industrie.* **14**, pag. 61, 1907.

Barus C. Vapor-nucleation in the lapse of time. *Sill. Journ.* (4), **23**, pag 342, 1907.

Leduc A. Application des formules relatives aux volumes moléculaires, au calcul de la variation de la force élastique maxima de la vapeur d'eau avec la température. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1259, 1907.

Barkow E. Versuche über Entstehung von Nebel bei Wasserdampf und einigen anderen Dämpfen. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 317, 1907.

Lincoln A. T. and **Klein D.** The vapor pressure of acqueous nitrate solutions. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 318, 1907.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Geinel C. Inwiefern ist die Wärmedurchgangszahl abhängig von dem Temperaturunterschied. *Zeit. f. d. ges. Kälteindustrie.* **14**, pag. 1, 1907.

Wassiljewna A. Methode zur Beseitigung der Konvektion bei Untersuchungen der Wärmeleitung in Gasen. 55 pag. Göttingen. 1907.

8. Calore raggiante.

Féry C. Radio-pyromètre à dilatation. *Soc. franc. de phys.* 19 Aprile 1907.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Wologdine. Pyromètre enregistreur à plaque photographique fixe. *Comp. Rend.* **144**, pag. 1212, 1907.

Pictet R. Ein neuer Motor mit adiabatischer Entspannung zur Herstellung flüssiger Luft. *Zeit. für Kompr. u. flüss. Gase.* **10**, pag. 101, 1907.

Jamieson W. Heat Shadows. VIII+30 pag. London. Blackie & Son. 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalitá.

Wilson E. B. The revolution of a dark particle about a luminous center. *Ann. for Math.* (2). 8, pag. 135, 1907.

Maissner W. Zur Theorie des Strahlungsdruckes. 75 pag. Diss. Berlin, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Viola C. Theorie und Anwendung der symmetrischen Minimalablenkung durch anisotrope Prismes. *Zeit. f. Krystal.* **43**, pag. 210, 1907.

Humpert. Ein Versuch über totale Reflexion. *Zeit. für phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 174, 1907.

Fredenhagen C. Ueber reine Temperaturstrahlung und die Anwendbarkeit des Kirchoffschen Gesetzes. *Phys. Zeit.* 8, pag. 407, 1907.

Lyman T. Absorption einiger fester Körper für kürzeste Wellenlängen. *Astrophys. Journ.* **25**, pag. 45, 1907. *(Beiblätter.* **31**, pag. 603, 1907).

Galitzin B. und **Wilip J.** Experimentelle Prüfung des Dopplerschen Prinzips für Lichtstrahlen. *Bull. de St. Pétersbourg.* 1907. pag. 213.

3. Spettroscopia.

Néculcéa E. Recherches théoriques et expérimentales sur la constitution des spectres ultraviolets d'étincelles oscillantes. 229 pag. Tesi. Parigi.

Hartmann J. Die Doppellinien im Flash-Spektrum. *Phys. Zeit.* 8, pag. 379, 1907, oppure *Astr. Nach.* **174**, N. 4175, 23, 1907.

Lehmann H. Spektralaufnahmen mit Teleobjektiv. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 384, 1907.

Buisson H. et **Fabry Ch.** Mesures de longueurs d'onde dans le spectre du fer pour l'établissement d'un sistème de repères spectroscopique. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1155, 1907.

Galitzine B. Ueber die Struktur einiger Linien im Spektrum des Quecksilberdampfes. *Bull. de Pétersbourg.* pag. 159, 1907.

Cantone M. Sullo spettro d'emissione dei gas rarefatti trovantisi alla temperatura dell'aria liquida. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 901, 1907.

Fredenhagen C. Ueber die Emissionsursache der Bunsenflammenspektren. *Phys. Zeit.* 8, pag. 404, 1907.

Van **Gulik D.** Ueber das Absorptionsspektrum des Chlorophylls. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 277, 1907.

Becquerel J. Sur les déplacements des bandes d'absorption des cristaux sons l'action des variations de témperature. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1336, 1907.

Hemsalech G. A. et **Watteville C.** Sur une nouvelle mèthode de production des spectres de flamme des corps métalliques. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1338, 1907.

Gallenkamp W. Ein einfaches Apparat zur Erzeugung von Bogenspektren. *Chem. Zeit.* **31**, pag. 173, 1907.

Reitzenstein F. und **Schwerdt W.** Ueber Beziehungen zwischen Konstitution, Farbe und Asorptionsspektrum bei Triphenylmethanfarbstoffen. *Zeit. für prakt. Chem.* (N. F.). **75**, pag. 369, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

5. Luminescenza.

Calafat y Léon J. La termoluminescenza delle acque minerali. *An. de la Soc. esp. de Fisica y Quimica* (Madrid). V. N. 42, Aprile 1907.

Urbain G. et **Clair Seal.** Phosphorescence cathodique des systèmes complexes. Action paralisante exercés par certains excitateurs de la série des terres rares sur d'autres excitateurs de la même série. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1163, 1907.

6. Fotografia.

Constet E. Photographie des couleurs. *Rev. scient.* (5), **7**, pag. 689, 1907.

Bucky G. Eine neue stereophotographische Deckungsmethode für anatomische, technische und stereometrische Zwecke. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 141, 1907.

Cajal S. R. Note microfotografiche. *An. de la Soc. esp. de Fisica y Quimica.* (Madrid). V. N. 42. Aprile 1907.

Granck C. A. F. La microphotographie en couleur avec les plaques autochromes de M. M. A. et Lumière. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1340, 1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

Eversheim P. Bestimmung von Wellenlängen des Lichtes zur Aufstellung eines Normalsystem. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 152, 1907.

Strehl K. Einführung in die beugungstheoretische Optik, 42 pag. Berlin, 1907.

Porter A. W. and **Everitt P. F.** Diffraction rings due to a circular aperture. *Roy. microscop. Soc. London.* 15 Maggio 1907.

Wolkmann W. Objektive Darstellung sekundärer Spektren. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 169, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Klemm G. Ueber ein Vorkommen dünner, zur Justierung der Nicolschen Prismen der Polarisationsmikroskope geeigneter Quarznädelchen. *Zentralbl. f. Min.* 1907, pag. 275.

Brauns R. Lichtschein bei Granat, Zirkon und Saphir. *N. Jahrb. f. Min.* **1**, pag. 13, 1907.

Cornu F. Ueber Pleochroismus, erzeugt durch orientierten Druck am blauen Steinsalz and Sylvin. *Zentralbl. f. Min.* 1907, pag. 166.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Shim F. L. On the optical rotatory power of salts in dilute solutions. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 201, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Hartridge G. Refraction of the Eye. 286 pag. Churchill. 1907.

Révész G. Ueber die Abhängigkeit der Farbenschwellen von der achromatische Erregung. 56 pag. Göttingen, 1907.

11. Apparecchi.

Pearce F. Sur un nouveau réfractomètre à réflexion totale. *Soc. phys. de Genève.* 7 Marzo 1907.

Molisch H. Ueber die Sichtbarmachung der Bewegung mikroskopisch kleinster Teilchen für das freie Auge *Ak. des Wiss. Wien.* 25 Aprile 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Blas Cabrera F. Sulla variazione del magnetismo permanente colla temperatura. *An. de la Soc. espan. de Fisica y Quimica* (Madrid). V. N. 42. Aprile, 1907.

Gans R. Berichtigung zu der Arbeit: Ueber die Theorie des Ferromagnetismus. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 399, 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Sève P. Micromanométre à flamme et magnétisme des gaz. *Soc. franc. de Phys.* 17 Maggio 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

De la Rive L. Théorie der électrons. Evaluation de la force par impulsion et introduction du facteur de Doppler. *Arch. de Genève.* (4). **23**, pag. 433, 1907.

Einstein A. Ueber die Möglichkeit einer neuen Prüfung des Relativitätsprinzips. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 1907.

Ehrenfest P. Die Translation deformierbarer Elektronen und der Flächensatz. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 204, 1907.

Einstein A. Bemerkungen zu der Notiz von P. Ehrenfest: Die Translation deformierbarer Elektron und der Flächensatz. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 206, 1907.

Burton C. V. Notes on Aether and Electrons. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 693, 1907.

Bucherer A. K. The Action of Uniform Electric and Magnetic Field on moving Electrons. *Phil. Mag.* (6). **13**, pag. 721, 1907.

Lodge O. Note on the Aether and on the Hypothetical Magnetic Flow. *Phil. Mag.* (6). **13**, pag. 727, 1907.

Decley R. M. Electrons ad electric discharg. *Electrician.* **59**, p g. 65, 1907.

Pockels F. Ueber die Elektromagnetische Masse des Elektrons. *Phys. Zeit.* 8. pag. 393.

Lindemann F. Ueber die Bewegung der Elektronen I. *Akad. d. Wiss. München.* 12 Gen. 1907.

2. Elettrostatica. Macchine elettriche.

Vonwiller O. U. and **Mason W. H.** On the specific Inductive Capacity of a sample of highly Purified Selenion. *Proc. Roy. Soc. London.* 14 Febb. 1907.

Sève P. A propos du condensateur parlant. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1211, 1907.

Jäger G. Ueber das Verhalten von Flüssigkeiten im elektrischen Felde. *Vierteljahrsber. Wien. Ver. z. Förd. d. Unt.* **12**, pag. 3, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Voege W. Untersuchungen über die Durchschlagsfestigkeit der Gase in ihrer Abhängigkeit vom Gasdruck. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 578, 1907.

Villard P. Sur la dècharge électrique dans le gaz. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1261, 1907.

V. **Wesendonk K.** Ueber einige Beobachtungen Herrn Palmers, betreffend die Vergrösserung der Schlagweite elektrischer Funken. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 395, 1907.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

Berthier A. La pile à gaz et la pile au charbon. *Éclair. électr.* **51**, pag. 397, 1907.

5. Conducibilità. Resistenza.

Presser E. Ein neues Selen-Photometer. *Elekt. Zeit.* **28**, pag. 560, 1907.

Wilson W. Lichtelektrische Entladung und durch Bestrahlung erzeugtes Leitvermögen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 107, 1907.

Dumermuth M. Ueber die Widerstandsänderung des Eisens durch longitudinale Magnetisierung verschiedener Art. Inaug. Dissert. Univers. Zürich. 1907.

Niccolai G. Ulteriori ricerche sulla resistenza elettrica specifica dei metalli puri a temperature molto alte e molto basse. *Rend. Acc. Lincei.* (5). **16**, pag. 1907.

Guertler W. Ueber die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen. *Zeit. f. anorg. chem.* **54**, pag. 58, 1907.

Jaeger F. M. On the influence which irradiation exerts on the electrical conductivity of Antimonite from Japan. *Proc. Amsterdam.* **9**, pag. 809, 1907.

6. Fenomeni termici.

Rziha K. Aenderung des Peltiereffektes Ni-Cu zwischen 20° C und 800° C. *Ak. der Wiss. Wien.* 25 Aprile 1907.

Schoute C. Sur le phénomène de Thomson dans le mercure. *Archiv. néerl.* (2). **12**, pag. 175, 1907.

Hall E. N., Campbell L. L., Serviss B. S. and **Churchill E. P.** On the Thomson effects and the temperature coefficient of thermal conductivity in soft iron between 115° and 204° C. *Proc. Amer. Acad.* **42**, pag. 595, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

Arons L. Eine Amalgamlampe mit reichem Linienspektrum. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 176, 1907.

Polak J. Der Quecksilber-Lichtbogen und seine technische Verwendung. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 559, 1907.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Szarvassi A. Ueber unipolare Induction. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 73, 1907.

Zahn H. Ueber adiabatischen und isothermen Halleffekt in Wismut. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 131, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

Laugwitz M. Konstruktion eines Konstanten Erregers für elektrische Wellen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 378, 1907.

Harms F. Elektromagnetische Wellen an einem Draht mit isolierender zylindrischer Hülle. *Ann. der Phys.* (4). **23**, pag. 44, 1907.

Laugwitz M. Ueber den Durchgang elektrischer Wellen durch nichtmetallische Gitter. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 148, 1907.

Schaefer C. Ueber die Wirkung dielektrischer Zylinder auf elektrische Wellen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 163, 1907.

Wéber E. L. Study of High frequency oscillations by means of Braun Tube. *Electr World.* **49**, pag. 507, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Cotton A. et **Mouton H.** Sur les propriétés magnéto-optiques des colloïdes et des liqueurs hétérogènes. *Ann. de chim. et phys.* (8), **11**, pag. 145, 1907.

Schott G. A. On the Radiation from Moving Systems of Electrons, and on the Spectrum of Canal Rays. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 657, 1907.

Weiss P. et **Cotton A.** Mesure du phénoméne de Zeemann pour les trois raies bleues du zinc. *Journ. de phys.* (4). **6**, pag. 429.

Purvis J. E. The influence of a strong magnetic field on the spark-spektra of lead, tin, antimony, bismuth and gold. *Phil. Soc. Cambridge.* 6 Maggio 1907.

Paschen F. Ueber den Dopplereffekt im Spektrum der Kanalstrahlen des Sauerstoffs. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 261, 1907.

Hull G. F. Untersuchung des Einflusses elektrischer Felder auf Spektrallinien. *Astrophys. Journ.* **25**, pag. 1, 1907. (*Beiblätter*, **31, pag. 600, 1907**).

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

More T. L. The Fatigue of Metals subjected to Röntgen Radiation. *Phil. Mag.* (6). **13**, pag. 708, 1907.

Doglio P. Sulla durata dell'emissione catodica nei tubi a vuoto. *Rend. Ac. Lincei.* (5). **16**, pag. 868, 1907.

Gehrcke E. und **Reichenheim O.** Anodenstrahlen. *Verh. der deut. phys. Gesell.* **5**, pag. 200, 1907.

Blythwood and **Scoble W. A.** Röntgen Rays Intensity measurements. *Journ. Röntg. Soc.* **3**, pag. 53, 1907.

Tucker W. S. The influence of pressure upon Convection Currents, and a Criticism of J. Stark 's Relation between Cathode Fall of Potential and Temperature. *Phys. Soc. London.* 26 Aprile 1907.

Kaye G. W. C. Selective absorption of Röntgen Rays. *Phys. Soc. Cambridge.* 6 Maggio 1907.

Stark J. Bedingungen für die photographysche Beobachtung des Doppleretfektes bei Kanalstrahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 397, 1907.

Berlemont G. Nouveau procédé de réglage des tubes à rayons X. *Soc. franc. de phys.* 3 Mag. 1907.

Laub J. Ueber sekundäre Kathodenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 285, 1907.

Füchtbauer C. Ueber Sekundärstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4). **23**. pag. 301, 1907.

Van der Waals J. D. Zur Frage der Wellenlänge der Röntgen strahlen II. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 395, 1907.

Ewers P. Stand der Forschung über positiven Strahlen. *Johr. d. Radioakt. u. Elektro.* **4**, pag. 78, 1907.

13. Radioattività e ionizzazione.

Blanc A. Action d'un champ magnétique sur l'air jonisé en mouvement. *Radium.* **4**, pag. 181, 1907.

De Broglie M. Recherches sur les conditions de formation des centres électrisés de faible mobilité dans les gas. *Radium*, **4**, pag. 184, 1907.

Godlewski T. Recherches sur le propriétés de l'actinium. *Radium.* 4 pag. 1907.

Campbell N. R. et **Wood A.** La radioactivité des métaux alcalins. *Radium.* **4**, pag. 199, 1907.

Schmidt H. W. Einige Versuche mit *β*. Strahlen von Radium E. *Phys. Zeit.* 8, pag. 361, 1907.

Bergwith K. Versuche über die lichtelektrische Ermüdung an Alkalimetallen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 373, 1907.

Van den Brock. Das α-Teilchen und das periodische System der Elemente. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 199, 1907.

De Broglie M. Sur une nouvelle propriété des gaz issus des flammes. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1153, 1907.

Rutherford E. The Origin of Radium. *Nature.* **76**, pag. 126, 1907.

Garrett A. E. Electrical Conductivity produced by Heating Salts. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 728, 1907.

Franck J. und **Pohl R.** Die Jonenbeweglichkeit in Helium. *Verh. der deut. phys. Gesell.* **5**, pag. 194, 1907.

Greinacher H. Radium. Gemeinverständliche Darstellung. IV+ 60, pag. Leipzig. Veit und C. 1907.

Jorissen W. P. et **Ringer W. E.** Actions chimiques des rayons du radium. *Arch. Néerl.* (2). **12**, pag. 157, 1907.

Mc Clelland J. A. and **Hackett F. E.** The absortion of β-Radium rays by Matter. *Trans. Dublin. Soc.* (2), **9**, pag. 37, 1907.

Adams J. M. The Transmission of Röntgen rays through metallic sheets. *Proc. Amer. Acad.* **42**, pag. 669, 1907 e *Sill. Journ.* (4), **23**, pag. 375, 1907.

Soddy F. The origin of Radium. *Nature.* **76**, pag. 150, 1907.

Porter A. W. Decomposition of Radium Bromide. *Nature.* **76**, pag. 151, 1907.

Campbell N. R. The mass of the α-Particle. *Nature.* **76**, pag. 151, 1907.

Campbell N. R. The β-rays from potassium. *Phil. Soc. Cambridge.* 6 Maggio 1907.

Campbell N. R. The number of electrons in an atom. *Phil. Soc. Cambridge.* 6 Maggio 1907.

Meyer S. und von **Schweidler E.** Untersuchungen über radioaktive Substanzen X: Ueber die Zerfallskonstante von Radium D. *Ak. der Wiss. Wien.* 2 Maggio 1907.

Wilson W. and **Makower W.** Note on the rate of decay of the active deposit from radium. *Phys. Soc. London.* 24 Maggio 1907.

Meyer S. Bemerkungen zum periodischen System der Elemente und Versuch der Einordnung der Radioelemente in dasselbe. *Vierteljahrsber. Wien. Ver. z. Ford. d. Unt.* **12**, pag. 8, 1907.

Wigger O. Zur Charakteristik der α- und γ Strahlen. 62 pag. Göttingen, 1907.

Rutherford E. Ueber Masse und Geschwindigkeit des von Radium und Aktinium ausgesandten α-Teilchens. *Jahr. d. radioak. u. Elektronik.* **4**, pag. 1. 1907.

Pohl R. Bericht über die Lichtemission von Gasen von radioaktiven Substanzen. *Jahr. d. Radioakt. u. Elektron.* **4**, pag. 100, 1907.

Meyer S. und **Schweidler E.** Nachtrag zum Berichte über die Endglieder der Radiumzerfallsreihe. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik.* **4**, pag. 112, 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Champion E. Principes généraux l'électricité théorique et pratique. 3me volum. 152 pag. Lille, 1907.

Häntzschel W. Die elektrotechnische Praxis. VIII+636 pag. Lipsia. Fiedler. 1907.

Abraham H. Sensibilité du téléphone électrostatique. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1154, 1907.

Liénard A. Sur un point de la théorie de la commutation. *Éclair. électr.* **51**, pag. 361, 1907.

Linsemann H. Étude graphique de la commutation. *Elektr. Zeit.* 28, 16 Maggio 1907. *(Éclair. électr.* **51**, pag. 397, 1907.

Maior A. Sur la téléphonie multiple. *Elektr. Zeil.* **28**. 6 Maggio 1907. *(Éclair. électr.* **51**, pag. 387, 1907).

Von **Czudnochowski W. B.** Fortschritte in der Radiotelegraphie. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 195, 1907.

Wangerin A. F. Neumann und sein Wirken als Forscher und Lehrer. 185 pag. Braunschweig. Vieweg und S. 1907.

Abraham H. Rendement acoustique du téléphone et la sensibilité absoloe de l'oreille. *Soc. franc. de Phys.* 3 Maggio 1907.

Breitfeld C. Der Resonanz Transformator. *Elektr. Zeil.* **28**, pag. 627, 1907.

Brown S. G. Apparatus for relay working of long submarine telegraph cables. *Phys. Soc. London.* 24 Maggio 1907.

Ribkin P. Das radiotelegraphische Netz und seine Elemente. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39**, pag. 103, 1907.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

Chauvin et **Arnoux.** Nouveau galvanomètre enregistreur. *Soc. franc. de Phys.* Aprile, 1907.

Bottomley J. T. On Experiments with Vacuum Gold-leaf Electroscopes on the Mechanical Temperature Effects in rarefied Gases. *Phil. Mag.* (6), **13**, pag. 747, 1907.

Abraham A. et **Devaux-Charaonnel.** Appareil pour l'étude des courants téléphoniques. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1209, 1907.

Vavrècka H. Analyse von Wechselstromkurven. *Elekt. Zeits.* **28**, pag. 482, 1907.

Müller F. C. G. Ueber ein Vertikalgalvanometer mit hydraulischer Dämpfvorrichtung. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 142, 1907.

Holtz W. Besondere Isolierungsmethoden. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 157, 1907.

Starke H. Demonstrationen von Phasendifferenzen im Winkelmass. *Phys. Zeit.* 8, pag. 402, 1907.

Marbe K. Ueber elektrisch erzeugte Flammenbewegungen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 415, 1907.

Athanasiadis G. Bestimmung des Widerstandes und der Kapazität mit Gleichstrom und Telephon. *Ann. d. Phys.* (4). **23**, pag. 592, 1907.

Argyropoulos T. Sprechender Kondensator. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 397, 1907.

Granqvist G. Untersuchungen über den selbsttönender Wellenstromlichtbogen III+62 pag. Upsala. Akadem. Buchhand, 1907.

Campbell A. The measurement of mutual inductance by the aid of a vibration galvanometer. *Phys. Soc. London.* 24 Maggio 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

I. Generalità. Teorie.

Joly J. Radium and Geology. *Nature.* **76**, pag. 102, 1907.

Besson L. Recherches expérimentales sur l'orientation des cristaux de glace atmosphériques. *Ann. Soc. mét. de France.* **55**, pag. 40, 1907.

– Der Einfluss der Wälder auf die Hagelbildung. *Prometheus.* **18**, pag. 368, 1907.

Grossmann E. Zu dem Problem dee Polhöhenschwankung. *Astr. Nach.* **174**, pag. 98, 1907.

Riccò A. L'Osservatorio Etneo in rapporto al servizio meteorologico. *Rend. Acc. Lincei.* (5).

De Marchi L. La teoria elastica dell'isostasi terrestre. *Rend. Acc. Lincei.* (5). **16**, pag. 910, 1907.

Linke F. Vom Staube als meteorogischer Faktor. *Weltall.* **7**, 13, pag. 193, 1907.

Dubois E. Sur quelle échelle s'accomplit le phénomène du transport atmosphérique du sel marin. *Arch. Musée Teyler.* (2). **10**. pag. 461, 1907.

– Cumulus lenticulaires. *Rev. néphol.* **15**, pag. 116, 1907.

Brake A. Pluie de poussière? *Rev. néphol.* **15**, pag. 116, 1907.

De C. Ward R. Hail-shooting the question settled. *Science.* **25**, pag. 637, 1907.

Schoen J. G. Anleitung für die Manipulationen bei den barometrischen Höhenmessungen. V+18 pag. Leipzig. Fr. Deutike. 1907.

Meissner O. Ueber die angebliche wolkenzerstreuende Kraft des Mondes. *Met. Zeit.* **24**, pag. 200, 1907.

Love A. E. H. The Gravitational Stability of the Earth. *Proc. Roy. Soc.* **79**, pag. 194, 1907.

Börnstein R. Wetterdienst. *Wetter.* **24**, pag. 94, 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Jordan W. Handbuch der Vermessungskunde. 5 Auflage. VIII+678 pag. Stuttgart. J. B. M. Metzler. 1907.

Kühnen F. und **Furtwängler Ph.** Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Postdam mit Reversionspendeln. *Naturw. Rund.* **22**, pag. 197, 1907.

Klingatsch A. Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen. *Ak. der Wiss. Wien.* 2 Maggio 1907.

Galle A. Geodäsie. XI+284 pag. Leipzig. Göschen G. J. 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Mercanton P. L. La méthode de Folgheraiter et son rôle en géophysique. *Archives de Genève.* (4) **23**, pag. 467, 1907.

Schmidt A. Die magnetischen Variationsinstrumente des Seddiner Observatoriums. *Zeit für Instrkunde.* **27**, pag. 137, 1907.

Mathias E. Recherches sur le magnétisme terrestre. *Ann. de l'Obs. astr. magnét. et météor. de Toulouse.* **6**, 1907.

Colin E. E. Observations magnétiques à Tananarive, *Compt. Rend.* **144**, pag. 1197, 1907.

Nordmann C. Sur les effets magnétiques de l'éclipse totale du Soleil du 30 Août 1905. *Soc. franc. de Phys.* pag. 2, 1907.

Russner J. Ueber einen Apparat zur Bestimmung der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 172, 1907.

Moureaux Th. Perturbations magnétiques du 9 au 10 fébrier 1907. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 81, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Cave C. J. P. International Investigation of the Upper Air. *Nature.* **76**, pag. 101, 1907.

Hergesell H. L'exploration de l'atmosphère libre au-dessus des régions arctiques. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1187, 1907.

Hooreman F. L'ascension de ballons sondes de 11 Avril 1907. *Ciel et Terre.* **28**, (Maggio 1907).

Rotch **A. L.** Results of the franc-american expedition to explore the atmosphere in the tropics. *Proc. Amer. Acad. of Arts and Sciences.* **42**, pag. 261, 1907.

Dohmen M. Itinéraires de ballons en caoutchouc. *Rev. néphol.* **15**, pag. 115, 1907.

Principe di Monaco. Meteorological researches in the high atmosphere. *Scott. Geogr. Mag.* **23**, 3, 1907.

Coym A. Die Erscheinung der oberen Luftschichten im Marz 1907. *Wetter.* **24**, 4, pag. 93, 1907.

— Observations en Ballon. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 83. 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell' atmosfera. Venti.

Bataille. Note sur une trombe marine. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 59, 1907.

Van der Broek E. Le vagues atmosphériques. *Ciel et Terre.* **27**, pag. 344, 1907.

Knipping E. Die Dampferwege zwischen Yokohama und Portland. Oregon. *Ann. d. Hydr*, pag. 53, 1907.

Trabert W. Innsbrucker Föhnstudien III. *Akad. d. Wiss. Wien.* 10 Maggio 1907.

Carrigon Lagrange P. Relation nouvelle entre la distribution du vent à la surface du sol et la distribution de la pression. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 75, 1907.

6. Ottica dell' atmosfera.

Besson L. Nouvelle théorie de l' anthélie, des paranthélies et des halos blancs de Bouguer et d' Hévélius. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1190, 1907.

Bemporad A. e **Mendola L.** Osservazioni attinometriche e fotometriche eseguite nell' Osservatorio di Catania e nell' Osservatorio Etneo nel Settembre 1904. *Boll. Ac. Gioenia.* Marzo, 1907.

Baldit A. Sur un phénomène optique observé en ballon le 25 Nov. 1906. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 61, 1907.

— Eigenartige Lichterscheinung. *Ann. d. Hydr.* **35**, 4, pag. 185, 1907.

7. Elettricità atmosferica.

Capper J. E. Account of a captive balloon being struck by lightning at Farnborough during a thunderstorm on April. *Roy. Met. Soc. London.* 15 Maggio 1907.

Herschel A. A remarkable excavation made by lightning in earth in a Moorland district of Northumberland. *Roy. Met. Soc. London.* 15 Maggio 1907.

Bellia C. La dispersione elettrica sull' Etna. *Boll. Ac. Gioenia.* Marzo 1907.

Boutquin A. De l' emploi des appareils de télégraphie sans fil pour l' observation des courants atmosphériques dans les régions polaires. *Bull. de la Soc. Belg. d' Astron.* **2**, (Aprile), 1907.

Lagrange E. L'électricité atmosphérique dans les régions antarctiques. *Ciel et Terre*. **27**, pag. 137, 1907.

Solvay E. De l'électricité dans l'atmosphère, de sa cause et de ses effects. *Ciel et Terre*. **27**, pag. 375, 1907.

A. Z. Coups de foudre et parafoudres. *Ind électr*. **16**, 25 Maggio 1907.

Rotch A. L. Influence de la vie humaine sur la déperdition électrique de l'air. *Ciel et Terre*. **27**, pag. 455.

8. Temperatura del suolo.

Kühl W. Der jährliche Gang der Bodentemperatur in verschiedenen Klimaten. *Beitr. z. Geophys* **8**, pag. 499, 1907.

Spitaler R. Die jährlichen und periodischen Aenderungen der Wärmeverteilung auf der Erdoberfläche und die Eiszeiten. *Beitr. z. Geophys*. **8**, pag. 586, 1907.

Rotch A. L. La temperature dans les mines du Witwatersrand. *Ciel et Terre*. **27**, pag. 455.

9. Terremoti e vulcani.

Arcidiacono S. Il terremoto delle Madonie del 23 Aprile 1906. *Boll. Ac. Gioenia*. Marzo 1907.

Carmody P. Das Erdbeben von Kingston am 18 Januar 1907. *Globus*. **91**, 12 pag. 196, 1907.

Monti V. Di alcune possibili relazioni fra la sismicità della Svizzera e quella dell'alta Italia. *Rend. Acc. Lincei*. (5). **16**, pag. 916, 1907.

Walmschaffe. Erscheinungsform und Wesen der Erderschütterungen *Himmel u. Erd*. **19**. pag. 244, 1907.

Hobbs W. H. Some topographic features formed at the time of earthquakes and the origin of mounts in the gulf Plain. *Sill. Journ*. **23**, 245, 1907.

— Two heavy seismographs. *Nature*. **76**, pag. 164, 1907.

Fisher O. The transmission of earthquakes through the earth. *Phil. Soc. Cambridge*. 6 Maggio 1907.

Spitaler R. Neue Theorie der Geodynamik. *Akad. d. Wiss. Wien*. 10 Maggio 1907.

Kövesligety R. Seismischer Stärkegrad und Intensität der Beben. *Beitr. z. Geophysik*. **8**, pag. 363, 1907.

Doss B. Ueber ostbaltische Seebären. *Beitr. z. Geophysik*. **8**, pag. 367, 1907.

Kövesligethy R. Vorlänfige Elementenbestimmung des Cerambehens. *Beitr. z. Geophysik*. **8**, pag. 400, 1907.

Doss B. Ueber einen « Erdwurf » bei Neu-Laitron in Livland. *Beitr. z. Geophysik*. **8**, pag. 452. 1907.

Fuchs K. Freie Schwingungen der Erde. *Beitr. z. Geophysik*. **8**, pag. 486, 1907.

Baumgärtel B. Ueber eine in der Gegemvart andauernde Erdbewegung. *Beitr. z. Geophysik.* 8, pag 494, 1907.

Deprat M. Les eruption posthelvetiennes antérieures aux volcans récents dans le N W de la Sardaigne. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1390, 1907.

Omori F. Note on the eruption of the Onsen-daké in the 1792. *Proc. of the Tokyo Math. Phys. Soc.* IV, pag. 32, 1907.

Omori F. Comparison of the faults in the three earthquakes of Mine-Owari, Formosa and S. Francisco. *Proc. of the Tokyo Math. Phys. Soc.* IV, pag. 30, 1907.

Nagaoka H. Pulsation of the Earth and the Eruption of Krakatao. *Proc. of the Tokyo Math. Phys. Soc.* IV, pag. 35, 1907.

10. Climatologia.

Obermayer A. Gewitterbeobachtungen und Gewittesbäufigkeit an einigen meteorologischen Beobachtungsstationen der Alpen, insbesondere an Gipfelstationen. *Ak. der Wiss. Wien.* 25 Aprile 1907.

Durand-Gréville E. La vraie relation du ruban de grain avec l'orage. *Bull. de la Soc. belg. d'Astron.* **2.** (Aprile). 1907.

Bracke A. L'appréciation de la nébulosité. *Rev. néphol.* N. 16. (Aprile). 1907.

Prohaska K. Die Hagelfälle des 6 Juli 195 in den Ostalpen. *Met. Zeit.* 24, pag. 193. 1907.

Lyons H. G. Ueber die Meteorologie des Niltales. *Met. Zeit.* **24**, pag. 205, 1907.

Defant A. Luftdruck und Temperaturwellen in Innsbruck. *Met. Zeit.* **24**, pag. 221, 1907.

Hann J. Dr. H. Meyer über Schnee-und Gletschergrenzen, Vegetationszonen der Hochregionen und Klimatische Verhältnisse der Anden von Ecuador. *Met. Zeit.* **24**, pag. 223, 1907.

Von **Friesenhof G.** Die Allmählichkeit des Ueberganges einer Wetterlage in eine andere. *Met. Zeit.* **24**, pag. 228, 1907.

Eredia F. I venti in Sardegna. *Riv. Mar.* Febbr. 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Defant A. Dépendance de la radiation calorifique diffuse de l'époque de l'année. *Rev. néphol.* N. 16 (Aprile), 1907.

Gorczynski L. Ueber die Wirkung des Glasbülle bei den aktinometrischen Thermometern. *Met. Zeit.* **24**, pag. 212, 1907.

Angström K. Methode nouvelle pour l'étude de la radiation solaire. *Nova acta soc. Upsala.* (4). **1**, N. 7, 19 pag. 1907.

12. Apparecchi.

Mill H. R. The Standard raingauge, with notes on other form. *Roy. Met. Soc. London.* 15 Maggio 1907.

Lovibond J. W. Apparatus for measuring fog densities. *Roy. Met. Soc. London.* 15 Maggio 1907.

Vanderlinden E. Un nouvel anémomètre. *Ciel et Terre.* **27**, pag. 433, 1907.

L. Storia della fisica.

Wohlwill E. Galilei 's Abschied von Pisa. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 186, 1907.

P. Zur Geschichte des Wärmeluftballons. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 188, 1907.

Milhand G. Pascal et les expériences sur le vide. *Rev. scient.* (5), 7, pag. 769. 1907.

M. Trattati.

Béthoux V. et **Laffon J.** Physique. 91 pag. Parigi, 1907.

Broca A. Précis de physique médicale. XII+633 pag. Parigi J. B. Baillière 1907.

Montpellier J. A. Electricité. X+LXI+322 pag. Parigi. Dunod et Pinat, 1907.

Petit G. Nouveau Manuel complet d' électricité. 681+570 pag. 2 vol. Parigi. Muls, 1907.

Bolte F. Leitfaden für den Unterricht in der Physik. XV+136 Braunschweig. Vieweg und Sohn. 1907.

Poincaré L. L' Électricité. Paris. E. Flammarion, 1907.

Aldous J. C. P. Elementary Cours of Physics. IX+891 pag. London, 1907.

Bouasse H. Cours de Physique. I. 250 pag. Paris, 1907.

Bouasse H. et **Brizard L.** Physique. 224 pag. Paris. Delagrave, 1907.

Zehnder L. Grundriss der Physik. XXXII+438 pag. Tübingen. H. Laupp, 1907.

Le Blanc M. A text-book of Electro-chemistry, Translated by W. B. Whitney and Browm. J. W. London. Macmillan, 1907.

Leblond H. Electricité experimentale et pratique. 2. Mesures électriques. 622 pag. Nancy, 1907.

Niewenglowski P. Précis d'èlectricité. IV+200 pag. Paris. Gauthier-Villars, 1907.

Whetham W. C. D. Die Theorie der Experimentalelektrizität. Uebersetzung von G. Liebert. VIII+358 pag. Leipzig. J. A. Barth. 1907.

Glinzer E. Kurzes Lehrbuch der Festigkeitslehre. 152 pag. Leipzig. A. L. Degener, 1907.

Donath B. Physikalisches Spielbuch für die Iugend. 510 pag. Braunschweig. Vieweg u. Son, 1907.

Roth W. A. Physikalisch-chemische Uebungen. 174 pag. Hamburg. L. Voss, 1907.

Kunz J. Theoretische Physik auf mechanischer Grundlage. X+499 pag. Stuttgart. Enke F. 1907.

Schwartze T. Licht und Kraft. Gemeinverständliches Lehr-und Handbuch der Elektricität für Jedermann. XII+476 pag. Stuttgart. Union, 1907.

Meyer 's L. Grundzüge der theoretischen Chemie. 4 Aufl. X+287 pag. Leipzig. Breitkopf und Härtel. 1907.

Halm H. Physikalische Freihandversuche. VII+293 pag. Berlin, O. Salle, 1907.

Kadesch A. Leitfaden der Physik. VII+166. Wiesbaden. J. F. Bergmann, 1907.

Koppe und **Husmann.** Lehrbuch der Physik. 27 Auflage. II. Theil. VIII+440 pag. Essen. G. D. Bädeker, 1907.

Helmert F. R. Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der Kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie, Physik und Theorie des Messinstrumente. XVIII+578 pag. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.

Findlay A. Einführung in die Phasenlehre und ihre Anwendungen. VII+224 pag. Leipzig. J. A. Barth. 1907.

Bryan G. H. Thermodynamics. XIV+204 pag. Leipzig. G. B. Teubwer. 1907.

Kuenen J. P. Die Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten und die Kontinuitätstheorie. X+241 pag. Braunschweig. Vieweg u. Sohn. 1907.

A. Pochettino.

NOTIZIARIO

— Si annunzia la morte di Czapski, il direttore della sezione ottica della fabbrica di Zeiss. Fu efficace cooperatore di Abbe ed oltre che un tecnico di primo ordine, valentissimo fisico; a tutti è noto il classico suo trattato sugli strumenti ottici.

— È morto W. Perkin, lo scopritore (1855) del primo colore d'anilina.

— Il 24 giugno è morto A. Crova, professore a Montpellier; lascia importanti lavori sull'attinometria solare.

— È morto il gesuita Dr. C. Braun, allievo del Padre Secchi. Egli s'occupò molto della determinazione della costante della gravitazione con un apparecchio tutto costruito da lui.

— Al posto di Lenard nell'Università di Kiel è stato nominato il prof. Dieterici.

— Il prof. Planck di Berlino è stato chiamato a succedere al prof. Boltzmann nella cattedra di fisica all'Università di Vienna.

— Il Dr. G. W. Pierce è stato nominato professore di fisica all' Università Harward.

— Per la cattedra già occupata dal Moissan alla Sorbona la facoltà ha designato H. Le Chatelier.

— Roscoe H. e Ramsay W. sono stati nominati membri esteri della R. Accademia dei Lincei.

— A Straubing in Baviera verrà inaugurato un monumento a Fraunhofer.

— Secondo le ricerche di H. Abraham il miglior telefono trasmette all'orecchio al massimo la millesima parte dell'energia fornita dalla linea.

— Mentre Holborne Demming aveva fissato 1710° come temperatura di fusione del Pt, Waidner e Burgess trovano col metodo del pirometro ottico 1753°, e Holborn e Valen-

tiner confrontano la scala ottica colla scala ad Azoto 1789°. È quindi necessaria una revisione di questa costante.

— Secondo Lodge la densità dell'etere nell'elettrone sarebbe di 10^{12} c. g. s. ossia circa 10^{10} quella del platino.

— Secondo le osservazioni di Sola la forma del satellite I di Giove sarebbe quella di un elissoide di rivoluzione molto appiattita; l'appiattimento sarebbe di $^1/_4$.

— Il principe Galitzine usando uno spettroscopio a scaglioni ha potuto compiere una vera e propria verifica sperimentale dell'effetto Doppler nella luce.

— L'analisi chimica di un meteorite (peso di 668 gr.) caduta il 20 giugno 1903 a Bich Mountain (N. Carolina) ha dato: 7 % di ferro, 47 % di olivina, 4 % di troilite e 40 % di silicati insolubili 2 % carbone grafitico; nessuna traccia di rame e cromo.

— A Dresda cadono al giorno 20 kg. di fuliggine per km^2 a Manchester 80.

— Il confronto fra le fotografie della corona fatte in Egitto e in Spagna non rivela alcuna variazione nell'aspetto della corona nell'intervallo di 70' intercedente fra i due istanti (totalità) in cui vennero prese. Da ciò si deduce che la velocità delle particelle della corona può raggiungere al massimo il valore di 2 km. al 1".

— Secondo i sondaggi aerei effettuati dall'Uff. Met. di Monaco nel 1903 risulta che in Baviera sotto i 3000 m. il gradiente termico verticale è di — 0°,57, il massimo gradiente — 0°,71 capita fra i 6000 — 8000 metri. L'inversione di temperatura più bassa fu osservata a 8000 metri (durante un ciclone) la più alta a 13,300 m. (durante un anticiclone). L'altezza massima raggiunta dai palloni sonda fu di 14,170 metri; la temperatura segnata a quell'altezza fu di — 63°,5.

— Le recenti applicazioni hanno richiamato l'attenzione degli scienziati sul Tantalio. Il suo prezzo attuale è di 50-60 frc. al kg. Peso atomico 181. Punto di fusione 2300°. Densità 14,05; se laminato 16,6. Può essere tirato in fili di 0,03 millimetri di diametro, i quali hanno una resistenza di 93 kg. per millimetro di diametro. Scaldato al rosso e martellato più volte acquista una durezza superiore al diamante. È inattac-

cabile dagli acidi solforico, nitrico, cloridrico e dall'acqua regia anche a caldo. Serve a fare filamenti per lampade a incandescenza (1,7 Watt per candela decimale), serve nei raddrizzatori elettrolitici, e a fare pennine per scrivere. Si trova in natura nella Tantalite, nella torrelite, nella samarskite, ecc.

— Per conservare le carni il Lapparent consiglia la suffumigazione con SO_2.

— Secondo Reed si può togliere la ruggine dagli oggetti di ferro immergendoli come catodi in un bagno elettrolitico (acqua con 25 % di H_2SO_4) il cui anodo è di piombo.

— Soulier consiglia per la galvanoplastica il seguente processo:

Il polo positivo di una corrente continua a 110 volta si unisce a un pennello alla base dei crini, il polo negativo attraverso una resistenza di 900 Ohm con l'oggetto da coprire reso conduttore se non lo è; s'intinge il pennello nella soluzione elettrolitica e si pennella.

I bagni sono:

Argentatura		Doratura		Ramatura		Nichelatura	
A_gNO_3	20 gr.	Cloruro d'oro	6 gr.	Solfato rame	180 gr.	Solfato Ni	60 gr
Cianuro di K	30	Cianuro K	13	H_2SO_4 a 66°	60	» Na	20
Ammoniaca 96 %	0,4	Ammoniaca 96 %	2	Acqua	1 lit.	Citrato Na	20
Formiato K	2	Acqua	1 lit.	Alcool 95 %	10 gr.	Acqua	1 lit
Acqua	1 lit.	Formiato K	2 gr.				

per la nichelatura basta una tensione di 2-4 volta,

Si ottengono cosi rapidamente dei depositi molto aderenti.

— Il 13 giugno un forte terremoto è avvenuto a Valdivia nel Chili.

— Il 26 giugno si ebbe a Holyhead (Isola di Anglesea) una forte scossa di terremoto di direzione NE-SW, accompagnato da un forte rombo.

— Al congresso esperantista del maggio scorso a Dresda, il prof. Ostwald ha proclamato la necessità di una lingua internazionale.

— È aperto un concorso a 20 borse di L. 1000 ciascuna a favore dei giovani chimici italiani desiderosi di recarsi a Londra per fare comunicazioni originali al XVI congresso internazionale di Chimica Applicata del 1909. Le domande

dovranno essere inviate al prof. E. Paternò (Roma, via Panisperna) non più tardi del 31 marzo 1909.

— L'Accademia delle Scienze di Vienna ha bandito un premio di 2000 corone (Scadenza 31 dicembre 1909) per una serie di esperienze che tentino riempire l'intervallo fra l'estremo ultrarosso (Reststrahlen) e le onde Hertziane più brevi.

— L'Accademia Danese delle Scienze in Copenaghen ha bandito un concorso a premio (medaglia d'oro) per la miglior memoria concernente l'azione della luce sull'attività chimica del cloro.

— Segnaliamo i seguenti rapporti che verranno presentati alla riunione di Leicester della Brit. Ass.

Kelvin — Sul moto dell'etere prodotto da collisioni di atomi o molecole contenenti o no elettroni.

Ramsay — Sulla variabilità nei prodotti risultati da mutamenti nell'emanazione del radio. Questa comunicazione avrà un'importanza straordinaria.

Rutherford — Sulla produzione e origine del Radio.

» — Sull'effetto di alte temperature sull'attività dei prodotti del Radio.

Strutt — Elio e radioattività nei minerali comuni.

Russ — Trasmissione di depositi attivi dall'emanazione del Radio all'anodo.

Homfray — Assorbimento dei gas nel carbone.

Rankine — Metodo teorico di tentare di scoprire il moto relativo fra etere e terra.

— L'accademia di Berlino ha concesso un sussidio di 2000 marchi al Dr. J. Stark per la costruzione di uno Spettrografo per lo studio dell'emissione dei raggi canale, uno di 700 marchi al Dr. E. Wedekind per i suoi studi magnetochimici.

— L'università di New-Jersey ha concesso 1,200,000 dollari per la costruzione dell'istituto di fisica, e pei musei di biologia e geologia.

— È stato inaugurato a Joachimsthal il laboratorio per la preparazione dei sali di radio annesso alla fabbrica imperiale di sali d'Uranio.

— *Un nuovo manoscritto di Archimede.* — Mentre stava attendendo alla seconda edizione delle opere di Archimede (da lui curate per la Biblioteca Teubneriana), il professore *J. L. Heiberg* dell'università di Copenhagen, messo sulle tracce da una indicazione contenuta nel catalogo bibliografico di Papadopulos Kerameus (Pietroburgo 1899), segnalatogli dal prof. H. Schöne, ha riconosciuto in un palimpsesto conservato nella Biblioteca del S. Sepolcro a Gerusalemme un lungo frammento di una opera d'Archimede, di cui finora era noto soltanto il titolo ('Εφοδικόν) ripetutamente citato nella « *Metrica* » di Erone.

Il frammento è preceduto da una lettera dedicatoria ad Eratostene, nella quale Archimede espone e riassume il contenuto e lo scopo del suo scritto.

La importanza di questo consiste sopratutto in questo che essa viene a confermare la congettura, già avanzata dallo Zeuten, che i geometri greci non fossero ignari dei procedimenti del calcolo integrale, ma se ne servissero anzi sistematicamente come strumento di scoperta, ritenendosi pur sempre obbligati a dare, nell'esposizione sistematica, alle loro dimostrazioni la forma classica di riduzione all'assurdo, e a rifare quasi in ogni caso particolare, ricominciando sempre da capo, quei ragionamenti che i geometri moderni, col sussidio dei simboli introdotti da Newton e da Leibniz, sono riusciti a fissare una volta per tutte e a mettere quasi a fattor comune di ogni speciale ricerca.

Il procedimento qui compare come adoperato da Archimede per la ricerca di volumi e di centri di gravità (di segmenti di ellissoidi o paraboloidi, di porzioni di cilindri etc.) si presta a interessantissimi riscontri con quelli adoperati da Luca Valerio e da Cavalieri. La traduzione tedesca del frammento Archimedeo è comparsa in questi giorni nella «*Bibliotheca mattematica* » dell'Eneström.

— L'ingegnere Smith Sigurd rivendica al Danese Sören Hjorth il vanto d'essere stato l'inventore del principio della dinamo, cioè di una macchina, in cui la prima corrente viene generata dal magnetismo rimanente degli elettromagneti del

campo. Egli espose la sua macchina all'Esposizione di Londra del 1851. (Vedi anche Lum. électr. 1883, pag. 555).

Una pubblicazione periodica assai importante, e che merita di esser più diffusa di quel che attualmente non sia fra i cultori della Fisica, è il *Bullettin of the Bureau of Standards*, diretto da S. W. Stratton, edito a Washington, a cura del ministero del commercio e del lavoro. Nei fascicoli 3 del 1906 e 2 del 1907 abbiamo, fra altro, notato: 6 memorie sul calcolo dei coefficienti d'autoinduzione, anche di rocchetti a più strati; lavori di termodinamica; misure fotometriche di lampade elettriche; note di chimica; ricerche sulla radioattività; osservazioni psicofisiche; e ciò dimostra che quel Bollettino accoglie lavori di soggetti svariati.

LIBRI NUOVI

LEHRBUCH DER PHYSIK.

O. D. CHWOLSON.

(III B. Die Lehre der Wärme. Ubersetz von E. Berg. Braunschweig, F. Vieweg und Sohn, 1905).

Delle caratteristiche generali di quest'ottimo trattato è stato parlato a lungo in questo periodico a proposito dei primi due volumi. Di questo terzo volume basterà dire in generale che esso possiede i pregi che abbiamo riscontrato negli altri; in particolare esso è chiaro, ben equilibrato nelle sue varie parti, logicamente distribuito.

Il 1° capitolo è introduttivo e considera il calore come forma di energia, quella dovuta al movimento molecolare in relazione con le altre forme di energia; in esso poi viene introdotta con bella generalità il concetto di temperatura. Nel 2° capitolo viene esposta la termometria con considerazioni improntate a un lodevole senso di modernità. Il terzo capitolo è dedicato allo studio della dipendenza delle dimensioni e della pressione dalla temperatura; il 4° capitolo tratta dei calori specifici, il 5° contiene la termochimica e il 6° la conducibilità termica.

La disposizione generale della materia in questi primi capitoli non è essenzialmente diversa da quella che si riscontra nei trattati più antichi; i capitoli seguenti, invece, sono informati a un sano spirito di modernità che rende assai interessante la loro lettura.

Poche trattazioni di termodinamica sono così complete e pur così compendiose come quella che forma l'argomento dell'8° capitolo; essa, sfrondata di tutto ciò che si riferisce a ricerche di indole particolare, contiene i fondamenti della termodinamica, ossia le due leggi e i concetti di entropia, di energia libera e di potenziale termodinamico.

L'applicazione di questi princìpii trova il suo posto nei successivi tre capitoli, nei quali sono studiate le proprietà dei gas, la dissociazione, la diffusione e i cambiamenti di stato.

Il capitolo 12° riguarda le proprietà dei vapori saturi e l'igrometria, il 13° tratta dei vapori non saturi, dello stato critico e degli stati corrispondenti; infine il 14° capitolo è dedicato alla teoria delle fasi e delle soluzioni.

Nella compilazione di quest'opera è stato tenuto conto degli studî più recenti e per questo, oltre che per la completa bibliografia che accompagna ogni capitolo, essa è adatta in modo singolare come libro di consulto; mentre per la chiarezza dell'esposizione, per la scelta degli argomenti, per la sua mole rappresenta quanto di meglio è stato fatto finora nel genere dei trattati di studio.

RECHERCHES SUR L'ÉLASTICITÉ.

P. DUHEM.

(Gauthier-Villars, 1906).

Parecchi dei risultati contenuti in questa memoria furono resi noti dall'A. in varie riprese con note pubblicate fra il 1903 e il 1904 negli Annales de l'École Normale, nei Comptes Rendus, nel Journal de Mathématiques pures et appliquées e nei Procès-verbaux de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux.

Scopo del lavoro è lo studio delle leggi, che regolano l'equilibrio e il moto dei mezzi elastici viscosi soggetti ad azioni esterne affatto generali. Kirchhoff e Boussinesq avevano già date le leggi per l'equilibrio dei mezzi elastici viscosi, ma solo nell'ipotesi che le forze agenti fossero newtoniane; O. E. Meyer aveva pure studiato il movimento degli stessi mezzi, ma limitatamente al caso dell'isotropia e di deformazioni piccolissime. Il Duhem nella memoria in questione colma in gran parte la lacuna lasciata dagli altri e ottiene interessanti risultati.

Il lavoro è diviso in quattro parti.

Nella prima parte *(Equilibrio e movimento dei mezzi vitrei)* l'A., dopo le necessarie premesse cinematiche, pone in equazione il problema dell'equilibrio e del moto di un corpo elastico e deduce una relazione ausiliaria che lega la temperatura alla natura geometrica e fisica del mezzo e alla deformazione ch'esso subisce.

Nella seconda parte *(I mezzi vitrei poco deformati)* si trova dapprima posto in equazione il problema dell'equilibrio e del movimento di un mezzo vitreo poco deformato ed in particolare viene considerato il problema di Meyer (azioni di massa nulle e temperatura uniforme). Segue quindi un'analisi particolareggiata della propagazione delle onde nei mezzi elastici vitrei viscosi o no, che si trovano in uno stato di deformazione differente pochissimo dallo stato iniziale, tanto nella ipotesi che questi mezzi sieno buoni, quanto che sieno cattivi conduttori del calore.

Nella terza parte *(Stabilità dei mezzi elastici)* sono discussi alcuni criteri di stabilità di un mezzo elastico, che, quasi sempre, è supposto vitreo.

Nella quarta parte *(Proprietà generale delle onde nei mezzi viscosi o no)* l'A. comincia col dimostrare un teorema relativo alla propagazione delle onde nei mezzi non viscosi, enunciata già da Hadamard nelle sue *Lèçons sur la théorie des ondes et sur les èquations de l'Hydrodynamique* (Paris, 1903) correggendo però una svista che era sfuggita al suo scopritore e generalizzandolo al caso in cui il corpo sia buon conduttore del calore; mostra quindi come la regola di Laplace per determinare la velocità di propagazione di un'onda in un mezzo non viscoso conduttore non si possa dedurre dalla velocità di propagazione nello stesso mezzo, supposto però non conduttore altro che nel caso che il mezzo sia fluido. Passando poi a considerare i *solidi* viscosi estende ad essi la proposizione già nota relativa ai *fluidi* viscosi, concludendo così che: « In un mezzo viscoso (solido o fluido, vitreo o cri-
« stallizzato) le sole onde che possono generarsi sono quelle
« senza propagazione; esse separano permanentemente due
« stesse parti del mezzo e sono superficie di discontinuità per

« la densità e, se il mezzo è cattivo conduttore, anche per la « temperatura ». Nell'ultimo capitolo si trova infine un breve accenno alla teoria della continuità fra lo stato liquido viscoso e lo stato vitreo, teoria che troverebbe così la sua sanzione matematica dopo essere stata messa in luce per via sperimentale da Tammann.

G. BISCONCINI.

SUR LES ÉLECTRONS.

O. LODGE.

(Trad. par E. Nugues et J. Péridier. — Gauthier-Villars. Paris, 1906).

Chi conosce lo spirito di volgarizzazione di cui è dotato il Lodge e sa quale interesse egli è capace di destare nei lettori, apprenderà con vivo piacere la notizia della pubblicazione della conferenza fatta davanti alla *Institution of electrical Engeneers* nel 1902 sopra gli elettroni.

In fatti tra i tanti libri pubblicati in questi ultimi tempi in tutte le nazioni civili sopra quelle scoperte che hanno condotto alla ipotesi della struttura atomica della elettricità, questo del Lodge è forse il più adatto a formare nella mente del lettore un'idea chiara dello stato attuale del problema, che è connesso con la costituzione della materia.

L'inerzia elettrica, l'atomo di elettricità, i raggi catodici, la teoria elettronica della conduzione e delle radiazioni, la teoria elettrica della materia, la radioattività, sono i principali argomenti svolti in questo libro, e sono presentati dal punto di vista più atto alla comprensione del loro vero significato e della loro portata.

I mezzi di cui fa uso l'A. nella spiegazione dei concetti più delicati sono semplici e alla portata delle menti di media cultura. Il libro sarà per ciò letto con vantaggio da tutte quelle persone che, avendo delle elementari cognizioni di fisica, vogliono acquistare idee chiare sopra uno dei punti più importanti della scienza; esso sarà una guida facile, ma sicura a coloro che s'iniziano nello studio delle scienze fisiche ed ai quali sono dedicate delle opportune appendici che precisano

e completano, con il linguaggio delle matematiche, i concetti esposti nel testo.

IL CAOUTCHOUC E LA GUTTA-PERCHA.

Dott. L. SETTIMJ.

(Pag. XVI-253 con 14 fig. — U. Hoepli, Milano, 1907. L. 8).

È forse l'unico manuale italiano sull'argomento, e per questo e per gli estesi esperimenti sulla coltivazione del Ficus Elastica che si fanno in Sicilia, l'elegante pubblicazione dell'Hoepli riesce di particolare interesse.

Il volume è diviso in due parti, in ognuna delle quali l'A. tratta della storia, coltivazione, raccolta, costituzione chimica, manipolazione industriale, analisi del prodotto greggio e manifatturato, rispettivamente per il Caoutchouc e per la Gutta-Percha. Gli ultimi due capitoli riassumono lo stato dell'industria e il movimento commerciale relativi a questi prodotti.

IMPIANTI ELETTRICI A CORRENTI ALTERNATE.

Ing. ATTILIO MARRO.

(2.a ediz., pag. XXIV-774 con 347 incisioni. — U. Hoepli, Milano, 1907. L. 8,50).

Questa nuova edizione, oltre essere notevolmente modificata nel testo e aumentata, secondo i progressi dell'elettrotecnica in questi ultimi anni, è stata anche arricchita di nuovi capitoli sulla trazione a corrente alternata, nelle prescrizioni di montaggio degli impianti elettrici e sulla legislazione degli impianti industriali.

Il manuale, ben noto d'altronde fin dalla prima edizione per l'esposizione chiara e precisa dei principî, la perfetta distribuzione e proporzione delle parti e la ricchezza di dati e tabelle, ha acquistato nuovi pregi, che lo rendono indispensabile agli ingegneri ed ai pratici.

Libri inviati per recensione

Dott. CH. M. van DEVENTER. — « Physikalische Chemie für Aufänger ». 3e Auflage.
(Wilhelm Engelmann. Leipzig. 1906).

Prof. R. SALVADORI. — « Esperienze per un corso di Chimica ».
(Successori Le Monnier. Firenze, 1907).

Dott. WILH. BEETZ. — « Ueber die bisherigen beobachtungen im ultraroten spektrum ».
(J. A. Barth. Leipzig. 1907. Mk. 1).

G. AGAMENNONE. — « La registrazione dei terremoti ».
(Casa Editrice: l'Elettricista, Roma, 1906. L. 3).

E. GERARD et O. DE BAST — Esercices et projets d'electrotechnique. Tome 1.r
(Gauthier-Villars, Paris, 1907).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica o al Nuovo Cimento

A. RIGHI — « Sull'ipotesi della natura elettrica della materia ». (Lezione - seguita dall'elenco delle pubblicazioni scientifiche dell'A.). (Ditta N. Zanichelli. Bologna. 1907).

E. ODDONE — « Measurements of the electric potential during the Total solar eclipse of August 30, 1905 at Tripoli », (from *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity,* for December 1906).

E. ODDONE — « Quelques constantes sismiques trouvées par les macrosismes » (*Bureau Central de l'Association Internationale sismologique,* 1 Mars 1907).

E. ODDONE — « Sur quelques constantes sismiques déduites du tremblement de terre du 4 Avril 1904 » (extrait des C. R. de l'Acad. des Sciences 1907).

E. ODDONE — « Gli andamenti delle radiazioni termica ed attinica del sole durante l'ecclisse del 30 Agosto 1905 a Tripoli » (estratto dalle *Mem. Soc. degli Spettroscopisti italiani,* 1907).

E. ODDONE — « La quinta conferenza internazionale d' aerostazione scientifica a Milano » (estratto dal *Bollett. della Soc. Aeronautica Italiana* 1906).

Prof. ENRICO CASTELLI — « L'insegnamento delle Scienze sperimentali nelle Scuole libere per adulti ». (Relazione al Congresso per le opere di educazione popolare).

Dott. CARLO DEL LUNGO. — « Sulle variabili barometriche e i conseguenti fenomeni meteorologici » (estratto dalla *Rivista di Fisica, matematica etc.* Pavia, 1903).

Dott. CARLO DEL LUNGO. — « Sulle scariche elettriche atmosferiche » (estratto dalla *Rivista di Fisica, matematica etc.* Pavia, 1906.

Dott. CARLO DEL LUNGO. — « La glaciologia e i suoi progressi » (estratto dalla *Rassegna Nazionale*. Firenze, 1907).

OSSERVATORIO DI MESSINA — « Annuario dell' anno 1906 ».

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile*

La Rosa

V.



SUL MOTO SPONTANEO DI UN SOLIDO DI RIVOLUZIONE, VINCOLATO PER UN PUNTO DELL'ASSE DI SIMMETRIA AD UN CERCHIO FISSO.

Memoria 2ª di E. DANIELE.

Introduzione.

Questa Memoria fa seguito ad una mia precedente dallo stesso titolo [1]), che contiene un primo studio del moto spontaneo di un solido di cui un punto è assoggettato a mantenersi su una linea fissa. In quella prima Memoria avevo supposto che la linea, sulla quale è trattenuto il punto P del solido, fosse un cerchio, e che l'ellissoide d'inerzia relativo al punto P fosse di rivoluzione rispetto ad un asse contenente il baricentro; inoltre mi ero limitato a ricercare se il sistema ammettesse certi movimenti elementari che chiamai *moti precessionali,* e, dopo aver verificato lo stretto legame di questi coi moti stazionarii del sistema provenienti dalla presenza di due coordinate cicliche, ne avevo studiato la stabilità in base al criterio energetico.

Mi propongo ora di compiere una ricerca analoga per un solido di struttura alquanto diversa. Supporrò che il solido sia ancora simmetrico (s'intende, nel senso meccanico) rispetto ad un asse passante pel punto P, ma che il baricentro G, invece che appartenere all'asse di simmetria, sia situato nel piano perpendicolare a questo asse nel punto P *(piano equatoriale):* in un tale solido la massa è distribuita come nel caso della Kowalevski, salvo l'ulteriore specializzazione dovuta alla nota relazione fra i due momenti principali d'inerzia.

La distinzione fra il caso di un solido del tipo considerato nella Memoria 1ª e quello di un solido del tipo ultimamente detto è veramente essenziale; difatti delle due coordinate cicliche, che un'opportuna scelta di parametri indipendenti mette

1) Nuovo Cimento, 1907 (Giugno, Luglio).

in evidenza nel primo caso, una, come vedremo, va perduta nel secondo; i moti stazionarii, che noi troveremo per i solidi del secondo tipo, saranno quindi meno generali di quelli che abbiamo trovato per i solidi del primo; fra questi vi sono precessioni regolari vere e proprie, mentre quegli altri si riducono tutti a semplici rotazioni uniformi intorno ad un asse.

Si rendeva però interessante un confronto fra i moti stazionarii dell'uno e dell'altro tipo di solidi: s'intende che fra i primi bisognava limitarsi ai movimenti dovuti alla presenza dell'unica coordinata ciclica che figura quando il solido si supponga del secondo tipo. Il confronto mostra che se fra le due classi di movimenti vi sono delle analogie nei caratteri geometrici, si presentano per contro delle divergenze dal punto di vista della stabilità; vi è anzi una rotazione della seconda classe che si scosta, per quest'ultimo riguardo, da una della prima che le è perfettamente analoga, ed invece si comporta allo stesso modo come una rotazione stazionaria che il solido ammette nel caso della Kowalevski [1]),

Nel § 1° sono determinati i moti stazionarii dei solidi del primo tipo che provengono da una sola coordinata ciclica; questi moti si possono ridurre a tre, e consistono in rotazioni uniformi intorno all'asse del cerchio (γ) a cui è vincolato il punto P: in una di queste, nella quale l'asse di simmetria del solido si mantiene parallelo all'asse di rotazione, il punto P deve essere lo stesso baricentro. Rispetto alla stabilità questa rotazione si comporta in modo diverso dalle altre due, il cui comportamento invece è identico. Del resto tutte e tre possono essere, a seconda dei casi, stabili od instabili.

I §§ 2° e 3° sono dedicati al caso del solido col baricentro G situato nel piano equatoriale. Mancando una delle due coordinate cicliche che si avevano nel caso precedente, viene pure a sparire uno dei due integrali primi lineari corrispondenti, e precisamente quello che esprime la costanza della proiezione, sull'asse di simmetria, dell'asse momento della coppia di quantità di moto del solido nella sua rotazione intorno al punto P.

1) Cfr. Levi-Civita: Sui moti stazionarii di un corpo rigido nel caso della Kowalevski; Rend. Acc. Lincei, vol. X, 1° (1901).

I moti stazionarii, che provengono dall'integrale rimanente, sono studiati nel § 2°, e si riducono a tre rotazioni uniformi intorno all'asse del cerchio (γ): nella prima quest'asse sta nel piano equatoriale ed è perpendicolare all'asse baricentrico PG; nelle rimanenti due l'asse di rotazione è contenuto nel piano meridiano passante pel baricentro. L'analisi completa di queste rotazioni vien fatta al n. 7. Nel numero seguente si dimostra poi che, aggiungendo ai movimenti ora detti la precessione regolare che si trova quando si tenga fisso il punto P, si hanno tutti i moti precessionali compatibili col sistema.

È da notare che delle tre rotazioni del n. 7 ve ne sono due [la 1) e la 3)] che si possono considerare come analoghe di una [la 1)] del § 1°; esiste, cioè, una rotazione stazionaria del solido del primo tipo che si sdoppia, nel passare al secondo tipo, in due altre: la ragione di tale sdoppiamento sta nel fatto che l'asse di simmetria nel primo caso è lo stesso asse baricentrico PG; questi due assi sono invece distinti nel secondo caso.

I risultati, contenuti nel § 3°, sulla stabilità delle tre rotazioni stazionarie del § precedente, permettono un nuovo raffronto fra queste rotazioni e quelle del § 1°; ne risulta, secondo si accennò poco addietro, che le analogie geometriche di due movimenti non bastano perchè si possa affermare l'analogia dei loro caratteri meccanici. Si trova difatti che la rotazione 2) del § 2° è sempre instabile, pur essendo geometricamente del tutto analoga alla 2) del § 1°, che può essere invece, variando le condizioni, stabile od instabile.

Nel n. 13 della Memoria, ove tali raffronti vengono accennati, si precisano pure le analogie della rotazione instabile da noi trovata con una consimile che si incontra nel caso della Kowalevski. Aggiungeremo, a questo proposito, che la rotazione ora nominata è l'unico movimento stazionario noto del caso Kowalevski che sia suscettibile di confronto coi moti spontanei stazionarii da noi incontrati.

§ 1°. *Il baricentro del solido cade sull'asse di simmetria. Moti stazionarii provenienti da un solo integrale primo lineare, e studio della loro stabilità.*

1. L' integrale, di cui vogliamo studiare i corrispondenti moti stazionarii, è il (7) della Mem. 1ª, cioè

$$\text{(1)}\qquad \begin{aligned} &MRU\omega' + (V \operatorname{sen} \vartheta + C \cos^2 \vartheta)\psi' + C\varphi' \cos\vartheta - \\ &\qquad - MER\,\vartheta' \cos\vartheta \cos\chi = K\,, \end{aligned}$$

essendo

$$U = R + E \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\chi\,, \quad V = A \operatorname{sen}\vartheta + MER \operatorname{sen}\chi\,.$$

Questo integrale deve la sua esistenza alla presenza della coordinata ciclica ψ: noi otterremo dunque i movimenti che c' interessano col porre, nelle equazioni (A) del movimento (Mem. 1ª), eguali a costanti la velocità ψ' e le coordinate φ, ϑ, χ. Le (A) danno luogo alle seguenti due relazioni:

$$\text{(2)}\qquad \left\{ \begin{aligned} &ER\omega' \operatorname{sen}\vartheta \cos\chi = 0 \\ &\{(A - C) \operatorname{sen}\vartheta + MER \operatorname{sen}\chi\}\,\omega' \cos\vartheta = 0\,, \end{aligned} \right.$$

di cui la prima coincide colla prima del sistema (15'), che definiva, nella Mem. 1ª, i moti stazionarii provenienti da entrambi gli integrali (6) e (7). Si trovano quindi, com' è naturale, i movimenti di quella Memoria colla specializzazione $\varphi' = 0$.

Si vede subito che non c' è da occuparsi dell' ipotesi $\omega' = 0$, poichè da questa e da $\chi = \text{cost.}$ segue $\psi' = 0$, ed il solido allora sta in quiete.

Non staremo neppure a studiare in dettaglio il caso $E = 0$, di cui si dirà sommariamente al n. 3; ed allora non ci rimane che occuparci delle due ipotesi $\operatorname{sen}\vartheta = 0$ e $\cos\chi = 0$, cioè dei movimenti che furono indicati nella Mem. 1ª con 3) e 4).

Essendo $\varphi' = 0$, entrambi questi movimenti si riducono ora a rotazioni uniformi intorno all' asse z, col quale l' asse del solido sta costantemente in un piano.

La condizione complementare da aggiungersi a $\operatorname{sen}\vartheta = 0$ è

$$\text{(3)}\qquad ER\,\omega' = 0\,,$$

e poichè è da escludersi, come s'è detto, il caso del punto P fisso, la (3) dice che là rotazione stazionaria in questione è possibile solo quando il punto vincolato sia lo stesso baricentro; con ciò l'attuale rotazione rientra nei moti stazionarii del sistema particolare $E=0$.

Per $\cos\chi=0$ la seconda (2) diventa:

$$\{(A-C)\operatorname{sen}\vartheta \pm MER\}\cos\vartheta=0\,, \tag{4}$$

e fornisce per ϑ due valori mediante le due equazioni

$$\cos\vartheta=0 \tag{5}$$

$$(A-C)\operatorname{sen}\vartheta \pm MER=0\,. \tag{5'}$$

Per l'inclinazione mutua dei due assi non sono dunque possibili che due valori: cioè l'angolo retto, oppure l'angolo ϑ_0 definito da

$$\operatorname{sen}\vartheta_0=\pm\frac{MER}{C-A}.$$

La prima rotazione può aver luogo qualunque sia il tipo dell'ellissoide d'inerzia relativo al punto P e qualunque sia la posizione rispettiva dei punti P, G, Q [1]; la seconda invece richiede, (a causa di $\operatorname{sen}\vartheta_0>0$) che il punto P stia internamente al segmento QG ($\operatorname{sen}\chi=+1$) quando l'ellissoide suddetto è schiacciato ($C>A$), ed esternamente al segmento QG ($\operatorname{sen}\chi=-1$) quando quell'ellissoide è allungato ($C<A$). Inoltre, siccome $\operatorname{sen}\vartheta_0<1$, dovrà aversi in ogni caso

$$MER<|C-A|\,;$$

nel solido sferico ($C=A$), p. es., questa rotazione non si presenta.

2. Cominceremo a studiare la stabilità delle rotazioni $\cos\chi=0$; perciò ricaveremo ψ' dalla (1) e sostituiremo nella espressione della forza viva, che è data dalla (5) della Mem. 1ª.

1) Per $\cos\vartheta=0$ il punto Q coincide, naturalmente, con O. Si osservi la fig. 2 della Mem. 1.a

La forza viva T diventa allora una funzione $\mathbf{T}\,(\omega', \varphi', \vartheta', \chi, \vartheta)$, le cui derivate prime si annullano identicamente in corrispondenza dei moti studiati. Quanto alle derivate seconde, se noi vi poniamo ϑ, φ costanti, $\cos\chi = 0$ e teniamo conto della **(4)**, prendono le espressioni seguenti:

$$
(6)\begin{cases}
(\omega'\omega') = \dfrac{M R^2}{W^4}\Big\{ W^2 \mp 2MEUW \operatorname{sen}\vartheta + M\,(A \operatorname{sen}^2\vartheta + C \cos^2\vartheta)\, U^2 \Big\} \\
(\varphi'\varphi') = \dfrac{C}{W^2}\Big\{ W^2 - 2CW \cos^2\vartheta + (A \operatorname{sen}^2\vartheta + C \cos^2\vartheta)\, C \cos^2\vartheta \Big\} \\
(\vartheta'\vartheta') = A\,, \quad (\omega'\varphi') = \mp \dfrac{CMER \operatorname{sen}\vartheta \cos\vartheta}{W}\left(1 + \dfrac{MRU}{W}\right) \\
(\omega'\vartheta') = (\varphi'\vartheta') = 0 \\
(\omega'\vartheta) = (\omega'\chi) = (\vartheta'\vartheta) = (\vartheta'\chi) = (\varphi'\vartheta) = (\varphi'\chi) = 0 \\
(\vartheta\vartheta) = (C - A)\, \omega'^2 \cos^2\vartheta\,, \quad (\chi\chi) = \pm MER\, \omega'^2 \operatorname{sen}\vartheta \\
(\chi\vartheta) = 0\,,
\end{cases}
$$

avendo posto, per abbreviare,

$$
\begin{aligned}
W &= V \operatorname{sen}\vartheta + C \cos^2\vartheta \\
&= A \operatorname{sen}^2\vartheta + C \cos^2\vartheta + MER \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\chi\,.
\end{aligned}
$$

La forma quadratica $d^2\mathbf{T}$ è così a cinque variabili, e se noi scriviamo il suo discriminante in modo da avere come diagonale principale

$$(\omega'\omega')\,(\varphi'\varphi')\,(\vartheta'\vartheta')\,(\chi\chi)\,(\vartheta\vartheta),$$

non è difficile dimostrare che, se indichiamo con $\delta_1\, \delta_2 \,\ldots.\, \delta_5$ i minori principali a partire dall'elemento $(\omega'\omega')$ e andando fino al discriminante stesso, risultano positivi $\delta_1\, \delta_2\, \delta_3$ tanto per la rotazione (5) quanto per la (5') [1]; inoltre δ_4 riceve, per entrambe le rotazioni, il segno di $\operatorname{sen}\chi$, o, che è lo stesso (v. n. 1), di $C - A$. Quanto a δ_5, esso è positivo per la (5') e si annulla

1) Bisognerà tener presente che la differenza $A - ME^2$, già incontrata più volte nella Mem. I.a, è positiva, perchè rappresenta il momento d'inerzia del solido rispetto ad un asse baricentrico perpendicolare all'asse ζ.

per la (5), ma in quest'ultimo caso la forma d^2T si riduce ad una forma quaternaria di discriminante δ_4.

Si conclude che per le rotazioni (5) e (5') la forma d^2T è definita oppure no secondochè si ha $C - A \gtrless 0$ (ossia sen $\chi = \pm 1$).

3. Per studiare la stabilità della rotazione sen $\vartheta = 0$ bisogna riferirsi al caso speciale $E = 0$. Qui si trovano ancora, in corrispondenza all'integrale (1), due rotazioni stazionarie, nelle quali ϑ è definito rispettivamente da cos $\vartheta = 0$ e da sen $\vartheta = 0$, e sono le analoghe delle (5) e (5'). C'è però da notare che ora non si presenta più la condizione cos $\chi = 0$, e quindi per cos $\vartheta = 0$ l'asse ζ si può supporre sghembo con z.

Rispetto alla stabilità, la rotazione cos $\vartheta = 0$ si comporta esattamente come la (5), cioè si ha stabilità od instabilità secondochè l'ellissoide centrale d'inerzia è schiacciato od allungato (la condizione relativa alla posizione mutua dei punti O, P, G ora non ha più ragion d'essere, perchè P coincide con G).

Per sen $\vartheta = 0$ si trova invece che la condizione di stabilità si capovolge, cioè la rotazione è stabile od instabile secondochè l'ellissoide centrale d'inerzia è allungato o schiacciato.

Sopprimiamo per brevità i calcoli relativi a questi ultimi casi, non presentando essi alcuna difficoltà.

Naturalmente, una perturbazione della rotazione sen $\vartheta = 0$ devierà l'asse del solido dalla direzione originaria (parallela a z), facendolo rotare intorno al punto G.

4. Riassumendo quanto precede, possiamo ridurre a tre le rotazioni stazionarie che si sono trovate, ordinandole secondo il valore che in esse ha l'angolo ϑ:

1) $\cos\vartheta = 0$

2) $\operatorname{sen}\vartheta = \pm \dfrac{MER}{C - A}$

3) $\operatorname{sen}\vartheta = 0$.

Nella 1) il punto vincolato P può essere un punto qualunque di ζ; se però è diverso da G, l'asse ζ deve incontrare

l'asse di rotazione z ($\cos\chi = 0$). Essa è stabile o instabile secondochè $C - A \gtrless 0$; per $E \neq 0$ il punto P è, a seconda di questi due casi, interno od esterno al segmento OG.

Nella 2) il punto P è sempre diverso da G, e si richiede che sia

$$MER < |C - A|;$$

si ha stabilità od instabilità secondochè è $C - A \gtrless 0$.

Nella 3) il punto vincolato è necessariamente G; la condizione di stabilità od instabilità è ancora quella dei due casi precedenti, ma collo scambio dei segni $>$ e $<$.

Va notato che se queste rotazioni rientrano come casi particolari nei movimenti stazionarii della Mem. 1ª, dall'altro canto il criterio di stabilità che s'intende qui di applicare è più largo di quello applicato allora. Ed invero le perturbazioni alle quali colà s'imagina di assoggettare i movimenti, devono essere tali da lasciare inalterate le costanti r e K nei due integrali (6) e (7); le perturbazioni invece a cui si assoggettano le rotazioni ora studiate consentono che venga alterata la r.

§ 2°. *Il baricentro del solido cade sul piano equatoriale. Moti stazionarii e moti precessionali.*

5. Assunti gli assi fissi come nel sistema studiato finora, osserveremo che si presentano ora nell'interno del solido due rette particolarmente notevoli, cioè l'asse di simmetria e la retta che congiunge il punto vincolato P col baricentro G *(asse baricentrico)*: noi prenderemo la prima come asse ζ e la seconda come asse ξ, fissando su quest'ultimo il senso positivo da P verso G, per cui sarà sempre $E = PG > 0$. Il piano $\xi\eta$ coinciderà quindi col *piano equatoriale* del solido.

La forza viva T è definita dalla formola

$$2T = MR^2\omega'^2 + A(p^2 + q^2) + Cr^2 + 2ME(vr - wq).$$

Se a e b sono le coordinate del punto P rispetto agli assi x e y, si ha:

$$vr - wq = (\alpha_2 a' + \beta_2 b')\, r - (\alpha_3 a' + \beta_3 b')\, q$$
$$= a' \alpha_1' + b' \beta_1' ,$$

ed allora, esprimendo i coseni direttori α_1 e β_1 mediante gli angoli d'Eulero, e ponendo

$$a = \mathrm{R} \cos \omega \ , \quad b = \mathrm{R} \,\mathrm{sen}\, \omega \ ,$$
$$\psi - \omega = \chi \ ,$$

$$(7) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi \cos \chi - \mathrm{sen}\, \varphi \,\mathrm{sen}\, \chi \cos \vartheta = \cos \lambda \\ -\,\mathrm{sen}\, \varphi \,\mathrm{sen}\, \chi + \cos \varphi \cos \chi \cos \vartheta = \cos \mu \ , \end{array} \right.$$

troviamo:

$$(8) \qquad \begin{array}{l} 2\mathrm{T} = \mathrm{MR}^2\omega'^2 + \mathrm{A}\vartheta'^2 + (\mathrm{A}\,\mathrm{sen}^2\vartheta + \mathrm{C}\cos^2\vartheta)\,\psi'^2 + \mathrm{C}\,(\varphi'^2 + \\ + 2\psi'\varphi' \cos\vartheta) + 2\mathrm{MER}\omega'\,(\psi' \cos\lambda + \varphi'\cos\mu - \vartheta'\mathrm{sen}\varphi \cos\chi\, \mathrm{sen}\vartheta). \end{array}$$

Gli angoli λ e μ, che abbiamo introdotto per abbreviare, rappresentano le inclinazioni degli assi ξ e η rispettivamente sul raggio OP e sulla tangente t al cerchio (γ) in P, quando si supponga OP diretto positivamente da O verso P, e sulla t si fissi il senso positivo in modo che risulti orientata rispetto ad OP come l'asse y è orientato rispetto ad x. Basta difatti osservare che se noi prendiamo le formole che esprimono i nove coseni direttori in funzione degli angoli d'Eulero, le due che forniscono $\cos(x\,\xi)$ e $\cos(y\,\eta)$ danno appunto i primi membri delle (7) col cambiamento di ψ in χ.

In base alla (8) si scrivono subito le equazioni del movimento sotto la seconda forma di Lagrange nelle coordinate $\omega, \psi, \varphi, \vartheta$:

$$
(B)\quad\begin{cases}
\frac{d}{dt}\Big\{MR^2\omega' + MER\,(\psi'\cos\lambda + \varphi'\cos\mu - \vartheta'\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\varphi\cos\chi)\Big\} = \\
\quad = MER\omega'\,(\psi'\cos\lambda_1 - \varphi'\cos\mu_1 - \vartheta'\,\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,\chi) \\
\frac{d}{dt}\Big\{(A\,\text{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta)\,\psi' + C\,\varphi'\cos\vartheta + MER\omega'\cos\lambda\Big\} = \\
\quad = - MER\omega'\,(\text{id.}) \\
\frac{d}{dt}\Big\{C\,(\varphi' + \psi'\cos\vartheta) + MER\,\omega'\cos\mu\Big\} = \\
\quad = MER\omega'\,(\psi'\cos\mu_1 - \varphi'\cos\lambda_1 - \vartheta'\,\text{sen}\,\vartheta\cos\varphi\cos\chi) \\
\frac{d}{dt}\Big\{A\vartheta' - MER\omega'\,\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\varphi\cos\chi\Big) = (A - C)\,\psi'^2\,\text{sen}\,\vartheta\cos\vartheta - \\
\quad - C\,\psi'\varphi'\,\text{sen}\,\vartheta + MER\omega'\,(\psi'\,\text{sen}\,\vartheta\,\text{sen}\,\varphi\,\text{sen}\,\chi - \\
\quad - \varphi'\,\text{sen}\,\vartheta\cos\varphi\cos\chi - \vartheta'\cos\vartheta\,\text{sen}\,\varphi\cos\chi)\,.
\end{cases}
$$

dove si sono fatte le nuove posizioni

$$
(7')\qquad\begin{cases}
\cos\varphi\,\text{sen}\,\chi + \text{sen}\,\varphi\cos\chi\cos\vartheta = \cos\lambda_1 \\
\text{sen}\,\varphi\cos\chi + \cos\varphi\,\text{sen}\,\chi\cos\vartheta = -\cos\mu_1\,,
\end{cases}
$$

e gli angoli $\lambda_1\,\mu_1$ indicano le inclinazioni degli assi ξ e η risp. sugli assi t e OP.

Dalle (B) si ricava l' integrale primo lineare

$$
(9)\qquad \begin{aligned} &MR\,(R + E\cos\lambda)\,\omega' + (A\,\text{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta + MER\cos\lambda)\,\psi' + \\ &+ (C\cos\vartheta + MER\cos\mu)\,\varphi' - MER\,\text{sen}\,\varphi\cos\chi\,\text{sen}\,\vartheta.\vartheta' = K\,, \end{aligned}
$$

che è l' analogo dell' integrale (1) del § 1° e si deve, come questo, alla presenza della coordinata ciclica ψ che vien messa in evidenza col sostituire l'angolo χ ad ω come coordinata indipendente.

Invece l' integrale $\varphi' + \psi'\cos\vartheta = \text{cost.}$, che in quel sistema si presentava accanto all' integrale (1), viene ora a sparire, perchè φ cessa di essere coordinata ciclica.

La (9) ha ancora l' identico significato della (1), ciò che si verifica collo stesso procedimento col quale si trovò il significato della (1) nella Mem. 1ª.

6. La coordinata ciclica ψ o, se si vuole, l'integrale (9), danno luogo a moti stazionarii che si ottengono facendo, nelle (B), eguali a costanti la velocità ψ' e le coordinate $\chi\,\varphi\,\vartheta$. Con ciò si hanno le seguenti relazioni fra le costanti dei moti stazionarii cercati:

$$R\omega' \cos\lambda_1 = 0\ ,\quad R\omega' \cos\mu_1 = 0\ ^{1)}$$
$$\{(A - C)\cos\vartheta + MER \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\chi\}\,\omega' \operatorname{sen}\vartheta = 0\,.$$

Un primo modo di soddisfare a queste equazioni consiste nel supporre $\omega' = 0$. Ma allora si avrebbero (a causa di $\chi = \text{cost.}$) tutte le velocità nulle, cioè il solido starebbe in quiete. Escluderemo dunque d'ora innanzi l'ipotesi $\omega' = 0$, come pure l'altra $R = 0$, colla quale si ricadrebbe nel problema della rotazione del solido intorno ad un punto fisso.

I moti stazionarii di cui noi dovremo occuparci saranno perciò definiti dalle equazioni simultanee:

$$(10)\quad \begin{cases} \cos\lambda_1 = 0\ ,\quad \cos\mu_1 = 0 \\ \{(A - C)\cos\vartheta + MER \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\chi\} \operatorname{sen}\vartheta = 0\,. \end{cases}$$

Per rendere più chiara la discussione di questi movimenti sarà bene sostituire, alla terna ausiliaria d'assi $x_1\,y_1\,z_1$, l'altra $p\,t\,z_1$, essendo p la semiretta OP e t la tangente in P al cerchio (γ), orientata rispetto a p nel modo che s'è detto al n. 5. I coseni degli angoli formati da questi nuovi assi con $\xi\,\eta\,\zeta$ sono contenuti nella seguente tabella:

(11)

	ξ	η	ζ
p	$\cos\lambda$	$\cos\mu_1$	$\operatorname{sen}\chi \operatorname{sen}\vartheta$
t	$\cos\lambda_1$	$\cos\mu$	$-\cos\chi \operatorname{sen}\vartheta$
z_1	$\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\vartheta$	$\cos\varphi \operatorname{sen}\vartheta$	$\cos\vartheta$.

1) Si è tralasciato nei primi membri il fattore E che ora si suppone essenzialmente diverso da zero, per non ricadere nel sistema studiato nel § precedente e nella Mem. 1.a

Le (10) danno luogo a due sistemi di equazioni, secondochè si eguaglia a zero l'uno o l'altro fattore nella terza.

Supponiamo dapprima

$$\operatorname{sen} \vartheta \neq 0 \,,$$

e quindi

$$(12) \qquad (A - C) \cos \vartheta + MER \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \chi = 0 \,.$$

Le due prime (10) danno allora, per le (7'):

$$\operatorname{sen} (\chi + \varphi) \operatorname{sen} (\chi - \varphi) = 0 \,;$$

di qui e dalle (10) ancora si ricava

$$\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi (1 \pm \cos \vartheta) = 0 \,,$$

che si riduce, in causa dell'ipotesi $\operatorname{sen} \theta \neq 0$, a $\operatorname{sen} \varphi \cos \varphi = 0$, ed in corrispondenza alle due soluzioni $\operatorname{sen} \varphi = 0$ e $\cos \varphi = 0$ la (12) dà rispettivamente:

$$\cos \vartheta = 0 \,, \quad (A - C) \cos \vartheta \pm MER = 0 \,.$$

Supponiamo ora invece $\operatorname{sen} \vartheta = 0$. Possiamo senz'altro ammettere che sia $\vartheta = 0$, perchè sia per l'asse z che per l'asse ζ non c'è nulla che ne distingua essenzialmente la parte positiva dalla parte negativa; allora le due prime (10) danno entrambe

$$\operatorname{sen} (\chi + \varphi) = 0 \,.$$

Risultano così definiti tutti i moti stazionarii provenienti dall'integrale (9): i loro caratteri vengono riassunti nel quadro che segue:

1) $\operatorname{sen} \varphi = 0 \,, \quad \operatorname{sen} \chi = 0 \,, \qquad \cos \vartheta = 0$

2) $\cos \varphi = 0 \,, \quad \cos \chi = 0 \,, \quad (A - C) \cos \vartheta \pm MER = 0$ [1])

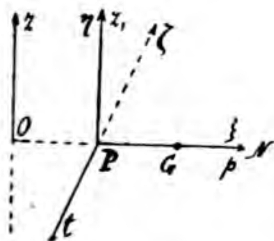
3) $\operatorname{sen} (\chi + \varphi) = 0 \,, \qquad \operatorname{sen} \vartheta = 0 \,.$

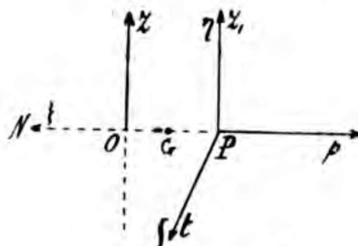
7. È assai facile riconoscere di che natura siano questi tre movimenti. Intanto in causa di $\varphi' = 0$ e $\psi' = \omega'$ si riducono

1) Il termine MER si farà precedere dal $+$ o dal $-$ secondochè $\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \chi = \pm 1$, ossia [v. le (7)] $\cos \mu = \mp 1$.

a tre rotazioni uniformi intorno all'asse z: non rimane dunque che stabilire la posizione dell'asse di rotazione rispetto al solido.

1) L'essere $\operatorname{sen}\chi = \operatorname{sen}\varphi = 0$ dice che la linea dei nodi N ha la stessa direzione degli assi p e ξ, e quindi il baricentro G è allineato con O e con P, mentre il piano $\eta\zeta$ coincide col piano $t\,z_1$; l'essere inoltre $\cos\vartheta = 0$ dice che l'asse ζ è perpendicolare a z_1, e quindi ha la stessa direzione di t, mentre η ha la medesima direzione di z_1, ed *il movimento* 1) *consiste in una rotazione uniforme intorno ad un asse situato nel piano equatoriale e perpendicolare all'asse baricentrico del solido.* La prima (7) dà poi $\cos\lambda = \pm 1$ secondochè si fa $\cos\varphi = \pm 1$; per il significato che ha λ [v. tab. (11)] questi due casi corrispondono a supporre che i due assi p e ξ abbiano il medesimo senso oppure sensi opposti, cioè che il punto P





cada internamente od esternamente al segmento OG. I due casi sono riprodotti nelle figure 1a e 1b.

2) Da $\cos\varphi = \cos\chi = 0$ segue, per la seconda (7):

$$\cos\mu = \pm 1,$$

il che dice che gli assi η e t hanno la medesima direzione. Perciò i piani $\xi\zeta$ e $p\,z_1$ coincidono, e la retta N, che dev'essere perpendicolare a z_1 e ζ, coincide in direzione con η e con t. Siccome il piano $p\,z_1$ contiene anche l'asse z, così *la rotazione avviene intorno ad un asse che sta nel piano meridiano passante pel baricentro.*

L'inclinazione ϑ dell'asse di simmetria del solido sull'asse di rotazione è data da

$$\cos \vartheta = \pm \frac{M E R}{C - A},$$

ed il movimento sarà solo possibile quando le costanti del sistema saranno scelte in modo da rendere

$$M E R < | C - A | .$$

Come nella rotazione precedente, anche qui possiamo distinguere due casi, secondo che si suppone $\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \chi = \pm 1$. In corrispondenza la prima (7) dà:

$$\cos \lambda = \mp \cos \vartheta , \tag{14}$$

mentre l'equazione che definisce ϑ è

$$(A - C) \cos \vartheta \pm MER = 0 ,$$

e da questa eliminando ϑ mediante la (14) si trova:

$$(A - C) \cos \lambda - MER = 0 . \tag{15}$$

Se allora distinguiamo fra $A - C > 0$ e $A - C < 0$, si ha corrispondentemente (in causa di $MER > 0$):

$$\cos \lambda > 0 \quad \text{opp.} \quad \cos \lambda < 0 ;$$

cioè: a seconda che l'ellissoide d'inerzia relativo al punto P è allungato o accorciato, l'asse ξ incontra la retta z dalla

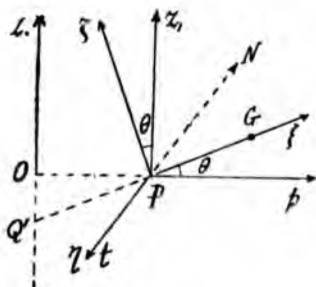


Fig. 2a

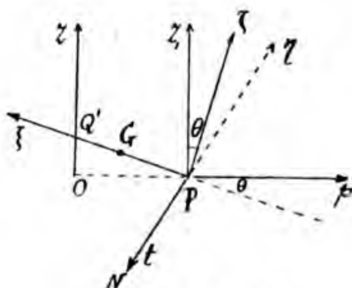


Fig 2b

parte negativa oppure positiva di ξ, o, in altre parole, il punto P cade nell'interno od all'esterno del segmento limitato dal punto G e dal punto $Q' \equiv z\,\xi$. Nelle figure 2*a* e 2*b* sono rappresentati rispettivamente i due casi ora detti.

3) L'asse ζ coincide con z_1 e quindi il piano $\xi\eta$ col piano pt; la linea dei nodi risulta indeterminata, come pure le sue inclinazioni χ e φ sugli assi p e ξ; è però determinata la somma $\chi+\varphi$, che è l'angolo formato dagli assi ξ e p. Ora l'equazione

$$\text{sen}\,(\chi+\varphi)=0$$

esprime che ξ e p coincidono in direzione: coincideranno poi anche i loro versi positivi oppure no secondo che si ha $\cos(\chi+\varphi)=\pm 1$. *La rotazione avviene dunque*, come nel moto 2), *intorno ad una retta situata nel piano meridiano baricentrico, diretta parallelamente all' asse di simmetria del solido;* l' incontro dell'asse di rotazione coll'asse ξ può av-

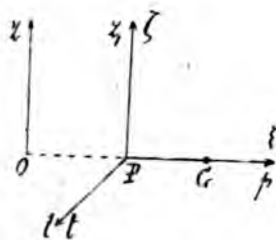


Fig. 3a

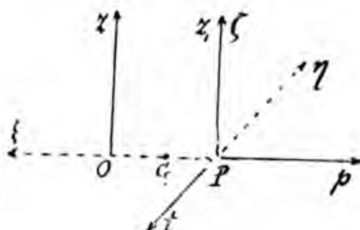


Fig. 3b

venire sia dalla parte negativa che dalla parte positiva di ξ. I due casi sono riprodotti nelle figure 3*a* e 3*b*.

8. Mostreremo ora come i moti stazionarii che abbiamo trovato rientrino nei *moti precessionali* compatibili col sistema, intendendo, come si fece nella Mem. 1ª, per moti precessionali quei movimenti nei quali la rotazione del solido intorno al punto P consiste in una precessione regolare risultante di una rotazione uniforme del solido intorno al suo asse

di simmetria ζ e di una rotazione uniforme di ζ intorno alla retta z_1: un tale movimento è dunque caratterizzato analiticamente dal supporre costanti ψ', φ' e ϑ.

In queste ipotesi noteremo che si ha:

$$\frac{d\cos\lambda}{dt} = \varphi'\cos\mu_1 - (\psi' - \omega')\cos\lambda_1$$

$$\frac{d\cos\mu}{dt} = -\varphi'\cos\lambda_1 + (\psi' - \omega')\cos\mu_1 ,$$

e quindi la seconda e terza (B) diventano:

$$\text{(16)} \qquad \omega''\cos\lambda + \omega'^2\cos\lambda_1 = 0 , \quad \omega''\cos\mu - \omega'^2\cos\mu_1 = 0 .$$

Queste, considerate come lineari ed omogenee in ω'' e ω'^2, hanno per determinante dei coefficienti

$$D = -\cos\lambda\cos\mu_1 - \cos\mu\cos\lambda_1 ,$$

che dalla tabella (11) si riconosce essere uguale a

$$\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi\operatorname{sen}^2\vartheta .$$

A questo punto si possono fare due ipotesi: $D = 0$ oppure $D \neq 0$.

Cominciamo a supporre $D = 0$: le (16) coesistono per ω' diverso da zero. Scrivendo ora l'integrale della forza viva e l'integrale (9) per un moto precessionale, si ottengono le due equazioni:

$$\text{(17)}\begin{cases} MR^2\omega'^2 + 2MER\omega'(\psi'\cos\lambda + \varphi'\cos\mu) + (A\operatorname{sen}\vartheta + C\cos\vartheta)\psi'^2 \\ \qquad + C(\varphi'^2 + 2\psi'\varphi'\cos\vartheta) = 2h \\ MR^2\omega' + MER(\psi'\cos\lambda + \varphi'\cos\mu) + (A\operatorname{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta)\psi' \\ \qquad + C\varphi'\cos\vartheta + MER\omega'\cos\lambda = K . \end{cases}$$

Osserviamo ora che l'annullarsi di D conduce a distinguere i tre casi

$$a)\ \operatorname{sen}\varphi = 0 , \quad b)\ \cos\varphi = 0 , \quad c)\ \operatorname{sen}\vartheta = 0 ,$$

Nel caso *a*) le (17) si riducono alle seguenti:

$$\text{(17')}\begin{cases} MR^2\omega'^2 + 2MER\omega'\psi'\cos\lambda + (A\operatorname{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta)\psi'^2 = 2h \\ MR^2\omega' + MER(\omega' + \psi')\cos\lambda + (A\operatorname{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta)\psi' = K, \end{cases}$$

dalle quali eliminando $\cos\lambda$ si trova un' equazione del 3° grado in ω' a coefficienti tutti costanti; per conseguenza ω' è una costante, e le (16) danno:

$$\cos\lambda_1 = \cos\mu_1 = 0 .$$

Ma da $\operatorname{sen}\phi = 0$ segue, in virtù delle (7'):

$$\cos\lambda_1 = \pm \operatorname{sen}\chi , \quad \cos\mu_1 = \mp \operatorname{sen}\chi \cos\vartheta ,$$

e quindi, per le due precedenti: $\operatorname{sen}\chi = 0$.

Con ciò risultano soddisfatte identicamente le tre prime (B); mentre la quarta dà, supposto $\operatorname{sen}\vartheta \neq 0$:

$$\cos\vartheta = 0 .$$

Si ritrova dunque esattamente il moto stazionario 1).

Nel caso *b)* le (17) prendono ancora la forma (17'), per cui si ha di nuovo $\omega' = \text{cost.}$, e quindi

$$\cos\lambda_1 = \cos\mu_1 = 0 ;$$

da queste e da $\cos\phi = 0$ segue $\cos\chi = 0$, e la quarta (B) dà, per $\operatorname{sen}\vartheta \neq 0$:

$$(A - C)\cos\vartheta \pm MER = 0 .$$

È il movimento stazionario 2).

Infine nel caso *c)*, fatto $\vartheta = 0$, si ha:

$$\cos\lambda = \cos\mu , \quad \cos\lambda_1 = -\cos\mu_1 ;$$

e le due equazioni a cui si riducono ora le (17) danno ancora, coll'eliminazione di $\cos\lambda$:

$$\omega' = \text{cost.}$$

Si ha quindi: $\cos\lambda_1 = \cos\mu_1 = 0$, che ora equivalgono all'unica $\operatorname{sen}(\chi + \phi) = 0$, e questa, insieme con $\vartheta = 0$, caratterizza il moto stazionario 3).

Supponiamo ora invece $D \neq 0$. Dalle (16) si deduce: $\varpi' = \omega' = 0$; cioè il punto P è fisso, ed il movimento consiste in una precessione regolare intorno a P. La quarta (B) difatti diventa:

$$\{(C - A)\psi'\cos\vartheta + C\phi'\}\psi'\operatorname{sen}\vartheta = 0 ,$$

che è la condizione a cui debbono soddisfare le costanti della precessione nell' ipotesi del solido simmetrico rispetto ad un

asse; quanto alla prima (B) non c'è da tenerne conto, perchè si riduce ad un' identità per $R=0$, che equivale poi all' ipotesi $\omega'=0$.

Riassumendo, abbiamo dunque che *i moti precessionali del sistema consistono*:

1° *nel movimento limite* $R\omega'=0$, *che è una precessione regolare intorno al punto* P *fisso;*

2° *nelle tre rotazioni uniformi stazionarie che provengono dall'integrale* (9).

§ 3°. *Studio della stabilità dei moti stazionarii descritti nel § precedente.*

9. Studieremo la stabilità dei moti stazionarii trovati nel § 2°, applicando lo stesso metodo energetico di cui ci siamo sempre valsi per l'addietro.

Eliminata ψ' dalla forza viva T mediante l' integrale (9), si ottiene, come trasformata di T, una funzione $\mathbf{T}(\omega'\,\varphi'\,\vartheta'\,\chi\,\varphi\,\vartheta)$ le cui derivate prime rispetto ai suoi sei argomenti si annullano in corrispondenza ai nostri moti stazionarii. Le derivate seconde, calcolate per χ, φ e ϑ costanti, e facendo uso delle (10) che compendiano tutte le proprietà dei moti considerati, nonchè della stessa (9), prendono le seguenti espressioni:

$$
(18)\left\{\begin{array}{l}
(\omega'\omega')=\frac{MR^2}{W^2}\left\{W^2-2MEUW\cos\lambda+M(A\,\mathrm{sen}^2\vartheta+C\cos^2\vartheta)\,U^2\right\}\\
(\varphi'\varphi')=\frac{1}{W^2}\left\{CW^2-2CVW\cos\vartheta+(A\,\mathrm{sen}^2\vartheta+C\cos^2\vartheta)\,V^2\right\}\\
(\vartheta'\vartheta')=A\\
(\omega'\varphi')=MER\left(\cos\mu-\cos\lambda\,\frac{V}{W}\right)-\left\{C\cos\vartheta-(A\,\mathrm{sen}^2\vartheta+\right.\\
\qquad\qquad\left.+C\cos^2\vartheta)\frac{V}{W}\right\}\frac{MRU}{W}\\
(\omega'\vartheta')=(\varphi'\vartheta')=0\ ,\quad(\omega'\varphi)=(\omega'\vartheta)=(\omega'\chi)=0\\
(\vartheta'\varphi)=(\vartheta'\vartheta)=(\vartheta'\chi)=0\ ,\quad(\varphi'\varphi)=(\varphi'\vartheta)=(\varphi'\chi)=0\\
(\chi\chi)=(\varphi\varphi)=MER\omega'^2\cos\lambda\\
(\vartheta\vartheta)=(\vartheta\varphi)=(\vartheta\chi)=0\\
(\chi\varphi)=MER\omega'^2\cos\mu\ ,
\end{array}\right.
$$

avendo posto

$$(19) \qquad \begin{cases} U = R + E\cos\lambda\,, \quad V = C\cos\vartheta + MER\cos\mu \\ W = A\,\mathrm{sen}^2\vartheta + C\cos^2\vartheta + MER\cos\lambda\,. \end{cases}$$

Si vede che son nulle tutte le derivate seconde in cui figura almeno una derivazione rispetto a ϑ, per cui la forma $d^2\mathbf{T}$ si riduce a cinque variabili; scritto il suo discriminante in modo che la diagonale principale risulti

$$(\omega'\omega')\,(\varphi'\varphi')\,(\vartheta'\vartheta')\,(\chi\,\chi)\,(\varphi\,\varphi)\,,$$

e indicando i minori principali con $\delta_1 \ldots . \delta_5$, vogliamo esaminare come si comportano, quanto ai segni, separatamente per le tre rotazioni stazionarie del n. 6.

10. Nel movimento 1) si ha: $\cos\vartheta = 0$, $\cos\lambda = \pm 1$ (il segno superiore corrisponde alla fig. 1*a* e l'inferiore alla 1*b*), $\cos\mu = 0$. Si trova allora che $\delta_1\,\delta_2\,\delta_3\,\delta_5$ sono sempre positivi; invece si ha: $\delta_4 = \pm\, MER\omega'^2\delta_3$, dove il doppio segno corrisponde a prendere $\cos\lambda = \pm 1$. La successione $\delta_1 \ldots \delta_5$ è dunque tutta formata da elementi positivi prendendo $\cos\lambda = +1$, è invece interrotta da un elemento negativo per $\cos\lambda = -1$. In relazione coi due casi la forma $d^2\mathbf{T}$ è o non è definita, e quindi il movimento in questione è stabile od instabile.

Osservando le figg. 1*a* e 1*b* possiamo dire che *la rotazione stazionaria* 1) *è stabile od instabile secondochè il punto* P *cade internamente od esternamente al segmento* O G.

11. Veniamo al moto 2). Assunto (ciò si può sempre fare) l'angolo ϑ acuto, cioè $\cos\vartheta > 0$, si avrà:

$$\cos\lambda = \cos\vartheta\,, \quad \cos\mu = 1$$

nel caso della fig. 2*a*, e

$$\cos\lambda = -\cos\vartheta\,, \quad \cos\mu = -1$$

nel caso della fig. 2*b*.

Se si tien conto che la quantità $C - ME^2$ esprime il momento d'inerzia del solido rispetto all'asse baricentrico paral-

lelo a ζ, e quindi è positiva, si trova, come nel moto 1): $\delta_1 > 0$.

Lasciando da parte per un momento il minore δ_2 e passando ai successivi, si avrebbe:

$$\delta_3 = \delta_2 A \ , \quad \delta_4 = \delta_3 (\chi\chi)$$
$$\delta_5 = \Delta = \delta_3 \{(\chi\chi)(\varphi\varphi) - (\chi\varphi)^2\} ;$$

e specializzando le espressioni (18) delle derivate seconde di **T** al caso nostro, si trova:

$$(\chi\chi) = (\varphi\varphi) = \pm \text{MER}\omega'^2 \cos\vartheta$$
$$(\chi\varphi) = \pm \text{MER}\omega'^2 ,$$

onde

$$(\chi\chi)(\varphi\varphi) - (\chi\varphi)^2 = -(\text{MER}\omega'^2)^2 \operatorname{sen}^2\vartheta < 0 .$$

Di qui si vede che se δ_2 non è nullo (nel caso che fosse $\delta_2 = 0$, si annullerebbero tutti i minori principali successivi a δ_1), la successione $\delta_1 \dots \delta_5$ deve presentare necessariamente qualche variazione: cioè, δ_4 ha segno opposto a δ_2 se $\delta_2 < 0$, ed ha segno opposto a δ_5 se $\delta_2 > 0$. Per le conclusioni che noi abbiamo di mira non avrà dunque interesse il sapere se δ_2 si conservi positivo o negativo, ma soltanto se sia o non identicamente nullo. Ora è subito visto che δ_2 è, in generale, diverso da zero, perchè se supponiamo $A = C$, troviamo

$$\delta_2 = \text{MR}^2 \operatorname{sen}^2\vartheta (\text{MR}^2 + A - \text{ME}^2 \cos^2\vartheta) > 0 .$$

Siamo dunque in grado di formulare il seguente risultato: *la rotazione stazionaria* 2) *è sempre instabile.*

12. Non resta più che il moto 3). Geometricamente questa rotazione si può concepire come caso limite della 2) quando l'asse ζ tenda a diventare parallelo all'asse di rotazione z; d'altronde le derivate seconde di **T** calcolate in corrispondenza al moto 2) risultano funzioni continue della sola ϑ: i valori di queste derivate nel caso limite $\vartheta = 0$ si otterranno dunque da quelle ponendovi $\vartheta = 0$.

Con ciò vengono ad annullarsi le derivate $(\varphi'\varphi')$ e $(\omega'\varphi')$, e il discriminante di d^2**T** diventa del 4° ordine. Nella succes-

sione $\delta_1 \dots \delta_4$ si ha ancora: $\delta_1 > 0$, $\delta_2 > 0$, mentre δ_3 ha il segno di $\cos\lambda$; inoltre δ_4 si annulla, ed in corrispondenza la forma d^2T si riduce a tre variabili, in quanto in luogo dei due angoli χ e φ che, presi separatamente, riescono indeterminati, viene a comparire solo più la loro somma, che rappresenta l'angolo degli assi ξ e p.

La successione dei determinanti $\delta_1 \dots \delta_4$ si riduce a tre soli termini, di cui i due primi sempre positivi, ed il terzo positivo o negativo secondochè gli assi p e ξ comprendono un angolo nullo od uguale a due retti. Osservando le figure 3*a* e 3*b* si ha dunque: *la rotazione* 3) *è stabile od instabile secondochè il punto* P *cade internamente od esternamente al segmento* OG.

Dal confronto colle rotazioni 1) e 2) si vede che la 3), per quanto si possa considerare come un caso limite della 2), pure se ne stacca nel modo di comportarsi rispetto alla stabilità, accostandosi invece, per questo riguardo, alla 1) nella quale l'asse di rotazione giace nel piano equatoriale. Possiamo quindi, dallo speciale punto di vista della stabilità, raccogliere in questo enunciato i risultati ottenuti in questo § e nel precedente:

I moti stazionarii provenienti dall'integrale (9) *consistono in rotazioni uniformi intorno all'asse del cerchio* (γ), *al quale asse s'appoggia, in ogni caso, la retta congiungente il punto* P *col baricentro: queste rotazioni sono instabili se l'asse di rotazione incontra pure (s'intende al finito) l'asse di simmetria* ζ *del solido, possono essere stabili od instabili se l'asse di rotazione non incontra* ζ.

13. Il confronto fra le rotazioni stazionarie trovate nel § 2° e quelle del § 1° (che corrispondono, sia le une che le altre, ad un medesimo principio meccanico) mette in evidenza una grande analogia fra i caratteri geometrici delle prime e delle seconde; come pure fa vedere che dei due assi, baricentrico e di simmetria (coincidenti in una retta unica nel sistema del § 1°), il primo ha, in certo qual modo, un'importanza prevalente. Non sempre però l'analogia geometrica è accompagnata dall'analogia meccanica; così la rotazione 2) del n. 4 (§ 1°) si comporta, rispetto alla stabilità, in modo nettamente distinto dalle 2) del n. 6 (§ 2°): mentre cioè la prima può es-

sere, secondo i casi, stabile od instabile, l'altra è sempre instabile. Riguardo alla stabilità l'ultima rotazione ha invece la sua analoga in una rotazione stazionaria che il solido ammetterebbe qualora ci ponessimo nelle ipotesi che definiscono il caso della Kowalevski.

Supposto il punto P fisso ed il solido soggetto alla gravità (ed aggiunta la condiziono $A = 2C$, la quale nei moti spontanei da noi studiati non ha che un'importanza di dettaglio), si presenta, oltre all'integrale della Kowalevski, un integrale analogo al nostro (9), che dà luogo a due moti stazionarii: l'uno è una rotazione uniforme intorno all'asse baricentrico disposto verticalmente, l'altro è pure una rotazione intorno ad una retta del piano meridiano baricentrico [1]). La prima non può avere nulla d'analogo con alcuna delle rotazioni da noi incontrate, perchè è incompatibile col movimento di qualsiasi punto dell'asse baricentrico, ed in particolare del punto P. La seconda invece è l'analoga della nostra rotazione 2) del n. 6: l'unica differenza qualitativa fra le due rotazioni sta nel fatto che mentre nel caso della Kowalevski l'asse di rotazione incontra l'asse di simmetria ζ e l'asse baricentrico ξ in uno stesso punto (che è il punto P), invece nel nostro caso di moto spontaneo l'incontro dell'asse di rotazione con quelle due rette avviene in due punti generalmente distinti.

Ora è notevole che anche la rotazione del caso della Kowalevski è instabile. Bisogna però tener presente che non sono gli stessi, nelle due rotazioni, i termini di confronto per la stabilità: difatti le perturbazioni ammesse nel caso della Kowalevski debbono lasciare in quiete il punto P in cui l'asse dell'originaria rotazione incontra gli assi ζ e ξ, mentre nel caso nostro i punti in cui queste ultime due rette s'appoggiano all'asse di rotazione vengono posti in movimento; di modo che nel caso della Kowalevski le rette ζ e ξ descriveranno ancora nel moto perturbato due superficie coniche col vertice in P, mentre nel nostro caso percorreranno due rigate sghembe passanti entrambe pel cerchio (γ) al quale è costantemente legato il punto P.

---

1) Veggasi la Nota del prof. Levi-Civita già citata nell'Introduzione.

SULLA FORMULA DI KIRCHHOFF E SUE ESTENSIONI.

Nota di P. BURGATTI.

Il Beltrami in molte sue Memorie insistette sull'importanza fondamentale, specialmente rispetto alla teoria del potenziale e sue estensioni, dei lemmi di Gauss espressi dalle formule

$$(0) \qquad \int_s \frac{\partial u}{\partial r}\frac{ds}{r} = \int_\sigma u \frac{d\,lg\,\frac{1}{r}}{dn}\, d\sigma - \sigma_0 u_0 \quad \text{(campo a 2 dimens.)}$$

$$(0') \qquad \int_s \frac{\partial u}{\partial r}\frac{ds}{r^2} = \int_\sigma u \frac{d\,\frac{1}{r}}{dn}\, d\sigma - \sigma_0 u_0 \quad \text{(campo a 3 dimens.)}\,,$$

in cui i simboli hanno significati ben noti; formule quasi intuitive, perchè scaturiscono direttamente dal processo d'integrazione per coordinate polari. Negli ultimi anni di sua vita, richiamato a quelle idee dalla lettura di una Nota del Gutzmer, riuscì con l'uso diretto di quei lemmi ad eliminare dalla deduzione della formula di Kirchhoff ogni intervento di considerazioni ed elementi non strettamente necessari alla questione; mettendo così in luce la vera origine analitica di quella formula importantissima [1]).

Prima e dopo lui altri autori s'occuparono dell'estensione di detta formula negli spazî di due o più dimensioni: primo fra tutti il Prof. Volterra, che in due Note pubblicate nel 1892 [2]) mostrò le differenze che esistono tra il caso delle tre variabili e quelli di due o più, e dedusse con metodo molto ingegnoso le formule che fanno perfettamente riscontro a a quelle di Kirchhoff.

1) Rend. Acc. Lincei. 1895. " Sull'espressione data da Kirchhoff........ ", " Sul teorema di Kirchhoff ".

2) Rend. Acc. Lincei. 1892. " Sulle vibrazioni luminose nei mezzi isotropi " e " Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi ".

Ispirandomi alle idee del Beltrami, io mi sono proposto in questa Nota di far scaturire tutte quelle formule da un unico principio analitico molto semplice e quasi intuitivo, e di estenderle alle soluzioni di certe equazioni differenziali del quart'ordine, che si presentano in alcune questioni di fisica matematica.

1. — Indichiamo in generale con $u(x_1, x_2, \ldots. x_n, r)$ una funzione di $x_1, x_2 \ldots. x_n$ e di $r = \sqrt{(x_1 - x_1^0)^2 \ldots. + (x_n - x_n^0)^2}$ regolare in un certo campo. Individuando i punti del campo mediante le coordinate polari, denoteremo con $\frac{du}{dr}$ la derivata di u rispetto alla r che comparisce implicitamente anche nelle x, e con $\frac{du}{dx_s}$ la derivata di u rispetto alla x_s quando si pensa che essa comparisce anche in r; mentre i simboli $\frac{\partial u}{\partial r}$, $\frac{\partial u}{\partial x_s}$ di derivate parziali saranno adoperati nel senso ordinario [1]).

Le formule (0) e (0') di Gauss valgono anche quando in u entra esplicitamente la r; allora si scrivono nella forma

$$(1) \qquad \int_s \frac{1}{r} \frac{du}{dr} ds = \int_\sigma u \frac{d \lg \frac{1}{r}}{dn} d\sigma - \sigma_0 u_0$$

$$(1') \qquad \int_s \frac{1}{r^2} \frac{du}{dr} ds = \int_\sigma u \frac{d \frac{1}{r}}{dn} d\sigma - \sigma_0 u_0 .$$

È noto che il lemma di Gauss si estende allo spazio a n dimensioni. Per la funzione u precedente si ha

1) Per le derivate secondo la normale si useranno i due simboli $\frac{du}{dn}$ e $\frac{\partial u}{\partial n}$, oppure $\frac{du}{dN}$ e $\frac{\partial u}{\partial N}$ nel significato seguente:

$$\frac{du}{dn} = \frac{du}{dN} = \Sigma \frac{du}{dx_s} \frac{dx_s}{dn} , \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial u}{\partial N} = \Sigma \frac{\partial u}{\partial x_s} \frac{dx_s}{dn} .$$

$$(2) \qquad \int_{s_n} \frac{1}{r^{n-1}} \frac{du}{dr} ds_n = \frac{1}{n-2} \int_{\Omega} u \frac{d\frac{1}{r^{n-2}}}{dN} d\Omega - \Omega_0^{(n)} u_0 ,$$

essendo s_n lo spazio interno all'ipersuperficie chiusa Ω; $x_1^0, x_2^0 \ldots$

un punto di s_n; $\Omega_0^{(n)} = \dfrac{2}{\left|\frac{n-2}{2}\right.} \pi^{\frac{n}{2}}$ per n pari, e

$$\Omega_0^{(n)} = \frac{2^{\frac{n+1}{2}} \pi^{\frac{n-1}{2}}}{1.3.5.\ldots n-2} \text{ per } n \text{ dispari.}$$

Ricordiamo inoltre un secondo lemma di Gauss espresso dalla formula

$$(2') \qquad \int_{s_n} \frac{du}{dx_s} ds_n = - \int_{\Omega} u \frac{dx_s}{dN} d\Omega ,$$

valida anche nel caso che in $(x_1^0 \, x_2^0 \ldots x_n^0)$ la funzione diventi infinita come $\dfrac{1}{r^{n-1}}$, o come $\log r$ se lo spazio è a due dimensioni.

Ciò posto, consideriamo l'identità

$$\frac{d^2u}{dx_s^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial x_s}\right)^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_s \, \partial r} \frac{\partial r}{\partial x_s} + \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial x_s^2} .$$

Sommando da 1 a n, e notando che

$$\sum_1^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_s \, \partial r} \frac{\partial r}{\partial x_s} = \sum_1^n \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) \frac{\partial x_s}{\partial r} = \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} ,$$

si trae subito

$$\sum_1^n \frac{d^2 u}{dx_s^2} = \Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + 2 \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{n-1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} .$$

Ora, denotando con $f(r)$ una funzione qualunque della sola r, si ha

$$\sum_1^n \frac{d}{dx_s}\left(f(r)\frac{du}{dx_s}\right)=f'(r)\frac{du}{dr}+f(r)\sum_1^n \frac{d^2u}{dx_s^2}\,;$$

quindi per la precedente

$$\begin{aligned}\sum_1^n \frac{d}{dx_s}\left(f(r)\frac{du}{dx_s}\right)&=f'(r)\frac{du}{dr}+2\frac{f(r)}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\\ &+f(r)\left\{\Delta_2 u-\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{n-3}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right\}.\end{aligned}\tag{3}$$

Parimenti, osservando che

$$\sum_1^n \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right)=\frac{d}{dr}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\Delta_2 u-\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\,,$$

e che

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)=\frac{1}{r^{n-1}}\frac{d}{dr}\left(r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right)-\frac{n-1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\,,$$

si trae subito

$$\begin{aligned}\sum_1^n \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right)&=\frac{1}{r^{n-1}}\frac{d}{dr}\left(r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\\ &+\left(\Delta_2 u-\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}-\frac{n-1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right).\end{aligned}\tag{4}$$

Sono queste (3) e (4) le due identità fondamentali, dalle quali, come ora vedremo, si deducono le formule di Kirchhoff e di Volterra mediante la diretta applicazione dei lemmi di Gauss.

2. — Sia u una funzione regolare [1]) insieme a tutte le sue derivate parziali prime di $x_1, x_2, \ldots x_n, t, r$, soddisfacente all'equazione

$$\Delta_2 u=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\tag{e}$$

1) S'intende in un campo s_n limitato da Ω.

per $r = \text{cost.}$, e all'equazione

$$(e') \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{n-1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}$$

quando si pensano costanti le x che vi entrano esplicitamente. Allora l'ultimo termine della (4) è nullo; e l'applicazione ad essa dei lemmi di Gauss dà subito

$$(5) \qquad \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial \mathrm{N}} d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial r}\frac{dr}{d\mathrm{N}} d\Omega \, ;$$

formula generale, che per u indipendente da r e t si riduce a quella ben nota $\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial \mathrm{N}} d\Omega = 0$.

L'esistenza di funzioni u soddisfacenti all'ipotesi fatte si dimostra immediatamente. Sia $f(x_1, x_2, \ldots x_n, t)$ un integrale regolare qualunque della (e); sarà anche integrale

$$u = \int_{-1}^{1} f(x_1, x_2, \ldots. x_n, t + r\xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi \, .$$

Vediamo se è possibile determinare $\varphi(\xi)$ in guisa che questo u soddisfi la (e'), quando si pensano le x_s costanti. Derivando, e facendo una integrazione per parti, si trova facilmente che deve essere

$$\frac{1}{r}\int_{-1}^{1} \frac{\partial f}{\partial t}\left\{(1-\xi^2)\varphi' - 2\xi\varphi\right\} d\xi + \frac{n-1}{r}\int_{-1}^{1} \xi \frac{\partial f}{\partial t}\varphi\, d\xi = 0$$

e

$$\lim_{\xi = \pm 1} (1-\xi^2)\,\varphi(\xi) = 0 \, .$$

Ora se poniamo

$$(1-\xi^2)\varphi' + (n-3)\xi\varphi = 0 \, ,$$

ricaviamo per φ l'espressione

$$\varphi = (1-\xi^2)^{\frac{n-3}{2}} \, ,$$

che soddisfa alle condizioni imposte. Dunque possiamo prendere

$$u = \int_{-1}^{1} f(x_1, x_2, \ldots x_n, t + r\xi)(1-\xi^2)^{\frac{n-3}{2}} d\xi ;$$

che ben si vede esser regolare. E poichè $f(x_1, x_2, \ldots x_n, t)$ è una soluzione regolare qualunque di $\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$, la (5) esprime una proprietà degli integrali regolari di quella equazione, qualunque sia n; proprietà che fu già indicata dal Professor Volterra.

Ma qui possiamo aggiungere una nuova osservazione; e cioè, che nel caso di $n > 3$ la (5) esprime una proprietà alquanto più generale di quella ora accennata. Infatti, è chiaro che la (5) è valida ancora se si suppone che per $r = 0$ la u diventa infinita come $\frac{1}{r^p}$, essendo $p < n-2$; perchè in tal caso $r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}$ è regolare, e tende a zero per $r = 0$. Allora prendiamo u come precedentemente, ma supponiamo φ funzione di ξ e r; ossia

$$u = \int_{-1}^{1} f(x_1, x_2, \ldots x_n, t + r, \xi)\, \varphi(r, \xi)\, d\xi ,$$

e vediamo di determinare $\varphi(r, \xi)$ in guisa che la u, che per $r =$ cost. soddisfa l'equazione (e), soddisfi anche l'equazione (e') quando si pensano costanti le x. Derivando e sostituendo, e poi notando che con due successive integrazioni per parti risulta

$$\int_{-1}^{1} (1-\xi^2)\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\varphi\, d\xi = \frac{2}{r}\int_{-1}^{1} \xi \frac{\partial f}{\partial t}\varphi\, d\xi +$$

$$+ \frac{1}{r^2}\int_{-1}^{1} f.\left\{(1-\xi^2)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 \xi} - 2\xi\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right\} d\xi ,$$

quando sia

$$\lim_{\xi=\pm 1}(1-\xi^2)\varphi=0 \quad \text{e} \quad \lim_{\xi=\pm 1}(1-\xi^2)\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}=0\,,$$

si trova facilmente che deve essere verificata l'equazione

$$-\int_{-1}^{1}\xi\frac{\partial f}{\partial t}\left(2\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{n-3}{r}\varphi\right)d\xi+\frac{1}{r^2}\int_{-1}^{1}\left((1-\xi^2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}-\right.$$

$$\left.-2\xi\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right)f\,.\,d\xi-\int_{-1}^{1}f.\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{n-1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)d\xi=0\,.$$

Se ora si uguagliano a zero i coefficienti di f e di $\frac{\partial f}{\partial t}$, risulta subito per φ la forma

$$\varphi=r^{-\frac{n-3}{2}}\,.\,\psi(\xi)\,,$$

ove ψ è una soluzione dell'equazione ipergeometrica [1])

$$(1-\xi^2)\,\psi''-2\,\xi\,\psi'+\frac{(n-1)\,(n-3)}{4}\,\psi=0\,.$$

Se dunque si sceglie ψ in guisa che le condizioni sopra enunciate siano soddisfatte, avremo una u che diventa infinita come $\frac{1}{r^{n-3}}$ $(n>3)$, e che sostituita nella (5) fornisce una proprietà per ogni $f(x_1\,.\,x_2\,....\,x_n\,,\,t)$ soluzione regolare di $\Delta_2\,u=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$.

3. — Prendiamo ora l'identità (3), e facciamo $f(r)=\frac{1}{r}$, $n=3$; si ottiene

$$\sum_1^3\frac{d}{dx_s}\left(\frac{1}{r}\,\frac{du}{dx_s}\right)=-\frac{1}{r^2}\frac{du}{dr}+\frac{2}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\left(\Delta_2 u-\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)$$

1) L'equazione ipergeometrica $t\,(1-t)\,y''+(\gamma-(\alpha+\beta+1)\,t)\,y'-\alpha\beta y=0$ colla sostituzione $t=\frac{1-x}{2}$ si riduce a $(1-x^2)\,y''-2\left(\gamma-\frac{\alpha+\beta+1}{2}(1-x)\right)y'-\alpha\beta y$, che per $\alpha=-\frac{n-3}{2}$, $\beta=\frac{n-1}{2}$, $\gamma=1$ coincide con l'equazione trovata.

Sia $u(x_1, x_2, x_3, t, r)$ funzione regolare soddisfacente all'equazione (e) per $r =$ cost., e all'equazione $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0$ quando si pensano le x costanti. Allora l'ultimo termine del secondo membro va a zero; e l'applicazione dei lemmi di Gauss conduce subito alla formula di Kirchhoff.

$$\sigma_0 u_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0, t) = \int \left(u \frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\frac{du}{dn} \right) d\sigma + \tag{6}$$
$$+ 2\int \frac{\partial u}{\partial r}\frac{dr}{dn}\frac{d\sigma}{r} .$$

che si riduce a quella di Green quando u è indipendente da r e t. Alle condizioni imposte alla u si soddisfa interamente prendendo

$$u = f(x_1, x_2, x_3, t - r),$$

in cui $f(x_1, x_2, x_3, t)$ è una soluzione regolare qualunque dell'equazione (e).

Più generalmente supponiamo $n \geq 3$, e nella (3) poniamo $f(r) = \frac{1}{r^{n-2}}$; essa diventa

$$\sum_1^n \frac{d}{dx_s}\left(\frac{1}{r^{n-2}} \frac{du}{dx_s} \right) = - \frac{n-2}{r^{n-1}}\frac{du}{dr} + \frac{2}{r^{n-1}}\frac{d}{dr}\left(r\, \frac{\partial u}{\partial r} \right) +$$
$$+ \frac{1}{r^{n-2}}\left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{n-3}{r}\frac{\partial u}{\partial r} \right) .$$

Sia $u(x_1, x_2 \dots x_n, t, r)$ una soluzione regolare dell'equazione (e), quando si pensa r costante, e una soluzione di

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{n-3}{r}\frac{\partial u}{\partial r} \tag{e'}$$

quando si considerano le x costanti. In tale ipotesi l'ultimo termine del secondo membro della identità precedente è nullo; e l'applicazione dei lemmi di Gauss conduce alla formula

$$(7)\quad \begin{aligned}(n-2)\,\Omega_0^n\, u(x_1^0 \dots x_n^0, t) = & \int_\Omega \left(u \frac{d\frac{1}{r^{n-2}}}{dN} - \frac{1}{r^{n-2}} \frac{du}{dN} \right) d\Omega + \\ & + 2 \int_\Omega \frac{1}{r^{n-2}} \frac{\partial u}{\partial r} \frac{dr}{dN}\, d\Omega ,\end{aligned}$$

che è un' estensione di quella di Kirchhoff, e si riduce a quella di Green quando u è indipendente da r e t. Questa formula è valida per n dispari; perchè in tal caso si dimostra l' esistenza di funzioni u soddisfacente alle condizioni imposte. Sia $f(x_1, x_2 \dots x_n, t)$ una soluzione regolare qualunque della (c). Mutando t in $t-r$, la funzione

$$u = \sum_{i=0}^{s} \lambda_i r^i f^{(i)},$$

ove $\lambda_i = \text{cost.}$ e $f^{(i)} = \frac{\partial^i f}{\partial t^i} = (-1)^i \frac{\partial^i f}{\partial r^i}$, è ancora soluzione della (e) per $r = \text{cost.}$

Vediamo se si possono determinare le λ_i in guisa che sia anche una soluzione di (e''), quando si considerano costanti le x. Derivando, si ottiene facilmente

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \sum_{i=0}^{s-1} \left\{ (i+1)\lambda_{i+1} - \lambda_i \right\} r^i f^{(i+1)} - \lambda_s r^s f^{(s+1)} ,$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = & \sum_{i=1}^{s-1} \left\{ i(i+1)\lambda_{i+1} - 2i\lambda_i + \lambda_{i-1} \right\} r^{i-1} f^{(i+1)} - \\ & - (2s\lambda_s - \lambda^{s-1}) r^{s-1} f^{(s+1)} + \lambda_s r^s f^{(s+2)} ;\end{aligned}$$

e per conseguenza

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{K}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = & -\frac{K}{r}(\lambda_1 - \lambda_0) f' + \sum_{i=1}^{s-1} \Big\{ (i-K)(i+1)\lambda_{i+1} + \\ & + (K-2i)\lambda_i + \lambda_{i-1} \Big\} r^{i-1} f^{(i+1)} + \\ + \left\{ (K-2s)\lambda_s + \lambda_{s-1} \right\} r^{s-1} f^{(s+1)} & + \lambda_s r^s f^{(s+2)} - \sum_{i=0}^{s} \lambda_i r^i f^{(i+2)}\end{aligned}$$

in cui K è una costante. Affinchè il secondo membro sia nullo bisogna che risultino soddisfatte le condizioni

$$\lambda_1 = \lambda_0 \,, \quad K - 2s = 0$$

$$(i - K)(i+1)\lambda_{i+1} + (K - 2i)\lambda_i = 0 \quad \text{per } (i = 1, 2, \ldots s-1) \,;$$

dalle quali si ricava $K = 2s$, e in generale

$$\lambda_h = \frac{2^{h-1}}{|\underline{h}} \frac{(s-1)(s-2)\ldots(s-h+1)}{(2s-1)(2s-2)\ldots(2s-h+1)} \quad (\text{posto } \lambda_0 = 1 \,.$$

Nel nostro caso deve essere $K = 2s = n - 3$; ossia n dispari. Allora $n = 2m+1$, la formula (7) diventa

$$(7') \qquad (2m-1)\,\Omega_0^{(2m+1)} f(x_1^0 \ldots x_n^0, t) = \int_\Omega \left(u \frac{d \frac{1}{r^{2m-1}}}{dN} - \frac{1}{r^{2m-1}} \frac{du}{dN} \right) d\Omega + 2 \int_\Omega \frac{1}{r^{2m-1}} \frac{\partial u}{\partial r} \frac{dr}{dN} d\Omega \,,$$

in cui

$$u = f(x_1, x_2, \ldots x_n, t - r) + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{2^{i-1}}{|\underline{i}} \frac{\binom{m-1}{i}}{\binom{2m-2}{i}} r^i \frac{\partial^i f}{\partial t^i} \,;$$

la quale, a parte le notazioni, coincide con quella del Professore Volterra.

4. — Consideriamo adesso l'identità (4), e facciamo $n = 2$; si ha

$$\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r \frac{\partial u}{\partial r}\right) + \left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right).$$

Sia $u(x_1, x_2, t, r)$ una funzione soddisfacente all' equazione (e) quando si tiene r costante, e all'equazione

$$(e'') \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}$$

quando si considerano costanti le x. Supponiamo inoltre che per $r=0$ si abbia

$$\lim \frac{u}{\log r} = \lim r \frac{\partial u}{\partial r} = u_0 (x_1^0, x_2^0, t) ,$$

ove u_0 è regolare e soddisfa ancora alla (e).

Allora l'ultimo termine dell'identità precedente è nullo; e coll'applicazione dei lemmi di Gauss si trova subito

$$(8) \qquad \sigma_0 u_0 = \int_\sigma \frac{\partial u}{\partial n} d\sigma - \int_\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \frac{dr}{dn} d\sigma .$$

Per mostrare l'esistenza di funzioni u soddisfacenti alle condizioni imposte, indichiamo con $f(x_1, x_2, t)$ una soluzione regolare qualunque della (e); la funzione

$$u = \int_{-1}^{1} f(x_1, x_2, t + r\xi)\, \varphi(r, \xi)\, d\xi$$

è ancora una soluzione di quella equazione. Vediamo di determinare φ in guisa che sia anche soluzione della (e''), quando si considerano costanti le x. Procedendo come si è fatto nella prima parte del § 2, si trova che deve essere

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 , \quad \frac{1}{r}\left((1-\xi^2)\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - 2\xi\varphi\right) + 2\xi \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\xi\varphi = 0$$

e

$$\lim_{\xi = \pm 1} (1-\xi^2)\varphi = 0 .$$

Dalla prima si ricava

$$\varphi = \log r \,.\, \psi(\xi) + \Phi(\xi) ;$$

e dalla seconda

$$(1-\xi^2)\psi' - \xi\psi = 0 , \quad (1-\xi^2)\Phi' - \xi\Phi = -2\xi\psi ;$$

ossia

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad \text{e} \quad \Phi = \frac{\log(1-\xi^2)}{\sqrt{1-\xi^2}} .$$

La condizione del limite è soddisfatta; e si ha infine

$$(9) \qquad u = \int_{-1}^{1} f(x_1 , x_2 , t + r\xi) \log \{r(1-\xi^2)\} \frac{d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} .$$

Queste u soddisfano a tutte le condizioni imposte; essendo anche

$$\lim_{r=0} \frac{u}{\lg r} = \lim_{r=0} r \frac{\partial u}{\partial r} = \pi f(x_1^0, x_2^0, t) .$$

L'insieme delle (8) e (9) costituisce la formula di Volterra per l'equazione delle onde cilindriche; formula che fa riscontro a quella di Kirchhoff.

Per n pari e maggior di 2, prendiamo ancora l'identità

$$\sum_1^{2m} \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) = \frac{1}{r^{m-1}} \frac{d}{dr}\left(r^{2m-1} \frac{\partial u}{\partial r}\right) + \\ + \left\{\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{2m-1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right\} .$$

e supponiamo che $u(x_1, x_2, \ldots x_{2m}, t, r)$ sia una soluzione dell'equazione (e) per $r = \text{cost.}$, e una soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2m-1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}$$

quando si considerano costanti le x_s. Ammettiamo inoltre che sia

$$-(2m-2) \lim_{r=0} r^{2m-2} u = \lim_{r=0} r^{2m-1} \frac{\partial u}{\partial r} = u_0 (x_1^0 .. x^0_{2m}, t) ,$$

con u_0 soddisfacente alla (e) rispetto alle variabili x^0.

In questa ipotesi l'ultimo termine dell'identità è nullo, e l'applicazione dei lemmi di Gauss conduce subito alla formula

$$(8') \qquad \Omega_0^{2m} u_0 = \int_\Omega \frac{\partial u}{\partial n} d\Omega - \int_\Omega \frac{\partial u}{\partial r}\frac{dr}{dn} d\Omega ,$$

dello stesso tipo della (8). Le u soddisfacenti alle ipotesi fatte

esistono; basta infatti applicare $m-1$ volte l'operazione $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$ alla (9) estesa alle $2m$ variabili [1]).

5. — Il metodo semplicissimo ora adoperato per ritrovare formule note, si presta ancora a molte e varie estensioni della formula di Kirchhoff. Qui voglio considerare soltanto quelle che per le applicazioni possono avere maggior importanza.

Sia u una funzione regolare di x_1, x_2, x_3, t e r; sussiste la solita identità

$$\sum_1^3 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) = -\frac{1}{r^2}\frac{du}{dr} + \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right).$$

Indichiamo con v un'altra funzione come la u; ma in essa consideriamo costante la r che vi comparisce esplicitamente. Allora è evidente l'identità

$$\sum_1^3 \frac{d}{dx_s}\left(r\frac{\partial v}{\partial x_s}\right) = \frac{\delta v}{\delta r} + r\,\Delta_2 v,$$

in cui abbiamo scritto $\frac{\delta v}{\delta r}$ in luogo di $\frac{\partial v}{\partial r}$, perchè qui rappresenta la derivata di v rispetto a r, in quanto la r comparisce solo implicitamente nelle x. Supponiamo che sia

$$v = \left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_{r=\text{cost.}} \text{ [2]});$$

poi moltiplichiamo la 2ª identità per $\frac{1}{2}$, e sommiamola con la prima. Si ottiene subito

$$\sum_1^3 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) + \frac{1}{2}\sum_1^3 \frac{d}{dx_s}\left(r\frac{\partial v}{\partial x_s}\right) =$$

$$= -\frac{1}{r^2}\frac{du}{dr} + \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{2}\frac{1}{r^2}\frac{\delta}{\delta r}(r^2.v) +$$

$$+ \frac{r}{2}\left(\Delta_4 u - \frac{\partial^2 \Delta_2 u}{\partial r^2}\right).$$

1) Vedi la Nota citata del Volterra.

2) Con ciò s'intende che si deve tenere r costante ogni qualvolta si opera su v con derivazione o integrazione.

Sia ora $f(x_1, x_2, x_3 t)$ una soluzione regolare dell'equazione

$$(10) \qquad \Delta_2\left(\Delta_2 f - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\right) = 0 ;$$

e poniamo

$$u = f(x_1, x_2, x_3, t - r) .$$

È manifesto che questa u soddisfa l'equazione

$$\Delta_4 u - \frac{\partial^2 \Delta_2 u}{\partial r^2} = 0 ;$$

per conseguenza l'ultimo termine dell'identità precedente si annulla, e l'applicazione ad essa dei lemmi di Gauss conduce immediatamente alla formula

$$\sigma_0 u_0 = \int_\sigma \left(u \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial n}\right) d\sigma + \frac{1}{2}\int_\sigma \left(v \frac{\partial r}{\partial n} - r \frac{\partial v}{\partial n}\right) d\sigma + \\ + \int_\sigma \frac{\partial u}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial n} d\sigma ,$$

che costituisce l'estensione di quella di Kirchhoff alle soluzioni dell'equazione (10). Per u indipendente da t e da r essa si riduce alla formula di Green per le funzioni biarmoniche [1]).

6. — Passiamo ora al caso delle due variabili. Sia $u = u(x_1, x_2, r, t)$; sussiste l'identità già usata al § 4,

$$\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r \frac{\partial u}{\partial r}\right) + \left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) .$$

Indichiamo inoltre con v una funzione come la u; ma in essa consideriamo costante la r che vi comparisce esplicitamente. Avremo l'identità evidente

$$\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(r^2 \frac{\partial v}{\partial x_s}\right) = 2r\frac{\delta v}{\delta r} + r^2 \Delta_2 v ,$$

1) A proposito dell'equazione (10) vedi le ultime ricerche del Prof. Somigliana sulla dinamica dei mezzi isotropi; principalmente " Della propagazione delle onde.... " Nuovo Cimento 1906.

in cui $\frac{\delta v}{\delta r}$ ha il significato già detto di sopra. Facciamo

$$v = \left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r = \text{cost.}};$$

poi sommiamo la prima identità colla seconda moltiplicata per $\frac{1}{4}$: si ottiene la nuova identità

$$\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) + \frac{1}{4}\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(r^2 \frac{\partial v}{\partial x_s}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2r}\frac{\delta}{\delta r}(r^2 v) + \frac{r^2}{4}\left(\Delta_2 u - \frac{\partial^2 \Delta_2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \Delta_2 u}{\partial r}\right).$$

Sia ora $f(x_1, x_2, t)$ una soluzione regolare (insieme a quelle derivate che occorrerà considerare) dell'equazione

$$\Delta_2 f - \frac{\partial^2 \Delta_2 f}{\partial t^2} = 0\,; \tag{10'}$$

e poniamo

$$u = \int_{-1}^{1} f(x_1, x_2, t + r\xi) \log r(1 - \xi^2) \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}.$$

Per quanto si è detto al § 4 risulta

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \int_{-1}^{1} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \log r(1 - \xi^2)\frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\,;$$

e quindi, come si vede facilmente,

$$\Delta_2 u - \frac{\partial^2 \Delta_2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial \Delta_2 u}{\partial r} = \Delta_2 f - \frac{\partial^2 \Delta_2 f}{\partial t^2} = 0\,.$$

allora l'identità precedente si riduce a

$$\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(\frac{\partial u}{\partial x_s}\right) + \frac{1}{4}\sum_1^2 \frac{d}{dx_s}\left(r^2 \frac{\partial v}{\partial x_s}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2r}\frac{\delta}{\delta r}(r^2 v)\,.$$

Tenendo ora presente (vedi § 4) che

$$\lim_{r=0} \frac{u}{\log r} = \lim_{r=0} r \frac{\partial u}{\partial r} = \pi f(x_1^0, x_2^0, t),$$

e che

$$\lim_{r=0} r^2 v = 0,$$

perchè nella v la r è considerata costante, coll' applicazione dei lemmi di Gauss si ha immediatamente

$$\pi \sigma_0 f(x_1^0, x_2^0, t) = \int_\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \frac{dr}{dn} d\sigma - \int_\sigma \frac{\partial u}{\partial n} d\sigma +$$

$$+ \frac{1}{4} \int_\sigma \left(v \frac{\partial r^2}{\partial n} - r^2 \frac{\partial v}{\partial n} \right) d\sigma .$$

Questa formula è l' estensione di quella di Kirchhoff alle soluzioni regolari dell' equazione (10').

Roma, 31 Maggio 1907.

RICERCHE SUL MATERIALE RADIOATTIVO ESISTENTE NELL' ATMOSFERA.

Nota di G. A. BLANC.

1) Elster e Geitel [1]) com' è noto, hanno mostrato che un corpo, dopo esser rimasto per qualche ora esposto all'aria aperta, carico negativamente, presenta dei fenomeni di attività indotta simili a quelli che si osservano nei corpi lasciati a contatto colla emanazione di una sostanza radioattiva.

Rutherford e Allan [2]) a Montreal (Canada), hanno poi determinato la legge di decremento di tale attività, trovando che il processo di disattivazione avveniva approssimativamente secondo una legge esponenziale, riducendosi l'attività a metà in circa 45 minuti primi. Secondo questi autori, tale legge di disattivazione mostravasi indipendente, oltrecchè dalla natura del metallo costituente il filo, anche, entro certi limiti, dal valore del potenziale negativo comunicato al filo stesso, nonchè dalla durata dell' attivazione. Rutherford e Allan attribuirono i fenomeni da essi osservati, e confermati poi da ulteriori esperienze dell' Allan medesimo, alla presenza nell' atmosfera di emanazione di radio.

Sella [3]), d' altra parte, aveva potuto osservare che l' attività indotta la quale si manifesta su di una lamina esposta all'effluvio elettrico all' aria aperta, in Roma, cresceva sensibilmente se la durata dell' effluvio veniva prolungata per parecchie ore, osservazione questa che, come si vedrà fra poco, male concordava coll' ipotesi che fosse la presenza di emanazione di radio nell'atmosfera l' unica causa degli effetti osservati.

Più tardi Bumstead [4]) vide che in alcuni casi il decremento rapido dell'attività indotta (cioè di tipo radio) per un

1) Phys. Zeit. II, p. 590. 1901.
2) Phil. Mag. Dicembre 1902.
3) Rendic. L. XI. 1902.
4) Amer. Journ. of Scienze. Luglio 1904.

filo attivato all'aria aperta a New Haven (Connecticut, S. U. d' A.) era seguito da un periodo durante il quale l' attività stessa scemava assai lentamente, con legge analoga a quella che si osserva nel caso dell' attività indotta del torio (riduzione a metà in undici ore). Egli notò inoltre che per attivazioni durate 12 ore, l'attività indotta di tipo torio manifestata dal filo poteva raggiungere il 15 % dell' attività totale iniziale.

Poco dopo, e nella medesima località, Dadourian [1]) constatò che l'aria estratta dal suolo dava luogo a fenomeni di attività indotta in parte simili a quelli prodotti dai sali di torio.

Finalmente Burbank [2]) ha potuto constatare, prima a Göttingen e poi a Washington, un fenomeno analogo a quello osservato da Bumstead.

Ciò nondimeno A. S. Eve, dopo aver studiato accuratamente la questione della ionizzazione dell'atmosfera, conclude che i fenomeni osservati sono da attribuirsi, se non esclusivamente, almeno in massima parte alla presenza nell' aria di emanazione di radio e dei suoi successivi prodotti di trasformazione, radio A e radio C (il radio B non emettendo in quantità apprezzabile radiazioni capaci di ionizzare).

A questo proposito ricorderò come, nell' ultima edizione del suo libro « Radioactivity » (pag. 523). Rutherford abbia espresso l'opinione che l'attività indotta di tipo torio, la quale si può osservare nell'atmosfera, debba essere minima, essendo che l' emanazione prodotta dai sali di torio, a differenza di quella del radio, si disintegra troppo rapidamente perchè le quantità di essa che si possono sprigionare dal suolo siano capaci di dar luogo a notevoli fenomeni d' attività indotta. — Essendo la questione a questo punto mi sembrò interessante di intraprendere, mettendomi nelle condizioni più favorevoli, delle esperienze allo scopo di stabilire se, almeno per ciò che riguarda Roma e i suoi dintorni, si manifesti sui corpi rimasti esposti all' aria un' attività indotta di tipo torio,

1) Amer. Journ. of Scienze. Gennaio, 1905.
2) Phys. Zeit. VI, p. 436. 1905; Terr. Magn. and Atm. El. 1906.

e, in tal caso, determinare in quale proporzione questa si manifesti per rapporto all'attività indotta di tipo radio.

Sin dalle prime esperienze eseguite durante l'inverno 1905-6 potei convincermi che al primo di tali quesiti la risposta doveva essere affermativa, ed alcuni dei risultati ottenuti furono da me comunicati al Congresso della Società Italiana di fisica tenutosi in Roma nell'aprile dello scorso anno.

Nella presente nota riferirò intorno alle esperienze da me fatte in vista di determinare in che proporzione si manifesti su di un corpo esposto all'aria aperta l'attività indotta di tipo torio rispetto a quella di tipo radio, ed inoltre di stabilire quanta parte abbiano nella produzione degli ioni dell'atmosfera i prodotti di trasformazione della famiglia del torio rispetto a quelli della famiglia del radio [1]).

2) È noto che l'intensità dell'attività indotta la quale si manifesta su di un corpo esposto alle emanazioni del radio e del torio cresce col crescere della durata di attivazione, e ciò fino a raggiungere dopo un certo tempo un valore che, in pratica, si può considerare come un massimo; ciò, come si sa, viene facilmente spiegato, se si pensa che in ogni istante si deposita sul corpo a contatto coll'emanazione del nuovo materiale radioattivo, il quale vien man mano prodotto dall'emanazione stessa, e che lo stato di regime, o come suol dirsi, di equilibrio radioattivo, si ha precisamente quando in ogni istante la disattivazione del materiale già depositato è sensibilmente compensata dal depositarsi di nuovo materiale attivo.

Se si indica con α il numero di atomi di materiale radioattivo presenti al tempo t sul corpo che si attiva, con K il numero di essi atomi che vi si depositano nell'unità di tempo, con λ la costante caratteristica di disintegrazione dello stesso materiale attivo, si può scrivere

$$\frac{d\alpha}{dt} = K - \lambda \alpha$$

1) Una nota preliminare intorno a queste mie ricerche è stata pubblicata nel numero di Febbraio u. s. del *Philosophical Magazine.*

da cui si ricava

$$\alpha = \frac{K}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \qquad (1)$$

cominciando a contare i tempi dall' istante in cui comincia la deposizione sul filo; il valore finale di α è dunque K/λ ed i $99/100$ del valore finale, ciò che praticamente si può ritenere il valore massimo, saranno raggiunti dopo un tempo dato da

$$e^{\lambda t} = 100.$$

dunque i tempi necessari per raggiungere praticamente il valore massimo sono inversamente proporzionali, per due materiali radioattivi, alle loro costanti di disgregazione. Onde ricordando che nel caso dell'attività indotta del radio è il prodotto radio C che colla sua costante di disattivazione ($\lambda = 4{,}13 \times 10^{-4}$) prende il sopravvento, mentre nel caso del torio è il prodotto torio A ($\lambda = 1{,}74 \times 10^{-5}$) che ha la preponderanza si ottiene, per risultato:

nel caso del radio: $t = 3{,}1$ ore
nel caso del torio: $t = 73{,}5$ ore

Lasciando dunque un corpo in presenza di un miscuglio di emanazioni di radio e di torio in quantità costante (come potrebbe aversi, ad esempio, ponendo sotto ad una medesima campana un preparato di radio ed un preparato di torio), l'attività indotta del radio avrà raggiunto dopo 3,1 ore i $\frac{99}{100}$ del valore massimo, che essa dovrebbe teoricamente avere dopo un tempo infinito, mentre per ottenere il risultato corrispondente per l'attività indotta del torio occorrerà prolungare l'esposizione per 73,5 ore.

Applicando questo modo di ragionare al caso in esame ho tentato di ottenere su di un filo esposto all' aria libera, carico di elettricità negativa, i suddetti due tipi di attività indotta in proporzioni ben definite.

La prima condizione per ottenere dei risultati attendibili consisteva nel far si che la carica comunicata al filo da atti-

varsi si mantenesse pressochè costante durante tutto il tempo dell'attivazione; a tal uopo fu da me adoperata una batteria di 240 piccoli accumulatori, il cui polo positivo era posto al suolo mentre il negativo era collegato al filo; la costanza della carica veniva controllata mediante un elettroscopio a foglia d'alluminio.

Un filo d'ottone di mm. 0,8 di diametro e di circa m. 12 di lunghezza veniva dunque esposto all'aria aperta, sorretto da isolatori di zolfo, costruiti in modo da non risentire gli effetti dell'umidità.

Cessato il periodo d'attivazione il filo veniva rapidamente avvolto su di un telaio metallico e cimentato in un apparecchio di dispersione analogo a quello adoperato da Eve, munito di elettroscopio a foglia d'alluminio, le cui letture venivano eseguite mediante un microscopio a micrometro, secondo il metodo già altra volta da me descritto [1]).

Le letture venivano incominciate 5 minuti dopo il cessare dell'attivazione, vale a dire dopo l'istante in cui veniva tolta la connessione tra il filo ed il polo negativo della batteria d'accumulatori. Per estrapolazione era facile di determinare poi con sufficiente esattezza il valore dell'attività in quell'istante.

Le curve di disattivazione corrispondenti ad alcune delle esperienze da me fatte sono riportate nella Tavola II: allo scopo di permettere che vengano paragonati fra loro i valori delle attività, è stato indicato con 100 il valore dell'attività iniziale presentata dal filo dopo una delle esposizioni, e precisamente dopo quella del 10 Febbraio, durata 3 ore.

Le curve I, II, e III che si riferiscono a delle esperienze fatte col filo esposto all'aria rispettivamente per 3, 3. 1 e 3. 5 ore nei giorni 10 Febbraio, 30 Gennaio e 25 Febbraio, mostrano quale sia l'andamento della disattivazione per brevi esposizioni. Come è facile vedere l'andamento del processo di disattivazione è, durante le prime ore, del tipo di quello osservato da Rutherford ed Allan nel caso di un filo attivato all'aria aperta in Montreal; l'attività si riduce infatti a metà

1) Phil. Mag. Gennaio 1905.

in un tempo che può variare tra i 45 e i 55 minuti; in seguito il processo di disattivazione diventa sempre più lento, finchè la curva assume un andamento che si può dire di tipo torio, allorquando l'attività di tipo radio è ridotta ad una quantità trascurabile.

Non è mai stato possibile di osservare un'incremento, od un periodo stazionario dell'attività indotta di tipo torio, simili a quelli osservati da Sella prima, e studiati in seguito da Miss Broocks; ciò non deve tuttavia destar meraviglia se si pensa che dalle ricerche di quest' ultima risulta che tale fenomeno non si osserva se non quando l'attivazione avviene in seno ad aria priva di polviscolo, il che non è certamente il caso per un filo esposto all'aria aperta.

Dal valore dell'attività del filo allorquando gli effetti dovuti ai prodotti della famiglia del radio si possono ritenere trascurabili, è facile dedurre, tenendo conto della costante di disintegrazione del torio A, quale dovesse essere il valore iniziale dell'attività indotta di tipo torio, appena cessata l'attivazione. Tali valori sono dati nella figura dai punti ove i tratti di curva punteggiati, che completano le curve di disattivazione torica, tagliano l'asse delle ordinate.

Come si vede, è lecito ritenere che in condizioni normali da 15 a 20 % dell'attività totale iniziale manifestata dal filo, dopo esposizioni varianti tra 3 ore e 3 ore ½, sia dovuta a prodotti di trasformazione del torio (torio B e C).

La curva IV rappresenta il processo di disattivazione per un filo rimasto esposto all'aria per 24 ore, e precisamente dalla mattina del 12 alla mattina del 13 Giugno, il tempo essendo bello. In questo caso si può ritenere che un po' più del 40 % dell'attività iniziale fosse di tipo torio.

Le curve V, VI, VII finalmente rappresentano ciò che si ottiene allorquando il periodo di attivazione vien prolungato per tre giorni. Si vede che in queste condizioni l'attività indotta di tipo torio può costituire da 40 a 80 % dell'attività totale posseduta dal filo appena cessata l'attivazione.

Le curve V e VII si riferiscono difatti alle due esperienze nelle quali ho constatato rispettivamente la minore e la mag-

giore proporzione di attività indotta di tipo torio, per esposizione di 3 giorni.

3). Dall'insieme delle curve suriportate si vede subito che, mentre l'attività indotta di tipo radio manifestantesi sul filo può variare entro limiti molto estesi, quella di tipo torio si manifesta in proporzioni assai più costanti: per esempio, prendendo in considerazione le curve V e VII, si vede che nella prima l'attività iniziale totale è rappresentata dalla cifra 137.0, e quella di tipo torio da 104.0, il che dà per valore dell'attività di tipo radio la cifra 33.0, mentre nella seconda l'attività iniziale totale è 217.6, e quella di tipo torio 95.0 donde si ricava per l'attività iniziale di tipo radio la cifra 122.6.

La spiegazione della costanza relativa dell'attività indotta di tipo torio, che contrasta con la variabilità già da altri constatata dell'attività indotta di tipo radio, potrebbe forse, secondo me, spiegarsi nel modo seguente: Dal suolo si sprigiona continuamente dell'emanazione di radio e dell'emanazione di torio, e queste soltanto, giacchè i successivi prodotti loro di disintegrazione non possono emergere in quantità apprezzabili dal suolo in causa della tendenza che essi hanno ad andarsi a fissare sui solidi nelle vicinanze dei quali vengono a trovarsi.

L'emanazione di radio, data la lentezza con cui si disintegra (tempo caratter. = 4 giorni) può provenire da profondità del suolo relativamente grandi, e può diffondersi negli alti strati dell'atmosfera prima di aver perso le sue proprietà radioattive. Quella del torio invece, data la rapidità con cui si disintegra, non può provenire che da uno strato di terreno sottilissimo. Ora una diminuzione della pressione barometrica, mentre provocherà il riversarsi nell'atmosfera dell'emanazione di radio che si trova immagazinata entro uno strato relativamente considerevole di terreno, non provocherà invece un aumento notevole del contenuto dell'aria in emanazione torica, essendochè le velocità con cui si producono le variazioni di pressione sono sempre piccolissime rispetto alla velocità con cui si produce la disintegrazione di questa emanazione, e che pur variando la pressione, lo spessore dello strato

da cui si sprigionerà questo gaz radioattivo per semplice diffusione sarà sensibilmente lo stesso.

4). I risultati delle esperienze fatte attivando il filo per 3 giorni di seguito sono interessanti inquantochè servono a darci un'idea della parte importante che hanno i prodotti di trasformazione della famiglia del torio in quella parte della ionizzazione atmosferica che è dovuta alle radiazioni penetranti provenienti dal suolo, radiazioni i cui effetti sono stati scoperti ed investigati da Rutherford e da Cooke.

La superficie del suolo, salvo rare eccezioni, trovasi infatti nelle condizioni di un corpo carico negativamente, esposto perennemente all'aria. Se si aggiunge a ciò il fatto che, data la rapidità grandissima con cui si disintegra l'emanazione torica, la sua trasformazione in torio A deve avvenire quasi esclusivamente entro una zona ristretta di aria, nelle vicinanze immediate del terreno, se ne deve concludere che, specie in giornate senza vento, la maggior parte del torio A, sotto l'influenza del campo terrestre, deve venir precipitato sul suolo, donde il torio B da esso generato, trasformandosi alla sua volta in torio C, darà luogo a buona parte della radiazione penetrante da noi osservata nell'atmosfera.

Ritornando ai risultati delle mie esperienze occorre notare che sarebbe un grave errore, dal fatto che su di un filo rimasto esposto per 3 giorni all'aria aperta dal 40 all'75 °/₀ dell'attività indotta è di tipo torio, il voler concludere che dal 40 all'80 °/₀ della ionizzazione prodotta nell'unità di volume di aria libera, dal materiale radioattivo solido vagante nell'atmosfera, è dovuto a prodotti di trasformazione del torio. È evidente che lasciando il filo esposto per lunghi periodi di tempo si osservano poi, cimentandolo nell'elettroscopio, gli effetti dovuti ai prodotti della famiglia del torio provenienti da un volume d'aria molto considerevole mentre, per ciò che riguarda i prodotti del radio, data la loro rapida disintegrazione, non si constata la presenza che del materiale proveniente dall'aria che è passata nelle vicinanze del filo durante le ultime due o tre ore di esposizione.

Per giungere alla soluzione di questo secondo interessante problema, ragioniamo nel seguente modo. L'azione ionizzante I dovuta ad un tipo di prodotti radioattivi è proporzionale al numero ε di atomi contenuti nell'unità di volume dell'atmosfera e vale

$$I = m\,\varepsilon$$

D'altra parte la K che compare nella (1) è pure proporzionale ad ε e vale

$$K = \mu\,\varepsilon$$

essendo m e μ costanti di proporzionalità. Se ora il filo su cui si vanno a depositare i prodotti attivi è stato esposto per un tempo t, allora il numero α di atomi presenti su di esso sarà dato da $\frac{K}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ e l'attività propria del filo a sarà data da

$$a = m\frac{K}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

in cui la m è la stessa di prima.

Ne segue che, considerando le azioni ionizzanti nell'atmosfera, I ed I', dovute a due prodotti radioattivi diversi, si ha

$$\frac{I}{I'} = \frac{a}{a'}\,\frac{\lambda}{\lambda'}\,\frac{\mu'}{\mu}\,\frac{1 - e^{-\lambda t'}}{1 - e^{-\lambda t}} \tag{2}$$

quindi per dedurre il rapporto I/I' da a/a' bisogna anche conoscere il rapporto delle μ, che dipendono da ciò che si può chiamare un coefficiente di diffusione o, nel caso in cui il corpo da attivarsi è carico negativamente, dalla velocità specifica che il materiale stesso acquista sotto l'influenza del campo.

Ora siccome la determinazione sperimentale di μ e μ' pei materiali attivi sparsi nell'atmosfera riescirebbe difficilissima, ho pensato di ricorrere ad un mezzo il quale fosse atto a raccogliere con eguale efficacia i due tipi di prodotti radioattivi. Supponiamo di potere gettare in un dato istante tutti i pro-

dotti contenuti in un dato volume d'aria sul filo; allora per le attività del filo si avrà

$$(3) \qquad \frac{a}{a'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{I}{I'} .$$

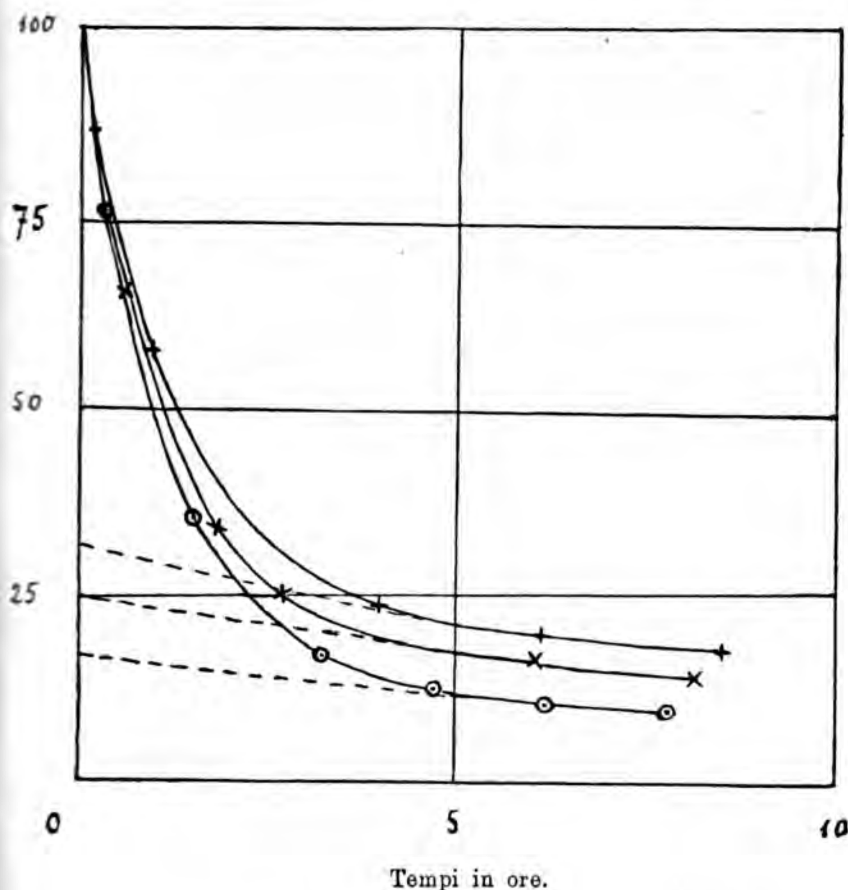
A tal uopo adottai il metodo dell' effluvio elettrico, indicato per la prima volta da Sella, e da esso adoperato nella serie di ricerche sull' attività indotta, alle quali ho avuto già occasione di accennare: detto metodo si fonda sulla proprietà che ha l' effluvio elettrico prodotto da una punta collegata ad uno dei poli di una macchina elettrostatica di proiettare e fissare su di una lamina, collegata all'altro polo ed affacciata alla punta stessa, il materiale attivo che trovasi in sospensione nell' aria.

In queste condizioni, come ha mostrato Sella, l'attività indotta si manifesta tanto se la lamina è carica positivamente quanto se essa è carica negativamente; ciò dipende evidentemente dal fatto che in questo fenomeno non entra più in giuoco la carica positiva che sappiamo essere posseduta dal materiale attivo vagante nell' aria, il quale invece è trascinato dalla corrente d' aria provocata dall'effluvio, venendo ad assumere in vicinanza della punta una carica dello stesso segno di quest' ultima. Questo metodo dà dunque affidamento che, qualunque possa essere la diversità di massa o di carica delle particelle attive contenute nell'aria, esse vengano indifferentemente fissate sul piano affacciato alla punta.

Questo modo di vedere è del resto pienamente confermato dalle esperienze di Sella, in cui l'aria di un recipiente contenente dell'ossido di torio veniva completamente privata del materiale radioattivo esistente in essa, mediante un effluvio di brevissima durata; d' altra parte altre esperienze hanno mostrato che, anche nel caso dell' aria contenente emanazione di radio, la totalità dei prodotti radio A, B e C viene istantaneamente fissata su di una lamina investita dall'effluvio.

Per ottenere delle attivazioni sensibili operando all' aperto occorre tuttavia che le quantità d' aria da cui viene preso il materiale attivo siano grandi, ossia occorre servirsi

di un effluvio potente. Nel caso presente ho adoperato una macchina di Wimshurst a 38 dischi, azionata da un piccolo motore. Il polo negativo della macchina veniva posto in comunicazione con un dischetto metallico munito di tre aghi, i quali trovavansi affacciati a circa 5 cm. da un secondo disco metallico ricoperto di stagnola e comunicante col polo



Tempi in ore.

Fig. 2.

+ Esposiz. all' effluvio 3 ore (6.5.07)
× » » 3,5 » (3.6.07)
⊙ » » 1,3 » (27.5.07)

positivo. Dopo un attivazione di qualche ora, sullo stesso terrazzo ove erano state eseguite le attivazioni del filo, la lamina di stagnola veniva introdotta nella cassa di un elettroscopio.

Alcune delle curve di disattivazione da me ottenute sono riprodotte nella fig. 2. Ripetendo il ragionamento fatto allorquando trattavasi del filo, è facile completare le curve di tipo torio, e determinare in tal modo in quale proporzione stiano fra loro gli effetti ionizzanti prodotti da ciascun tipo di materiale attivo, ossia in altri termini i valori delle quantità a e a' che compaiono nella formula 2. Introducendo quindi in questa formula i valori di a, a' e t corrispondenti a ciascuna esperienza, si ottengono i seguenti risultati:

Data dell' esperienza	Valore di a/a'	Percentuale di ioni generati nell' aria dai prodotti torio B e torio C rispetto a quelli generati dai prodotti radio A e radio C.
6 Maggio 1907	13,8	7,2 %
27 Maggio 1907	21,2	4,7 %
3 Giugno 1907	15,0	6,7 %

Non ho ancora potuto eseguire un numero abbastanza grande di esperienze, variandone le condizioni, perchè sia lecito di trarre fin da ora delle conclusioni definitive; da ciò che ho potuto constatare fino ad ora, si può ad ogni modo concludere che all' altezza del terrazzo del primo piano dell' Istituto Fisico di Roma, il quale, trovasi situato in mezzo a vasti giardini, il numero di ioni generati nell' unità di volume di aria dai prodotti torio B e torio C è compresa tra un decimo ed un ventesimo del numero degli ioni generati dai prodotti radio A e radio C.

5). Finalmente, sembrandomi interessante il vedere quali differenze vi siano tra i risultati che si ottengono per la quantità a/a' adoperando il sistema dell' efflluvio o quello del filo carico negativamente, ho eseguito alcune esperienze serven-

domi contemporaneamente dei due metodi, ciò che condurrebbe alla determinazione del rapporto $\mu \mid \mu'$. Quantunque mi riserbi di ritornare su quest' argomento in seguito, tengo a segnalare sin da ora un fatto che mi sembra interessante, e cioè che i valori ottenuti per a/a' sono in genere alquanto più elevati allorquando si opera col filo che non quando si adopera l' effluvio. Ciò dimostrerebbe che, come s' è già detto, mentre sulla lamina investita dall' effluvio vengono fissati indifferentemente tanto i prodotti del torio quanto quelli del radio, nel caso del filo carico negativamente i primi vengono raccolti più difficilmente che non i secondi. L' interpretazione da dare a questo fatto sta secondo me nell' ammettere che il materiale di tipo torio, dato la lentezza con cui si disintegra, ha il tempo, vagando nell' aria, di unirsi a particelle di polviscolo atmosferico in modo da formare aggregati relativamente considerevoli e quindi dotati di scarsa mobilità, mentre invece i prodotti della famiglia del radio, in causa della brevità della loro esistenza, non arrivano a formare che aggregati di mole assai minore, e che verranno quindi attratti dal filo da distanze maggiori che non i primi.

Conclusioni.

Per ora mi sembra che si possa, dalle esperienze ora citate, concludere che nell' atmosfera, almeno a Roma, esistono, oltre a prodotti di trasformazione della famiglia del radio, anche dei prodotti di trasformazione alla famiglia del torio.

Se si considera la ionizzazione prodotta nell' unità di volume di aria atmosferica, nei pressi della superficie del suolo, si vede che essa può essere dovuta a varie cause, e precisamente :

1°) *a emanazioni radioattive ;* di queste, quella del radio, in causa della lentezza con cui si disintegra, può produrre effetti notevoli entro una zona di atmosfera relativamente estesa, mentre quella del torio non può produrre effetti sensibili se non nelle vicinanze immediate del suolo.

2°) *a prodotti di trasformazione solidi (radio A e C, torio B e C) vaganti nell' atmosfera,* sia liberi, sia uniti a particelle di polviscolo. Questi prodotti di trasformazione delle emanazioni non possono emergere dal suolo già formati, in causa della tendenza che hanno di andarsi a fissare sui solidi nelle cui vicinanze vengono a trovarsi; dunque la totalità di detti prodotti esistenti nell' atmosfera deve provenire dalla disintegrazione delle emanazioni che dal suolo si sono riversate nell' atmosfera.

Si può ritenere che, in condizioni normali, da 5 a 10 % del numero totale di ioni generati da questa causa, nell' unità di volume d' aria, a circa 6 metri dal suolo di un vasto giardino, in Roma, sia dovuto a torio B e a torio C.

3°) *A prodotti di trasformazione delle emanazioni deposti sui corpi i quali rimangono perennemente esposti all' aria.* Ora per un corpo carico a circa — 450 volt esposto perennemente all' aria su di un terrazzo distante 6 metri circa dal suolo, in Roma, la proporzione di radioattività indotta di tipo torio varia come si è visto, fra 40 e 75 %. Ma il fatto che in queste esperienze il corpo era carico negativamente non ci permette di concludere che tra questi limiti debba anche variare la percentuale di attività indotta di tipo torio nel caso di corpi non carichi.

Se tuttavia si pensa che la trasformazione dell' emanazione del torio, specie in giornate senza vento, deve avvenire in massima parte nelle vicinanze immediate del terreno, è lecito concludere che, in causa del campo elettrostatico terrestre, la superficie del suolo raccolga la maggior parte del torio A appena formato; siccome i raggi β e γ non compaiono se non coi prodotti radio C e torio B, è lecito ammettere che una gran parte della radiazione penetrante scoperta da Rutherford e Cooke sia dovuta a torio B.

Spero di poter prossimamente comunicare il risultato di nuove esperienze intorno a coteste questioni, nonchè quelli relativi alle ricerche da me fatte allo scopo di determinare la quantità di emanazione torica che si sprigiona dall' unità di superficie del suolo, e le deduzioni che se ne possono trarre

riguardo alle quantità di torio contenuta nella crosta terrestre.

Tengo finalmente ad esprimere la mia viva gratitudine al professor A. Sella, il quale mi è stato largo di preziosi consigli nel corso delle presenti ricerche.

Roma, Istituto Fisico della R. Università
Giugno 1907.

SULLE CORRENTI AEREE.

Nota di P. BURGATTI.

Dal giorno che mi fu dato compiere alcune ascensioni in aerostato per scopi scientifici nacque in me vivissimo il desiderio di scoprire le relazioni che passano tra i movimenti dell'aria per una data distribuzione di pressione e questa medesima distribuzione. La soluzione di questo problema fu lungamente cercata dagli aeronauti del secolo scorso, che volevano stabilire la pratica della navigazione aerea in pallone libero su basi razionali; ma non vi riuscirono; e anzi i movimenti delle correnti aeree parvero loro si complicati, che rinunziarono a quella ricerca, e si diedero negli ultimi anni allo studio dei dirigibili. Ma anche per l'impiego dei dirigibili, quando saranno portati a tal grado di perfezione da permettere l'intrapresa di lunghi viaggi, la conoscenza delle leggi che regolano le correnti aeree è necessaria, perchè in generale la velocità del vento è dello stesso ordine di grandezza di quella prodotta dai motori.

I meteorologhi s'occuparono da principio dello studio delle correnti generali dell'atmosfera, e del vento alla superficie terrestre. La legge di Buys-Ballot dice che in un'area ciclonica l'aria vicina al suolo circola in senso opposto alle lancette d'un orologio, e il vento è alquanto inclinato rispetto all'isobara e verso il centro ciclonico; e l'angolo d'inclinazione varia col gradiente, colla posizione geografica e topografica del luogo, e anche colla sua situazione nell'area ciclonica. Solo in questi ultimi anni furono fatte regolari osservazioni delle nubi inferiori; ne risultò che in massima si muovono in una direzione quasi normale al gradiente.

I miei studi sulle traiettorie dei palloni confermano e completano questa conclusione.

Io raccolsi i dati di molte ascensioni compiute in Europa; e curai la scelta di quelle che si effettuarono in condizioni barometriche poco variabili per tutto il tempo della loro du-

rata. Disegnate poi le traiettorie sopra una carta geografica, tracciai per ogni singolo caso e con la massima cura le isobare di mill. in mill. corrispondenti alla distribuzione di pressione che esisteva in Europa nell'ora della partenza dell' areostato, o in ore vicine. Da tali numerosi raffronti (alcuni dei quali possono vedersi nel Bollettino della Società Aeronautica Italiana 1906-07) potei dedurre la legge seguente, non certo esatta, ma molto approssimata:

In una regione ove la variazione della distribuzione di pressione in un certo intervallo di tempo è sufficientemente piccola, un aerostato librato nell'atmosfera a una certa altezza dal suolo (in massima dai 1000 ai 5000 metri) percorre in quel tempo una traiettoria, la cui proiezione sul suolo coincide quasi con l'isobara passante pel luogo di partenza; e si muove in tal senso, che un osservatore rivolto verso la direzione del moto ha sulla sua sinistra le regioni ove la pressione è più bassa, a destra quelle ov' è più alta.

Trovata questa legge, si presenta tosto un'altra questione, che se poco o nulla interessa l'aeronauta, è al contrario importante pel fisico e pel meteorologo. È possibile pervenire alla legge osservata mediante considerazioni teoriche, nei limiti, beninteso, della sua approssimazione? I semplici ragionamenti che seguono conducono allo scopo.

Sia R la regione occupata da un fluido, e (a, b, c) le coordinate iniziali (per $t = t_0$) di una particella qualunque. Indicando con (x, y, z) le coordinate di (a, b, c) alla fine del tempo t; con ρ, T, P i valori della densità, temperatura e pressione relative alla stessa particella al tempo t, il moto del fluido e il suo stato fisico alla fine d'ogni tempo è definito da sei relazioni della forma

$$\begin{array}{ll} x = x(a, b, c, t) & P = P(a, b, c, t) \\ y = y(a, b, c, t) & T = T(a, b, c, t) \\ z = z(a, b, c, t) & \rho = \rho(a, b, c, t) . \end{array}$$

Supponiamo che P e T (e per conseguenza anche ρ) siano indipendenti dal tempo. Diremo allora che il fluido è in *regime stazionario*. Consideriamo inizialmente una superficie isobara P_0, e tutte le particelle (a, b, c) che si trovano su essa.

Al tempo t quelle particelle formano un' altra superficie, nei punti della quale però la pressione è ancora P_0; perchè P dipende dalle coordinate iniziali e non dal tempo. Dunque le particelle, che al tempo $t = t_0$ si trovano sopra una certa superficie isobara, restano costantemente su quella stessa superficie isobara, la quale però si muove deformandosi nello spazio. La stessa conclusione vale per le particelle che si trovano sopra una medesima superficie isoterma. Se dunque consideriamo le linee *isobare-isoterme*, intersezioni delle superficie $P = \text{cost.}$ e $T = \text{cost.}$, possiamo concludere: *In regime stazionario, le particelle che in un dato istante si trovano sopra una linea isobara-isoterma restano costantemente su quella stessa linea, la quale però si muove deformandosi nello spazio.* In particolare, se in un certo intervallo di tempo il moto di deformazione di quelle linee è abbastanza piccolo per potersi trascurare, possiamo dire con sufficiente approssimazione che le particelle scorrono lungo quelle linee. E inversamente; se le osservazioni ci mostrano che durante un certo tempo la pressione e la temperatura variano di poco, e che le linee isobare-isoterme iniziali restano quasi fisse nello spazio, potremo concludere che durante quel tempo il moto è in regime *quasi stazionario*, e che le particelle percorrono approssimativamente le isobare-isoterme sulle quali inizialmente si trovano.

L' applicazione di queste considerazioni teoriche ai moti dell' atmosfera permette di dedurre facilmente la legge suesposta, e di farsi un' idea abbastanza chiara del suo grado di approssimazione. Le osservazioni quotidiane mostrano che non di rado la distribuzione della pressione alla superficie terrestre subisce durante alcune ore variazioni sì limitate, da potersi considerare dal nostro punto di vista come quasi stazionaria. In tali casi è ragionevole ammettere la quasi stazionarietà anche nelle regioni superiori, ove si muovono le nubi; il che non contraddice ai fatti osservati. A quelle altezze anche la temperatura sovente varia di poco (specialmente durante la notte); e inoltre le superficie isoterme si possono ritenere quasi coincidenti con le superficie di livello; per conseguenza le linee isobare-isoterme a quelle altezze sono le linee isobare

giacenti sulle superficie di livello. Dunque, ammessa la quasi stazionarietà, quelle linee sono approssimativamente le traiettorie delle particelle che si trovano sopra esse. Risulta così razionalmente dedotta la legge esposta; nell'enunciazione della quale, volendo introdurre maggior rigore, si dovrebbe sostituire alla considerazione delle isobare terrestri quella delle isobare giacenti sulla superficie di livello in cui si muove l'aerostato. Fortunatamente quei due sistemi d'isobare differiscono poco tra loro; ond'è possibile in pratica riferirsi a quelle terrestri, che sono le sole che noi possiamo ogni giorno tracciare.

Quanto al senso del moto, nulla si può dedurre dalle considerazioni precedenti. Esso dipende dalle condizioni iniziali; ed è generalmente ammesso che nella formazione iniziale dei cicloni e anticicloni la rotazione terrestre influisca per modo, che le correnti aeree nel loro percorso lascino a sinistra le regioni di pressioni più bassa, a destra quelle ov'è più alta.

Quando il regime non è stazionario, ed è noto il modo di variare della pressione in un certo intervallo h di tempo, si può dividere h in un numero conveniente d'intervalli parziali, per modo che in ciascun d'essi il moto possa considerarsi in regime stazionario. Si viene così a tracciare sulla carta delle traiettorie poligonali, che spesso sono molto concordanti con le vere. Ciò ho potuto verificare in alcuni casi. Ma la questione del regime non stazionario è assai complessa. Pur restando nel solo campo sperimentale, mancano ancora i dati necessari per giungere a conseguenze generali.

ESPERIENZE COLLO SPETTROGRAFO SENZA FENDITURA SULL'ARCO A CORRENTE CONTINUA.

Nota del Dott. LUIGI PUCCIANTI.

1. L'arco tra i carboni con sodio, raccomandati a un comune regolatore a mano, è alimentato dalla conduttura stradale (156 volta continui) essendo inseriti i reostati di regolazione a variazione continua. Si misura la intensità e la differenza di potenziale ai carboni con due strumenti di Hartmann e Braun. Per regolare a volontà la lunghezza dell'arco, e vigilarne il comportamento, se ne forma con una lente un'immagine ingrandita su di uno schermo bianco graduato.

Il regolatore coi suoi carboni verticali è collocato in modo che l'arco si formi nel fuoco di un obiettivo da cannocchiale, con distanza focale di circa un metro e mezzo, che ne rende paralleli i raggi. Questi, traversati due prismi di solfuro di carbonio, cadono sopra un altro obiettivo con distanza focale metà del primo: nel piano focale di questo si forma una serie di immagini monocromatiche dell'arco allineate tra due sottili spettri continui, dati dai carboni. Queste immagini si possono raccogliere sul vetro smerigliato, o fissare sulla lastra fotografica. La dispersione è scelta tale che le due immagini date dai due elementi di ciascuna riga doppia si sovrappongano sensibilmente in una sola immagine, ben separata da quelle delle altre doppie.

Per graduare il mio spettrografo lo munii temporaneamente di una fenditura collocata al posto dell'arco, e feci una fotografia dello spettro solare, che confrontai colla mappa del Rowland. Feci poi anche alcune fotografie dello spettro puro dell'arco per riconoscere le righe (Tav. III, N. 1).

2. Con questa mia semplice disposizione mi proposi di risolvere una divergenza che era sorta tra i professori Lenard e Kayser. Questi [1]), fondandosi sopra esperienze fatte, dietro

1) Zeitschrift f. wessenschaftliche Photografie. Bd. V. 1907. Heft.

suo suggerimento dal Sig. Li Fo Ki, ha ultimamente confutate, anzi rigettate addirittura le osservazioni dell'altro, dalle quali risultava che le immagini monometriche dell'arco corrispondente alle righe del sodio (e anche di altri metalli) presentano tra le altre questa particolarità, di avere cioè orli quasi perfettamente netti, ed essere più deboli nel mezzo che ai lati, mostrando la forma cava del vapore emittente.

Le immagini corrispondenti alle tre serie spettrali (principale, prima e seconda accessoria) hanno dimensioni diverse, indicando tre regioni emittenti definite e distinte tra loro, sebbene aventi parti a comune. Ora il Sig. Li Fo Ki operava in modo simile al Lenard, cioè proiettando la immagine impiccolita dell'arco sulla fenditura allargata dell' apparecchio spettrale, colla differenza però, che, mentre il Lenard si limitò all'osservazione diretta, egli fissava le immagini colla fotografia; e così ottenne immagini con orli molto sfumati e più forti nel centro. Da ciò il Kayser concluse essere sbagliate le osservazioni del Lenard, e che non si avevano per le varie serie, regioni di emissione distinte, ma solo differenze graduali di intensità relativa tra le diverse parti. Ma veramente era difficile credere che un provetto sperimentatore, quale il Lenard, potesse aver visto una cosa che non c'era.

La quistione era interessante perchè si riconnetteva direttamente alla moltiplicità e alla regolarità degli spettri. Invero le esperienze del Lenard mettono nello spettro del sodio un ordine sorprendente che sarebbe turbato da quelle del Li Fo Ki.

3. Furono fatte da me parecchie serie di fotografie, variando le condizioni una per volta, cioè l'intensità della corrente, la lunghezza dell'arco, la disposizione dei carboni ecc. Naturalmente anche la differenza di potenziale variava in conseguenza entro limiti assai vasti.

Dico subito che le mie esperienze confermano quelle del Lenard.

Le doppie fiamme di cui questi osservò i due elementi partire dai due carboni quando l'arco è lungo, compaiono appunto in alcune delle mie fotografie con grande lunghezza d'arco. Le altre presentano sempre fiamme semplici, le quali,

se il positivo è sopra si allargano e indeboliscono verso l'alto, avendo la base minore appoggiata all'estremo negativo. Se invece il positivo è sotto, hanno forma ovale, espansa irregolarmente per la D.

Prima furon fatte molte fotografie caricando il positivo, o entrambi i carboni con cloruro di sodio, allungato con due parti di polvere di carbone, che dava una densità non eccessiva al vapore, e quindi righe poco espanse nello spettro. Le immagini più brillanti e più facilmente osservabili si ottengono quando il positivo sia (come di solito) posto al di sopra. Poca differenza fa che il negativo sia pure esso forato e carico, o massiccio; e ciò a causa del noto fatto che l'elemento metallico si porta sempre dal positivo al negativo traverso all'arco. Solo si osserva che quando il catodo è carico di sale le immagini sono un po' espanse alla base negativa. La forma del vapore emittente, come si ricava da ciascuna immagine monocromatica, è quella di un *calice* appoggiato all'estremo negativo od espandentesi in alto verso e anche oltre l'estremo positivo. Questi calici hanno le pareti tanto meno curvate, cioè una forma tanto più lontana dalla mezza sfera e più vicina al cono tronco, quanto più l'arco è lungo. Quello della doppia D (serie principale [1]) è il più largo e il più prolungato in alto con una lunga coda, entro la quale spesso si scorge il contorno del carbone positivo. Quelli delle doppie 4, 5, 6 della prima serie accessoria non hanno questo grande prolungamento, e sono più stretti, la immagine 4 è la meglio definita, le altre via via meno a causa della crescente nebulosità delle doppie. Le doppie 4, 5, 6 della seconda serie accessoria danno immagini deboli, visibili nettamente solo nelle fotografie molto esposte, ma ben definite, e ancora più strette. Tutto in perfetto accordo con ciò che ha osservato il Lenard. Lo stesso dicasi per le righe di altri metalli contenuti nell'arco come impurità.

Allungando l'arco, non si fa che allungare questi calici, e finalmente compare anche un pennacchio all'estremo posi-

1) Per la costituzione dello spettro del sodio confr. Kayser, Handbuch der Spectroscopie. Bd. 2, pag. 520.

tivo (vedi Tav., N. 3, 4, 5). Quando invece l'arco è cortissimo (1 o 2 mm.), le immagini si riducono alla base del calice, e conseguentemente non presentano più la cavità, ma anche ciò non discorda colle osservazioni del Lenard. In ogni caso la larghezza dei calici dipende in senso diretto dalla intensità della corrente. Se il positivo è in basso, le immagini sono assai più pallide, ma presentano ancora la cavità centrale (Tav., N. 15).

Il Sig. Li Fo Ki, per meglio provare la sua tesi, che non vi erano regioni distinte per le tre emissioni, fece fotografie via via più esposte, il che otteneva allargando l'iride del suo sistema ottico, ed ebbe delle immagini monocromatiche via via più larghe. Quella della prima accessoria, ottenute con diaframma ampio, potevano superare in larghezza quelle delle D ottenute con diaframma stretto. Questo modo di sperimentare non va esente dal sospetto che allargando il diaframma, si sia eventualmente alterata la definizione delle immagini, e che nelle lastre più fortemente impressionate non sia intervenuta la diffusione nota sotto il nome di alone fotografico.

Io invece feci fotografie sopra lastre antialonate, variando la durata dell'esposizione entro limiti molto estesi: il minimo e il massimo possibile per ottenere ancora immagini che si potessero osservare. Queste vennero naturalmente molto diverse per intensità, ma non per forma e dimensione, e precisamente la 4 della prima serie accessoria (che è la meglio definita) non si allargava affatto colla sovraesposizione (Tav., N. 11, 12 e 13), tranne in grado minimo alla base negativa, o con archi molto corti, nel qual caso le immagini si riducono appunto, come abbiamo già osservato, alla sola base negativa.

Manifestamente quest'ultima circostanza è causata dall'essere le righe esponse nell'immediata vicinanza del catodo (Tav., N. 1).

4. Così le esperienze del Lenard erano perfettamente confermate. Le fotografie riprodotte nella Tavola confido che possano persuadere ognuno.

In me però rimaneva il desiderio di rendermi ragione dei risultati opposti del Li Fo Ki; ma prima di far ciò, volli togliermi un dubbio: cioè che la cavità delle immagini mono-

cromatiche dipendesse forse dalla presenza del cloro, prodotto dalla scomposizione del cloruro. E veramente alcune vecchie esperienze di Liveing e Dewar avevano mostrato come l'introduzione di cloro nell'arco potesse abbassare la densità (almeno quella apparente allo spettroscopio) dei vapori metallici, contrariamente all'effetto prodotto da gaz riducenti. Effetti simili si osservano anche nelle fiamme. Feci dunque delle prove con carbonato, e anche con sodio metallico (Tav., N. 18), ma le fotografie erano identiche a quelle ottenute col cloruro. (Tav., N. 8). Dunque la causa della cavità non è chimica, ma fisica: non può risiedere che nel grado di eccitazione crescente dalle parti periferiche alle assiali.

5. Il Lenard già avvertiva che, per osservare bene le particolarità da lui descritte, è d'uopo operare con densità assai piccole del vapore emittente, per evitare l'espansione delle righe.

Sembra che il Li Fo Ki, nel ripetere le esperienze, non abbia tenuto giusto conto di questo avvertimento.

Io feci parecchie fotografie caricando il più possibile il carbone positivo con sale (cloruro o carbonato) non allungato mediante polvere di carbone, e veramente in queste condizioni le immagini non presentano più la cavità (Tav., N. 14), e almeno quelle della 1ª serie accessoria si allargano un poco, sovraesponendo la fotografia anche con lastre antialonate. Questo fatto del resto non prova che non vi siano, anche in questo caso, limiti definiti delle regioni emittenti le varie serie, perchè basta a spiegarlo il carattere nebuloso di quelle doppie, che si manifesta maggiormente con grande densità.

Feci anche fotografie in confronto con carboni carichi di cloro allungato, con una e con tre parti di polvere di carbone (Tav., N. 16, 17) mantenendo uguali nei due casi l'intensità della corrente e la lunghezza dell'arco. Naturalmente la differenza di potenziale ai carboni era assai minore col vapore metallico più denso. Corrispondentemente a ciò le immagini monocromatiche della 1ª e anche della 2ª serie accessoria erano più strette per la densità maggiore, e per quella minore più larghe e cave.

La spiegazione è facile: con arco più ricco di sodio, e quindi più conduttore, essendo minore l'energia dissipata in esso nell'unità di tempo, l'alta eccitazione necessaria per la produzione della seconda serie accessoria non può essere raggiunta che proprio in vicinanza dell'asse. La media corrispondente alla prima serie accessoria si ottiene a una distanza dall'asse un po' maggiore, ma non grande. Il grado di eccitazione altissimo corrispondente alla cavità o sussiste solo in una regione molto limitata (e la cavità non si vede a causa del vapore troppo denso che la circonda) o forse non si raggiunge nemmeno. Con piccola densità di vapore, e quindi con piccola conducibilità, il grado di eccitazione a uguale distanza dall'asse è sempre maggiore; e allora le immagini monocromatiche delle serie accessorie si estendono, e la cavità diviene visibile. Le immagini della doppia D con densità di vapore assai grandi si espandono e invertono, e non dicono più niente di chiaro sulla forma della regione che le emette.

Concludendo.

« Il grado di eccitazione dell'arco complessivamente de-
« cresce colla differenza di potenziale tra i carboni, cioè col
« crescere della sua conducibilità, e quindi della densità del
« vapore che contiene.

« Cresce invece dalle parti periferiche alle assiali ».

Con questo concetto resta facile non solo interpretare i risultati di Lenard da me confermati, ma anche rendersi ragione di quelli apparentemente contradditori del Li Fo Ki; che non possono infirmare i primi, ma hanno anch'essi un qualche interesse.

Al Prof. Kayser che gentilmente m'inviò la sua nota in proposito, e che spero giudicherà persuasive queste mie esperienze, i miei ringraziamenti rispettosi.

Le esperienze furono eseguite nel gabinetto fisico del R. Istituto di Studi Superiori in Firenze.

Luglio 1907.

Indice delle fotografie.

N.°	Intensità (ampère)	Differenza di potenziale (volta)	Lunghezza (mm.)	Esposizione	Preparazione dei carboni	Disposizione	Lastra
1 (spettro puro)	Non misurati				+ pieno di NaCl più 2 p. carbone; — massiccio	+ sopra	Perchromo di Perutz (sensibili al giallo e all'aranciato).
2	19	36	9,6	$^1/_3{}^s$ circa	» » » » »	»	» » »
3	15	55	36	$^1/_5{}^s$ »	+ e — con NaCl più 2 p. carbone	»	Isolar ortocrom. A. G. F. A. (sensibili al giallo).
4	15	45	17	» »	» » » »	»	» » »
5	15	38	9,2	» »	» » » »	»	» » »
6	30	52	18	Istantanea	+ pieno di NaCl più 2 p. carbone; — massiccio	»	Perchromo di Perutz.
7	30	50	13,2	»	» » » » »	»	» » »
8	30	43	9	»	» » » » »	»	» » »
9	30	40	5	»	» » » » »	»	» » »
10	30	35	2,8	»	» » » » »	»	» » »
11	30	—	13,2	Istantanea	» » » » »	»	Isolar ortocrom.
12	30	38	14	$^4/_5{}^s$ circa	» » » » »	»	» »
13	30	50	13,2	1^s	» » » » »	»	» »
14	20	25	6	Istantanea	+ pieno di NaCl senza carbone; — massiccio	+ sotto	Perchromo di Perutz.
15	20	36	4,5	»	» » più 2 p. carbone »	»	» » »
16	20	27	9,1	$^1/_2{}^s$ con diaframma	+ pieno di NaCl più 1 p. carbone; — massiccio	+ sopra	» » »
17	20	48	9	»	+ pieno di NaCl più 3 p. carbone; — massiccio	»	» » »
18	15	50	9	$^1/_5{}^s$ circa	+ con Na metallico e carbone; — massiccio	»	» » »

IL CONCETTO DI MASSA
nell' insegnamento elementare della Meccanica

Discussione fatta in seno alla Società Italiana di Fisica

Relazione dell' Ing. G. Giorgi sull'argomento: richiamare le diverse concezioni di massa e nozioni annesse, che sono state proposte nelle diverse scuole di meccanica.

1. — La meccanica degli antichi, e così fino ai tempi di Galileo, ci ha tramandato risultati e teorie di un carattere vago, e quasi esclusivamente limitati alla statica. La forza era concepita in modo indefinito, generalmente come capacità al lavoro e senza l'idea di direzione, e più spesso era considerata come impedimento al moto che come causa di moto. Si investigava l' equilibrio di forze sotto date circostanze, misurandone l'intensità per mezzo delle tensioni di fili tirati da pesi. A questo indirizzo s'informa precipuamente l' opera di Archimede, nella quale, conviene rilevare, il carattere e lo scopo matematico prevalgono su quello fisico.

2. — Galileo (Opere, 1612-1642) investigando le leggi della caduta dei gravi fu condotto alla nozione di *accelerazione;* dalla permanenza del moto di un corpo senza attrito su un piano orizzontale dedusse un primo e parziale enunciato della legge d'*inerzia;* e quindi insegnò a concepire una *forza,* non come impedimento al moto, e nemmeno come causa di velocità, ma sibbene come *causa di accelerazione.* Di qui il fondamento della dinamica propriamente detta.

3. — Newton (Philosophiae naturalis Principia mathematica; 1. ed., London 1687; 2. ed., London 1713) estese i principî di Galileo, e la nozione di forza, ai corpi celesti. Troviamo in lui il concetto di *massa,* distinto da quello di peso,

A lui si deve la prima dinamica formulata su principî definiti.

In questa dinamica Newton ammette come nozioni primitive un *tempo assoluto* e uno *spazio assoluto;* definisce il movimento assoluto come il « trasporto di un corpo da una posizione assoluta a un'altra posizione assoluta » e lo distingue dal movimento relativo, che nasce dal confronto delle distanze dei corpi fra loro. Aggiunge che la distinzione fisica fra questi enti assoluti e quelli relativi è difficile ma non impossibile, e discute il caso della forza centrifuga, la quale nasce dalle rotazioni assolute e non da quelle relative. Viene ad ammettere come nozione semiprimitiva la *massa,* sotto il nome di *quantità di materia;* e definisce « quantitas materiae est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim »; con questo, la massa resta ricondotta ad altre nozioni fisiche fino a che si tratta del confronto tra corpi di eguale natura. Pel confronto tra corpi qualunque, Newton si vale fisicamente del rapporto dei pesi per stabilire quello delle masse [1]).

Al riguardo di *forza,* Newton conserva ancora l'antico linguaggio, che distingue tra *vis insita* (inerzia) e *vis impressa* (forza propriamente detta), onde si vede che forza è quasi usata nel significato di lavoro (e ancora oggi diciamo forza viva in questo significato). La definizione di *vis insita* è una parafrasi del principio d'inerzia. L'altra suona « vis « impressa est actio in corpus exercita, ad mutandum ejus « statum quiescendi vel movendi uniformiter in directum ».

Alle definizioni *(definitiones,* che devono intendersi piuttosto come chiarimenti, che come definizioni nel senso rigoroso che noi ora diamo a questa parola) seguono in Newton i postulati sotto il nome di

« Axiomata ».

1) In un recente opuscolo osserva il *Maggi* che Newton omette di giustificare questo procedimento con una dimostrazione adeguata. Tale appunto si rivolge contro la particolare trattazione di Newton, ma non infirma il sistema, perchè alla dimostrazione mancante si può supplire.

« 1). — Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi « vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viri- « bus impressis cogitur statum illum mutare ».

« 2). — Mutationem motus proportionalem esse viri mo- « trici impressae, et fieri secundum lineam rectam, qua vis « illa imprimitur ».

« 3). — Actioni contrariam semper et aequalem esse reac- « tionem, sive corporum duorum actiones in se mutuo semper « esse aequales et in partes contrarias dirigi ».

Qui non figura il principio dell'*indipendenza degli effetti delle forze*, che si ritrova invece nella maggior parte delle altre meccaniche classiche. E si ricorderà che di questo principio Thomson e Tait, rivendicando alla meccanica newtoniana la sua forma originaria, hanno messo in rilievo la superfluità. Ma in modo preminente è da rimarcare la postulazione precisa di spazio assoluto e di tempo assoluto, che forma il fondamento della meccanica newtoniana, e che i successivi, qui non escluso Thomson e Tait, hanno soppresso. Con questa postulazione, corrisponda essa o no a un fatto fisico, certo è che gli enunciati dei tre principî fondamentali hanno un senso logico definito, che altrimenti manca. In linguaggio moderno, diremo che Newton postula l'esistenza di un particolar modo di misurare il tempo, e di scegliere il sistema di riferimento, tali che così facendo, e non altrimenti, le leggi del moto risultino espresse come egli le formula. In virtù di questa ipotesi esplicita, la meccanica originaria di Newton resta esente da quelle obbiezioni di « non senso », che sono state elevate contro le altre meccaniche classiche, da essa derivate.

Una simile postulazione di concetti primitivi è da Newton applicata solo parzialmente alle nozioni di massa e di forza, le quali si collegano fra loro. Nella definizione di forza il Mach, in confronto col principio d'inerzia, ravvisa una tautologia. La tautologia non esisteva certo nel concetto e nella filosofia di Newton, che alla parola « actio » poteva attribuire un senso metafisico ristretto e definito, tale da dare un valore speciale alla definizione in cui era usata; ma esiste invece per noi. Per risolverla si presentano tre vie: — 1) accettare

anche la nozione di forza come del tutto primitiva, il che conduce a definire poi ex-novo la massa come rapporto tra forza e accelerazione; — 2) sviluppare e illustrare la nozione di forza, prima di quella di movimento, ricavandone la definizione da misure statiche; — 3) ritenere i postulati dinamici come pure e semplici definizioni del concetto di forza. Questi tre metodi corrispondono a tre indirizzi fondamentali che ha poi avuto la meccanica classica; il primo di essi è il più conforme allo spirito della dinamica di Newton; dal secondo ha originato la scuola degli statici puri, e come estrema conseguenza quella « del filo »; il terzo conduce alla meccanica puramente logica, o cinematica, di Kirchhoff e Poincaré.

4. — Huygens (Horologium oscillatorium, 1673), contemporaneo di Newton, avendo diretto il suo lavoro allo studio della dinamica dei corpi rigidi estesi, ha avuto occasione di mettere in particolare rilievo i concetti che si ricollegano alla massa e all'inerzia; a lui si deve la nozione dei momenti d'inerzia, i quali sono pel moto di rotazione l'equivalente di ciò che è la massa pel moto di traslazione. Huygens ha dato per primo la legge esatta della forza centrifuga, e prima, e al pari di Newton, se ne è valso per distinguere il moto assoluto da quello relativo.

5. — Berkeley (Principles of human knowledge, 1710; De Motu, 1721) ha introdotto qualche essenziale variazione nei concetti di Newton. In particolare, nelle sue opere, egli nega la distinzione fra spazio assoluto e relativo.

6. — Varignon (Mécanique nouvelle; Paris 1687, 1736) è stato il fondatore del secondo dei tre indirizzi già accennati della meccanica classica, perchè ha concepito la meccanica come studio delle forze in equilibrio, e ha esposto la teoria delle forze indipendente da concetti dinamici. A Varignon risale il teorema del parallelogrammo, nella forma che esso ha attualmente.

7. — D. Bernouilli (Ac. Sc. Petrop. 1726), Joh. Bernouilli (Ac. Sc. Petrop. 1229; Opera, Genevae 1742), e Jac.

Bernouilli (Opera, Genevae 1744), i fondatori della meccanica applicata, nel mentre hanno enunciato in precisa forma e messo in rilievo il principio delle forze vive (già additato da Huygens) hanno contribuito a rendere familiari e precisi i concetti di massa e di forza, e specialmente quello di forza (statico), sviluppando anche ulteriormente le ricerche di Varignon.

8. — Eulero (Mechanica, Petrop. 1736; Réflexions sur l'espace et le temps, 1748; Theoria motus, 1765), ha, per contro a Varignon e ai Bernouilli, considerata la meccanica come dinamica solamente. Nella discussione dei principî della meccanica, si è preoccupato della questione del sistema di riferimento; ha rilevato che dall'esperienza fisica l'identificazione del sistema cosi detto assoluto risulta determinata solo a meno di una traslazione uniforme. Ha giustificato il principio d'inerzia con considerazioni teoriche. Nelle opere di Eulero trovasi concepita la massa come grandezza dell'inerzia.

9. — D'Alembert (Traité de dynamique, Paris 1743, 1758; Op. Math., Paris 1761) dalle cui opere s'inizia il moderno sviluppo scientifico della meccanica classica, segue i metodi newtoniani, con qualche discussione più approfondita riguardo ai principî. Ha definito « tempi eguali » come « quelli in cui corpi eguali in condizioni eguali compiono movimenti eguali ».

10. — Lagrange (Mécanique analytique, Paris 1788, e successive edizioni dal 1811 in oltre). Nelle opere di Lagrange lo sviluppo della dinamica raggiunge un così alto grado, che le questioni relative ai principî passano in seconda linea. Vengono ammesse le equazioni fondamentali come note e indiscusse, e se ne svolgono per la via più breve e diretta le conclusioni.

11. — Poinsot (Eléments de statique, Paris 1804), seguendo i concetti di Varignon, e sviluppandoli, ha veramente creato la Statica come scienza a sè, premessa alla Dinamica,

e indipendente da essa. Caratterizzano l'opera di Poinsot le dimostrazioni più rigorose del parallelogrammo delle forze, e l'introduzione della nozione di coppia. Da questo autore origina la seconda scuola classica francese, che si discosta dal metodo di Newton, Eulero e Lagrange in quanto insegna a misurare le forze senza ricorrere al criterio dell'accelerazione, e ne sviluppa la teoria senza introdurre concetti di movimento. Da allora ai giorni nostri la scuola di Poinsot e quella newtoniana pura hanno a vicenda prevalso nell'insegnamento e nella letteratura.

12. — Poisson (Traité de mécanique, Paris 1811) non ha approfondito le questioni di principio e di metodo, e si ricollega in ogni caso all'indirizzo di Lagrange. Nelle sue opere la massa si trova definita esplicitamente come quantità di materia.

13. — Coriolis (Traité de la mécanique, Paris 1829, 1844), non ha innovato direttamente nei principî della meccanica, ma ha introdotto la nozione di lavoro, che grande influenza ha poi esercitato nel modo di considerare i concetti fondamentali della scienza dinamica.

14. Ampère (Essai sur la classification des sciences, Paris 1834, 1843) ha distinto la meccanica in Cinematica, Statica e Dinamica, con questo restando sanzionato e messo in evidenza il metodo di Poinsot. La classificazione è stata completata in tempi recenti aggiungendo la Teoria delle Masse (impropriamente detta Geometria delle Masse), la quale considera masse e spazio, nello stesso modo come la Statica considera forze e spazio, e la Cinematica tempo e spazio solamente.

15. — Duhamel (Cours de mécanique, Paris 1845, 1862; Des méthodes dans le sciences de raisonnement, Paris 1866) nell'esposizione della meccanica sviluppa, ordinatamente, prima la Cinematica (sotto il nome di « Introduction »), poi la Statica, e infine la Dinamica. Nel primo capitolo di Statica pone

le definizioni dei concetti fondamentali di tutta la meccanica, inclusa la massa, e dice che la meccanica è l'insieme della scienza dell'equilibrio (statica) e di quella del movimento (dinamica). A proposito della massa, cosi si esprime: « L'expé« rience montre que la même force ne produit pas toujours « un mouvement identique quand elle est appliquée à des « corps differents. Ce fait donne lieu à une notion nouvelle « qui est celle de *masse*. On dit que deux corps d'espèce « quelconque ont même masse, lorsque des forces égales pro« duisent des mouvements identiques sur ces corps libres et « partant du repos. Si on lie ensemble deux corps, on en « forme un nouveau dont la masse est dite *somme des mas« ses* des deux autres....... On voit par là que des corps « formés d'une même substance homogène ont des masses « proportionelles à leurs volumes et par conséquent aux « quantités de matière qu'ils renferment ». A fondamento della Statica, pone tre postulati sull'equilibrio, dopo avere definito le forze qualitativamente come cause di movimento, e quantitativamente per mezzo di esperienze di equilibrio o di equivalenza; cosi « somme de plusieurs forces est la force « qui peut remplacer l'ensemble des premières sollicitant le « même point dans la même direction ». Nella Dinamica, non introduce altri concetti e definizioni, ma soltanto i postulati del moto, sotto forma alquanto diversa da quella di Newton, ma con equivalente contenuto, tacendo però sul sistema di riferimento.

La meccanica di Duhamel è tipo di quelle più comunemente seguite nell'insegnamento, fino ai giorni nostri.

16. — Reech (Cours de mécanique, Paris 1852), il fondatore della *scuola del filo,* ha stabilito una meccanica con un contenuto sostanziale diverso da quella di Newton, riducendo la nozione di forza a quella di un filo teso; questo metodo va assai al di là di quello di Poinsot, Ampère e Duhamel, e si stacca del tutto dalle meccaniche classiche, in quanto all'uso del movimento rinuncia non solo nello sviluppo della Statica ma anche nei fondamenti di essa, e cioè nella prima definizione e valutazione di forza. Ne risultano

i principî e i concetti della Dinamica sotto forma interamente nuova. Di questa scuola del filo diamo conto più oltre, a proposito di Andrade (N. 35).

17. — Thomson & Tait (Treatise on Natural Philosophy, 1867, 1869) nella loro opera classica che ha formato il grande caposaldo della scienza contemporanea, rivestono e vivificano di nuova forma la trattazione della scienza meccanica, e fondano tutto sistematicamente sul concetto di energia. Rivendicano ai principî della meccanica la forma originaria di Newton, e ne rimettono in onore la formulazione delle tre leggi fondamentali. Seguendo Newton, riservano il nome di « meccanica » allo studio dei meccanismi; svolgono la cinematica, direttamente, come prima parte della « filosofia naturale »; indi quello che noi chiamiamo meccanica, sotto il nome di « dinamica », distinto in « cinetica » e « statica »; quest'ultima è trattata in fine a tutto, come corollario e caso particolare della cinetica. La definizione di massa e la definizione di forza, in Thomson e Tait, sono quelle di Newton, convenientemente sviluppate e illustrate. Non così quella di moto, essendo omessi i postulati di spazio assoluto e tempo assoluto; la questione del sistema di riferimento non è passata sotto silenzio, ma come « ultima ratio » Thomson & Tait ricorrono al centro d'inerzia e al piano invariabile di Laplace dell'universo, che ammettono finito; di esperienze fondate sulla gravitazione si valgono per riprodurre l'unità di tempo, e quindi per definire il tempo assoluto numericamente.

Ha significato importante in Thomson & Tait, e nella scuola che da loro prende origine, l'uso della parola *inerzia* come grandezza; così « centro d'inerzia », « inerzia di un corpo, pel moto rettilineo, pel moto angolare, etc. ». Questo linguaggio vale a familiarizzare con una precisa idea del concetto di massa, nel suo valore dinamico.

18. — C. Neumann (Die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie, Leipzig 1870) con linguaggio incisivo ha posto in rilievo la più grande mancanza delle teorie meccaniche ordinariamente formulate, quella di una conveniente e com-

pleta postulazione fisica pel sistema di riferimento nello spazio, la misura del tempo e la misura della massa. Per dare un senso alle leggi fondamentali della meccanica classica, egli osserva, converrebbe formularle così: — 1) Esiste in un posto sconosciuto dell'universo un corpo sconosciuto, che si dirà *corpo Alfa*, che è assolutamente rigido, e rispetto a tutti gli altri corpi ha tali relazioni che: — 2) qualunque altro punto materiale, lasciato a se stesso, percorre una traiettoria rettilinea rispetto al corpo Alfa; — 3) due qualunque punti materiali, lasciati a se stessi, si muovono per rispetto al corpo Alfa in guisa tale che spazi eguali percorsi dall'uno corrispondono a spazi eguali simultaneamente percorsi dall'altro, nelle rispettive traiettorie. E aggiunge che converrebbe proseguire oltre per questa via, per formare un sistema completo, in cui però « würde nur noch ein einziger Höhenpunkt, eine « einzige begriffliche Schwierigkeit zu überwinden sein, näm- « lich der Begriff der sogenannten *Masse* ».

19. — Nella seconda metà del secolo decimonono, ai progressi della scienza meccanica pura si sono accompagnati quelli delle sue applicazioni tecniche, da cui ha avuto origine la Statica grafica, codificata particolarmente per opera di CULMANN e dei nostri CREMONA e SAVIOTTI. Ciò ha avuto altrettanta influenza nel mettere in onore le teorie meccaniche del tipo Poinsot-Ampère, quanta ne hanno avuto gli studi astronomici sullo sviluppo delle meccaniche a indirizzo cinematico e descrittivo astratto. Veggasi come il Saviotti con elevati criteri ha sostenuto la tesi in favore della Statica pura, in contrapposto all'indirizzo della scuola inglese che subordina la teoria delle forze a quelle del movimento.

20. — RESAL (Mécanique générale, Paris 1873) sviluppa la meccanica classica, sul tipo di Duhamel. Definisce la massa come rapporto tra la forza e l'accelerazione.

21. — MAXWELL (Matter and Motion, 1876; v. anche negli Scientific papers, e nel 2° vol. del Treatise of Electricity and Magnetism il capitolo speciale sulla dinamica dei si-

stemi fisici), mantiene la massa come quantità di materia o come nozione primitiva, ma assume in particolare rilievo la nozione di *inerzia;* così *coefficienti d'inerzia*, etc., nella sua dinamica generalizzata. La sua opera è un inimitabile modello del come si possono lumeggiare e vivificare con l'intuizione del contenuto fisico concreto le nozioni che servono di base alla scienza meccanica.

22. — KIRCHHOFF (Mathematische Physik, Bd. I, Berlin 1876) è il fondatore della scuola cinematica, o descrittiva. Assume le equazioni fondamentali della dinamica $X = m\frac{d^2x}{dt^2}$, etc., siccome *definizioni* di X, Y, Z, e le masse siccome coefficienti numerici atti a figurare nelle equazioni del moto dei sistemi. Ha così una dinamica senza postulati sperimentali, la quale è sufficiente per lo sviluppo matematico delle teorie, ma fisicamente interpetrata, ha il valore di una cinematica pura. È da osservare che nel campo della meccanica celeste, scienza puramente descrittiva e non sperimentale, questa forma di trattazione è la più appropriata per esaurire con rigore, e senza ipotesi superflue l'argomento; i problemi dell'astronomia si riducono tutti a dedurre dall'osservazione le equazioni differenziali del moto degli astri, e integrarle; di fronte a questi problemi, tanto vale il ritenere i corpi celesti come veri corpi pesanti sollecitati da vere forze, quanto supporli pure immagini vuote di materia, che si muovono nello spazio in quel dato modo. Non è lo stesso nella meccanica terrestre, in cui si può sperimentare sui corpi con forze arbitrariamente date, e in cui l'inerzia e la massa hanno un valore preciso, fisicamente concreto, e non si presentano solamente come rapporti, originati dal confronto di più corpi fra loro. Per arrivare al campo della dinamica terrestre occorre completare la trattazione di Kirchhoff aggiungendo in fine quei postulati sperimentali coi quali si rientra nell'ambito di un'altra meccanica qualunque, di quelle a base fisica. Il metodo di Kirchhoff è naturalmente quello preferito dagli autori che si sono occupati di meccanica celeste, ad esempio da POINCARÉ.

23. — CLIFFORD (Elements of dynamics, London 1878; Part I, Book IV) è un seguace del metodo newtoniano, ma con una originalità di trattamento che prelude a nuovi concetti, e inaugura un rigore fisico preciso. Definisce da prima la massa (Book IV, p. 2) in via d'introduzione come una quantità di materia, e mostra come questa definizione conservi un senso anche nel confronto tra corpi della stessa materia e aventi diversa densità; per evitare ogni altra difficoltà aggiunge « For the present, we shall suppose all the bodies « spoken of to be made of the same stuff, and we shall mean « by the mass of agiven portion merely the quantity of that « stuff which it contains ». Più oltre, sviluppata la teoria della composizione delle masse, etc., ed entrando nella dinamica propriamente detta, intitola il primo capitolo « Acceleration depending on strain » e ivi pone come esperienza fondamentale quella di una molla, in diversi stati di tensione, che agisce per avvicinare due masse fra loro. Il successivo capitolo è « Mass »; ivi pone l'esperienza di variare i corpi sollecitati oltre al variare la tensione della molla; e constatato che due corpi di natura diversa possono essere dinamicamente equivalenti definisce « The mass of a body is the « number of grams of platinum in a lump which under the « same circumstances has the same acceleration as the given « body »; in questa definizione, grammo è unità di quantità, identificata per mezzo del campione di Parigi. Prosegue la trattazione della dinamica col dare tre leggi, quella sulla *forza*, quella di *composizione*, e quella di *reciprocità*, illustrate con una critica fisica particolareggiata. In tutta la trattazione, da principio della cinematica in poi, appaiono però in particolare evidenza due concetti, quello di *strain* con la conseguente *strain-velocity*, e quello di *stress*, che tendono a sostituirsi a quelli di spostamento, movimento e forza. In siffatta guisa Clifford ci addita quello che dovremmo fare per avere una dinamica che interpetrasse veramente l'esperienza fisica, senza invocare quei concetti assoluti (*movimento*, senza dire rispetto a che; *forza* che tende a muovere, senza dire rispetto a che; etc.) che hanno fatto sempre lo scoglio e hanno causato l'imprecisione di tutte le teorie.

Con queste idee di Clifford non devesi confondere quelle, quasi diametralmente opposte e di tipo Mach, che figurano nell'opera « Il senso comune nelle scienze esatte » e si devono non a Clifford ma a K. Pearson che in quel libro ha scritto i capitoli lasciati mancanti dall'autore.

24. — W. Thomson (On vortex statics, 1880; Steps towards a kinetic theory of matter, 1885) e J. J. Thomson (Phil. Trans. 1880; On some applications, etc. 1888) gettano le prime basi di una teoria meccanica cinetica, fondata sulle sole nozioni di massa e di movimento, e sulla ipotesi che le forze ordinarie e le azioni elastiche siano solamente apparenti. Questa teoria vedremo più oltre sviluppata, nella forma generale, da Hertz.

25. — James Thomson (On the law of inertia, 1882-4) ha svolto considerazioni nello stesso senso di quelle di C. Neumann.

26. — Streintz (Die physikal. Grundlagen d. Mechanik, Leipzig 1883) ha discusso criticamente le proposizioni fondamentali della meccanica, e in particolar modo le questioni sollevate da Neumann; nega il riferimento assoluto per le traslazioni, lo ammette per le rotazioni (idea già espressa da Maxwell) e lo forma per mezzo del giroscopio, invece di ricercarlo nell' ipotesi di un corpo Alfa già esistente. Ma questa distinzione fra traslazioni e rotazioni si fonda su una omissione materiale, come è evidente alla stregua del teorema di Coriolis.

27. — Mach (Die Mechanik in ihrer Entwickelung, 1883-1901; v. anche Geschichte u. Wurzel d. Erhaltung d. Arbeit. Prag 1872; e le sue lezioni orali « Ueber einige Hauptfrage d. Physik) ha pregevoli critiche storiche e filosofiche nello sviluppo dei vari rami della meccanica dagli antichi tempi ad oggi. Nel tempo stesso ha elaborato quel sistema suo proprio, di cui il lettore trova ampia critica e resoconto nelle altre varie parti del lavoro di questa commissione; particolarmente

nelle pagine dovute al prof. Vailati, troverà l'esposizione dei principî fondamentali del Mach nella loro forma genuina. Mi sia qui permessa qualche osservazione critica, alla stregua di quelle fatte per gli altri autori di meccanica.

Il Mach giustamente vuol ricondurre tutto a quanto noi percepiamo coi sensi; e quindi come punto di partenza, osserva e compara le accelerazioni che due corpi inducono l'uno sull'altro, e se ne vale per definire il rapporto delle masse; con questo, rinuncia alla nozione di forza, come nozione primitiva, e la considera solo come una combinazione di elementi che s'introduce nello svolgimento dei calcoli. Per dare senso alla parola « accelerazioni » di due corpi, si vale delle stelle fisse come sistema di riferimento e del giorno siderale come misura del tempo.

Nella sua essenza questa meccanica concorda con quella classica, e in particolare con quella di Newton, e conduce alle stesse conseguenze; ne differisce per la forma di presentazione. A questa forma può obbiettarsi lo stesso come alla teoria di Kirchhoff, cioè che ben essa conviene alla meccanica celeste, non altrettanto a quella terrestre, di cui la meccanica astronomica è un caso particolare. In astronomia, dai sensi abbiamo solo percezioni visive, quindi movimento di corpi e accelerazioni; ma queste sensazioni non bastano a oltrepassare i confini della cinematica. In meccanica terrestre abbiamo in più le sensazioni muscolari, che danno la forza come nozione primitiva e diretta; abbiamo l'osservazione della « stress » nei corpi, da cui la forza risulta fisicamente identificabile e misurabile. Di qui la possibilità di porre il quesito fondamentale: quale accelerazione produrrà una forza data su un corpo dato? quesito che ha un senso quand'anche esista un corpo solo (al difuori del sistema generale di riferimento), e conduce a determinare anche la inerzia o massa di questo corpo solo, e ciò anche nel caso in cui essa sia variabile (elettroni). Tale quesito è il solo che distingue la dinamica dalla cinematica, e non è a rigore proponibile nella meccanica di Mach.

Di qui il diverso modo di concepire la massa nei due sistemi. Mach definisce solo i *rapporti* delle masse; la dina-

mica ordinaria completa arriva invece a determinare le masse esse stesse, e non come numeri puri ma come quantità concrete aventi dimensioni fisiche. In sostanza dunque il sistema astratto di Mach svolge solo un ramo della meccanica. Completandolo, si ottiene di nuovo la meccanica classica.

28. — Lange (Die geschichtliche Entwickelung des Bewegungsbegriffes, Leipzig 1886) ha dato un'ampia critica storica, ma più filosofica che scientifica, del modo come si sono svolte le idee sul movimento da Aristotele fino a Neumann. Ha proposto una soluzione della questione sul sistema di riferimento, assumendo come tale un sistema (detto *inerziale)* determinato per mezzo di proiettili lanciati simultaneamente da uno stesso punto dello spazio, e indi lasciati liberi; questa soluzione conduce a formulare in modo logicamente preciso il principio d'inerzia, e a definire la misura del tempo assoluto, senza ammetterla a priori; così condurrebbe ulteriormente a stabilire anche il concetto di massa. Si potrebbe accettarla come esauriente, se potessimo attribuire un senso definito alla nozione di « corpo libero da forze », (sich selbst überlassener Punkt) e potessimo identificarla fisicamente, ma questa nozione equivale in tutto a quelle di spazio assoluto, tempo assoluto e massa assoluta, ed è altrettanto indefinibile.

29. — Muirhead (The laws of motion; Phil. Mag. 1887) può essere citato come rappresentante di una più moderna scuola inglese che, a simiglianza del metodo che ha invalso presso i geometri, lascia indefiniti tutti i concetti fondamentali; quindi presenta le leggi del moto in forma astratta, come farebbe Kirchhoff; ma però dopo aggiunge come postulato fisico « è possibile scegliere i riferimenti e le misure di spazio « e di tempo in modo tale, e attribuire alla massa di ogni « corpo un valore tale che le equazioni scritte siano effetti- « vamente verificate, nel mentre che le quantità $X = m \frac{d^2x}{dt^2}$ « etc. sono funzioni della posizione e dello stato fisico dei « corpi ». Questo metodo è semplice nella forma, ma lascia

aperte ovvie obbiezioni dal punto di vista del rigore, così come da quello della finalità didattica.

30. — Budde (Allgemeine Mechanik, Berlin 1890) addita la possibilità di formare la meccanica con l'etere fisso come sistema universale di riferimento, e subordinare a questo tutte le nozioni di moto, massa, forza etc. È questo il concetto di Newton ridotto a linguaggio moderno e concretato, l'etere fisso equivalendo a ciò che Newton chiamava spazio assoluto. Nell'ordinario svolgimento della meccanica, il Budde ben rileva potersi identificare la forza per mezzo del dinamometro, senza introdurre concetti di moto.

31. — Appell (Mécanique rationelle, I ed. 1893; II ed. 1902) ha inspirato un gran numero dei trattati e dei corsi di insegnamento di oggigiorno. Nella prima edizione si accosta di preferenza alla meccanica classica, nella seconda a quella di Mach.

32. — Hertz (Die Principien der Mechanik, 1894) ha realizzato l'ardito tentativo di fondare una meccanica completamente *cinetica,* cioè da cui è bandito (non di forma come in Mach ma per ipotesi sostanziale) ogni concetto di forza, senza togliere alla dinamica significato e base fisica. Hertz pone l'ipotesi che non esistano azioni trasmesse da corpo a corpo se non in apparenza; cioè che ogni azione dinamica sottintenda un meccanismo nascosto di vincoli e corpi rigidi. Questa ipotesi potrebbe essere non vera; anzi non vi è nulla che direttamente induca ad ammetterla vera, e ritenere l'esistenza reale di questi meccanismi rigidi, nascosti, in tutto lo spazio. Hertz dimostra che le conseguenze di essa sono in accordo coi fatti finora conosciuti.

Nell'ipotesi di Hertz, la quale ha un contenuto essenzialmente diverso da quelle newtoniane, ogni corpo è sottratto dall'azione di altri tutte le volte che non è in contatto con nessuno; la nozione di corpo libero allora ha un senso fisico preciso; e tutta la meccanica si fonda su questo unico postulato: « Corpus omne liberum perseverare in statu suo quie-

« scendi vel movendi uniformiter in directissimam », restando soppresso il « nisi quatenus etc. » di Newton.

33. — Maggi (Teoria matematica del movimento dei corpi, 1895) ha un metodo di esposizione della meccanica, assai diverso dalle linee generalmente seguite e dal linguaggio consueto. Difficilmente potremmo dare nei limiti di spazio assegnatici una notizia adeguata di un'opera così importante, che deve essere attentamente meditata in originale. Cerchiamo nondimeno di riassumere come segue le proposizioni fondamentali che ne costituiscono la base:

« *Definizione.* " Figura materiale „ chiamiamo un mo-
« bile, rappresentato da una porzione continua di spazio, in
« movimento continuo regolare, e dotato degli *attributi* che
« saranno in seguito indicati.

« *Attributo.* Due figure materiali isolate hanno ad ogni
« istante accelerazioni medie — o ambedue nulle, o parallele,
« di senso opposto, le cui grandezze hanno fra loro un rap-
« porto invariabile col tempo, puramente determinato dalla
« coppia delle due figure — definite dalla posizione delle due
« figure e dal loro atto di movimento.

« *Attributo.* Concepite due figure materiali separatamente
« isolate con una terza qualsivoglia, il quoziente dei rapporti
« dell'accelerazione media di ciascuna di esse a quella della
« terza sarà il corrispondente rapporto delle loro accelera-
« zioni.

« *Definizione.* " Grandezza della massa d'una figura
« materiale, per rispetto ad un'altra determinata „ è il rap-
« porto dell'accelerazione media di questa all'accelerazione
« media della figura considerata, supposte le due figure isolate.

« *Definizione.* " Sistema di figure materiali „ intendiamo
« l'insieme di un certo numero di figure materiali, rappre-
« sentate da porzioni dello spazio che, stabiliremo, non si
« compenetrano l'una con l'altra.

« *Definizione* " Grandezza della massa „ di un sistema
« di figure materiali è la somma delle grandezze della massa
« delle singole figure componenti il sistema.

« *Postulato.* Ogni " corpo naturale ", in una certa « " condizione fisica ", si comporta, o come un sistema geo- « metricamente eguale di figure materiali (se capita, come « una semplice figura materiale), o come il limite di un sif- « fatto sistema col tendere di ogni figura componente a un « punto. La condizione fisica determina, a parità di circo- « stanze, le accelerazioni medie di due corpi naturali, conce- « piti isolati.

« *Postulato.* Concepito un corpo isolato con un altro e « accumulate nei due corpi due o più condizioni fisiche ca- « paci di determinare separatamente nel corpo una certa ac- « celerazione media, l'accelerazione media del corpo sarà la « risultante di queste.

« *Definizione.* " Forza motrice " di un corpo è il vettore « il cui asse è quello dell'accelerazione media del corpo, e « la quantità è la quantità derivata la cui misura è il pro- « dotto della stessa accelerazione media e della massa del « corpo.

« *Legge.* Due corpi naturali, concepiti isolati l'uno col- « l'altro, hanno ad ogni istante forze motrici eguali e di se- « gno contrario.

« *Legge.* Un corpo naturale, concepito isolato con due o « più altri ha ad ogni istante una forza motrice eguale alla « risultante delle forze motrici che avrebbe isolato con cia- « scuno; e concepito isolato con un corpo e accumulate due « o più condizioni fisiche determinanti ciascuna una forza « motrice, ha una forza motrice che è la risultante di quelle « che corrispondono a queste condizioni fisiche separatamente ».

Di qui si vede che nella parte essenziale le idee che informano la meccanica del Maggi si avvicinano a quelle del Mach, mentre il metodo espositivo è piuttosto quello della scuola « per indefinito » (v. Muirhead).

Ma in confronto alla meccanica originaria del Mach è importante il rigore scientifico introdotto nella teoria.

La forma deduttiva, elevata che conseguono da questo rigore, esclude per ora, come l'autore stesso giustamente rileva, la possibilità di considerare l'introduzione di siffatta meccanica nell'insegnamento elementare. Resta a riguardarla

dal punto di vista puramente scientifico; nel quale campo sembra potersi osservare che degli scogli incontrati nella meccanica del Mach alcuni sono evitati, con successo, altri si presentano ancora difficili a superare. Anzitutto la questione dei riferimenti assoluti di spazio e di tempo è ancor più essenziale per questa teoria che per quella classica; in particolare, senza sottintendere un terzo corpo di riferimento, sembra difficile parlare delle accelerazioni di due corpi isolati nello spazio; e quando questo terzo corpo esiste, la verità fisica del postulato nelle accelerazioni può restare perturbata. Tutta la teoria è applicabile inoltre solo nei limiti in cui è vera la legge dell'azione e reazione: talchè in presenza di fenomeni perturbatori come la pressione luminosa di Lebedew, e di azioni elettromagnetiche trasmesse con ritardo di tempo, il detto postulato non vale senza modificazione e cessa allora di essere applicabile la definizione della massa. Lo stesso dicasi per corpi di massa variabile (elettroni), alla cui teoria sembra finora che solo il metodo classico si adatti senza inconveniente.

Si osserverà che essenzialmente la meccanica del Maggi sostituisce la « condizione fisica » alla « forza », senza valersi della nozione muscolare o di quella dinamometrica come punto di partenza. Questa sostituzione, come è fatta, può richiedere ancora qualche ulteriore chiarimento, poichè se si applica letteralmente la seconda e ultima legge delle forze motrici a un corpo come un pezzo di ferro in presenza di due calamite si ricava un fatto fisico non verificato dall'esperienza; e il chiarimento da introdurre per evitare la contraddizione è delicato e tocca l'essenza stessa della teoria.

Vero è che queste difficoltà non si presentano, o si risolvono, quando si tratti sia dello studio della gravitazione, sia di quello delle forze elastiche, sia delle azioni *statiche* tra cariche elettriche definite e poli magnetici definiti; onde la teoria del Maggi ha un campo di applicazione simultaneo alla meccanica terrestre e a quella celeste; ma non sappiamo ancora con eguale rigore può venire estesa ad abbracciare tutti i fenomeni che rientrano nelle meccaniche classiche.

34. — Voigt (Kompendium d. theoretischen Physik, 1895) ha la nozione della massa come quantità di materia, ridotta alla concezione più moderna possibile, e con particolare rilievo al significato che ha nel caso di un corpo che venga compresso e rarefatto, o composto con la miscela o sovrapposizione di altri.

35. — Andrade. (Mécanique physique, 1896) è il rappresentante moderno della *scuola del filo* e ha completato l'opera di Reech. Elemento fondamentale della meccanica di Andrade è la tensione di un filo elastico, identificata per mezzo della deformazione che il filo subisce. Andrade considera solamente forze siffatte, e in questo senso la sua meccanica è solamente terrestre. Limitatamente alle azioni trasmesse in questa guisa, sono formulati i postulati, e valgono pel moto relativo. La predeterminazione di massa e di tempo non sono necessarie; anzi, come conseguenza dei postulati applicati, la massa assoluta e il tempo assoluto restano determinati. Si iniziano le esperienze con un orologio a andamento qualunque, e dalle esperienze stesse risulta la funzione di correzione che dà il tempo assoluto.

Non si può a meno di convenire che nel suo campo limitato di applicazione, la scuola del filo, originale e diversa da qualunque altra scuola meccanica, traduce in modo rigoroso l' esperienza, senza imprecisione, senza superfluità, senza appello ad assoluti, e ponendo determinazioni e misure là dove le altre meccaniche pongono concetti primitivi indefiniti. Essa è l' unica che non ha bisogno del principio d'inerzia, e non ha bisogno di presupporre la misura del tempo. Ma l'ostacolo del limitato campo d'applicazione sembra difficile a rimuovere.

37. — Boltzmann (Die Prinzipien der Mechanik, 1897), seguace di Helmholtz (v. Vorlesungen über die Dynamik etc. 1897) ha una meccanica inspirata alle ipotesi cinetiche, e in cui s'introduce la nuova nozione dei « cicli », che si collega intimamente allo sviluppo di queste ipotesi.

38. — Love (Theoretical mechanics, Cambridge 1897) ha fuso in uno il metodo newtoniano e quello di Mach. I suoi

postulati sono cinque (p. 93) e cioè: — (1) sulla massa; — (2) sulle azioni fra elementi dei corpi; — (3) sulle variazioni del moto; — (4) sulle accelerazioni; — (5) sulla impenetrabilità dei corpi; ma vengono dati solo come un riassunto del metodo. Molto suggestivamente il Love presenta la teoria da diversi punti di vista, e alla nozione di massa arriva gradualmente, e attraverso svariate osservazioni critiche per metterne in rilievo tutta la portata. Questa moderna trattazione, improntata a esatto rigore scientifico, e condotta senza unilaterità di concetti, merita di essere attentamente considerata nel suo originale da chi ha in vista i problemi e i fini dell'insegnamento.

38. — Volkmann (Einführung in das Studium der theoretischen Physik, Leipzig 1900) è l'ultimo autore che citiamo, per chiudere con la fine del secolo XIX la nostra sommaria rassegna, e perchè la sua opera è di natura critica e risente l'influsso dei vari problemi fondamentali che negli ultimi tempi hanno agitato la scienza. Le idee del Volkmann sono di tendenza filosofica, e il sistema da lui preferito si avvicina alquanto a quello newtoniano, col tempo assoluto come postulato, e con lo spazio assoluto rappresentato dall'etere.

Un quadro delle varie tendenze che, nella soluzione di siffatti problemi, da allora in poi prevalgono può avere il lettore dallo studio dell'importantissimo fascicolo I del Vol. IV-1 della *Encyclop. d. Math. Wiss.* (dovuto a Voss, intitolato *Die Principien der Mechanik,* pubblicato nel 1901). e degli scritti di Freycinet, di Mach, di Maggi, di Pearson, di Blondlot, di Picard e di Poincaré, etc., apparsi in questi ultimi anni.

Dall'esame di queste tendenze e dalla sommaria critica fatta alle teorie fin qui riferite che ad esse han dato origine, veniamo confermati nelle stesse conclusioni a cui l'egregio Prof. Piola perviene nella parte di relazione a lui affidata: e cioè il metodo preferibile per introdurre il concetto di massa essere sostanzialmente quello che deriva dalla meccanica di Newton e Poinsot e che, premettendo la determinazione dinamometrica delle forze, si fonda dal confronto tra forze e

accelerazioni. Per rendere ben chiaro questo concetto, ci sembra gioverebbe insistere sulla locuzione « inerzia di un corpo », e presentare la massa come misura di questa inerzia; assai utile è la riflessione sul moto di un treno, e così pure l'esperimento di una *stessa* forza che agisce *prima* su un corpo, *poi* su un altro corpo; non altrettanto utile didatticamente credo l' esempio del paio di forze, del tipo Mach, agenti simultaneamente in corpi differenti.

Quanto all' introduzione del tutto la nozione di massa per via di rapporti fra masse diverse, cioè quanto all'uso puro e semplice del metodo Mach nell' insegnamento, non possiamo anche dal punto di vista didattico nascondere il timore che esso apporti nello studio della meccanica le stesse oscurità che il metodo degli equivalenti apporta nello studio della chimica.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

Rohloff C. und **Shinjo.** Ueber die Grenze zwischen den festen und dem flüssigen Zustand bei Gelatinelösungen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 442, 1907.

Stephenson A. On the forcing of oscillations by disturbances of different Frequencies. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 115, 1907.

Planck M. Zur Dynamik bewegter Systeme. *Ak. der Wiss. Berlin.* 13 Giugno 1907.

Löffler E. Wann und auf welchem Wege beeinflussen suspendierte Teilchen Gewicht und Auftrieb einer Flüssigkeit? *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 517, 1907.

Erfle H. Berechnung der Loschmidtschen Zahl aus den Konstanten der Dispersionformel. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 594, 1907.

Spring W. Sur les modifications subies par quelques phosphates acides à la suite d'une compression ou d'une déformation mécanique. *Bull. Ac. Roy. Belg.* N. 3, 1907.

Felgentraeger W. Eine einfache Methode zur Bestimmung der periodischen Fehler von Mikrometerschrauben. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 251, 1907.

Ramsay W. The sequence of events. Stockholm, 1907.

Kaiser W. Physikalische Schülerübungen in den oberen Klassen. 47 pag. Leipzig. Quelle & Meyer, 1907.

Lippmann G. Sur un phénomène analogue à la caléfaction. *Compt. Rend.* **145**, pag. 217, 1907.

2. Densità.

Pereira A. C. Un nuovo modello di picnometro. *Rev. de Chim. pura e applicada* (Porto). **3**, N. 6, 1907.

Andrews L. W. and **Carlton H. A.** Sulle curve di densità dei miscugli di cloro e bromo. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, pag. 688, 1907.

Gossner B. Das spezifische Gewicht bei isomorphen Reihen. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2373, 1907.

Earl of Berkeley. On the more exact Determination of the Densities of Crystals. *Journ. Chem. Soc.* **91**, pag. 56, 1907.

Manley J. J. The application of a differential densimeter to the study of some Mediterranean waters. *Roy. Soc. Edinburgh.* 24 Giugno 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

Searle J. H. C. The effect of rotatory inertia on the vibrations of Bars. *Phil. Mag.* (6). **14**, pag. 35, 1907.

Oliver T. A new method of ascertaining twist in single threads. *Roy. Soc. Edinb.* 20 Maggio 1907.

Oliver T. The influence of twist on the strenght of a thread. *Roy. Soc. Edinb.* 20 Maggio 1907.

Tedone O. Sull'estensione dell'integrale di Poisson, relativo all'equazione dei potenziali ritardati, al caso dell'isotropia elastica. *Atti Ac. Torino.* **42**, pag. 312, 1907.

Morera G. Intorno all'equilibrio dei corpi elastici isotropi. *Atti Ac. Torino.* **42**, pag. 374, 1907.

Somigliana C. Sopra alcune formole fondamentali della dinamica dei mezzi isotropi. *Atti Ac. Torino.* **42**, pag. 385, 1907.

Kasner E. Moto di una particella in un campo di forza arbitrario. *Trans. Ann. Math. Soc.* 8, N. 2, 1907.

Korn A. Sur un probléme fondamental dans la théorie de l'élasticité. *Compt. Rend.* **145**, pag. 165, 1907.

v. Zeipel H. Om den intransitiva rörelsens natur i trekropparsproblemet och vid visse andra dynamiska uppgifter. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fysik.* **3**, N. 13, 1907.

Stübler E. Der Impuls bei der Bewegung eines starren Körpers. *Zeit. f. Math. u. Phys.* **54**, pag. 225, 1907.

Neumann C. Ueber das logaritmische Potential. *Leipz. Ber.* **58**, pag. 488, 1907.

Walker H. The variation of Youngs modulus under an electric current. *Roy Soc. Edinburgh.* 10 Giugno 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Smoluchowski M. Contribution à la théorie du mouvement des liquides visqueux en particulier des problèmes en deux dimensions. *Bull. intern. de l'Ac. de Scienc. de Gracovie.* 3 Gennaio 1907.

Ollivier H. Experiences de capillarité. *Soc. franç. de phys.* 17 Maggio 1907.

Boussinesq J. Théorie approchée de l'écoulement sur un déversoir vertical en mince paroi, sous contraction latérale et à nappe noyée en dessous. *Compt. Rend.* **145**, pag. 10, 1907.

Ladenburg R. Ueber den Einfluss von Wänden auf die Bewegung einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 447, 1907.

Bakker G. Theorie der gekrümmten Kapillarschicht. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 532, 1907.

Picciati G. Sul moto di una sfera in un liquido viscoso. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 943, 1907.

Boussinesq J. Théorie approchée de l'écoulement sur un deversoir avec armature. *Compt. Rend.* **146**, pag. 101, 1907.

Wilson C. T. R. Metodo di curvatura per la misura della tensione superficiale. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **14**, N. 2, 1907.

Picciati G. Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di sfera in un liquido viscoso. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem. pag. 45.

Neumann E. R. Ueber eine neue Reduktionsmethode bei hydrodynamischen Problemen. *Crelles Journ.* **132**, pag. 189, 1907.

Ekman W. V. On the Waves produced by a given distribution of Pressure, which travels over the Surface of water. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fysi*. **3**, N. 11, 1907.

Oseen C. W. Zur Theorie der Bewegung einer reibenden Flüssigkeit. *Arkiv. för Mat. Astron. och Fysik.* **3**, N. 20, 1907.

Reiger R. Ueber die stationäre Strömung einer Substanz mit innerer Reibung und den Einfluss der Elastizität der Wand. *Erlanger Ber.* **38**, pag. 203. 1907.

Reiger R. Ueber die Elastizität von Gelatinelösungen und eine Methode zur Bestimmung der Koagulationsgeschwindigkeit. *Erlanger Ber.* **38**, pag. 252, 1907.

Dunstan A. E. and **Wilson R. W.** The Viscosity of liquid Mixtures. *Journ. Chem. Soc.* **91**, pag. 83, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Orlando L. Sopra alcuni problemi di aerodinamica. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 939, 1907.

6. Apparecchi.

van der Mensbrugghe G. Sur le siphon chanteur. *Bull. Ac. Roy. Belg.* N. 3, 1907.

B. Fisica-chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

Lebeau P. Sur quelques émulsions produites par les amalgames avec l'eau et différents liquides. *Ann. d. chim. et phys.* (8), **11**, pag. 340, 1907.

Falk K. G. Calcolo di alcuni equilibri chimici. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **29**, 5 Maggio 1907.

Andrews L. W. and **Carlton H. A.** Le curve di densità dei miscugli di Br e Cl. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **29**, 5 Maggio 1907.

Nubanen W. Validità della legge delle masse per la combustione dell' azoto nella fiamma ad alta tensione. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, N. 23. Giugno 1907.

Sutherland W. Ionisation in solutions and two new Types of Viscosity. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 1.

Ranken C. and **Taylor W. W.** The physical properties of misced solutions of indipendent optically active substances. *Roy. Soc. Edinb.* 6 Maggio 1907.

Antonov G. Sur la tension à la limite de deux couches. *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* **39**, N. 3. 1907.

Putschkin N. Potentiel et nature des alliages métalliques. *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* **39**, N. 3, 1907.

Mossetschvili J. Osmose entre les acides minéraux et les sels organiques. *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* **39**, N. 3, 1907.

Stokes H. N. and **Cain J. R.** On the colorimetric determination of iron with special reference to chemical reagents. *Bull. Bureau of Standards.* **3**, pag. 115, 1907.

Paal C. und **Amberger C.** Ueber katalytische Wirkungen kolloidaler Metalle der Platingruppe. *Chem. Ber.* **40**, pag. 220, 2209, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione. Attrito interno.

Lippmann G. Endosmose entre deux liquides de même composition chimique et de températures différents. *Compt. Rend.* **145**, pag. 104, 1907.

Lippmann G. Thermoendosmose de gaz. *Compt. Rend.* **145**, pag. 105, 1907.

Philip J. C. Influence of non electrolytes and electrolytes on the solubility of gases in water. *Farad. Soc. London.* 25 Giugno 1907.

Abel E. Zur Trage nach dem Verhältnis der elektrolytischen Lösungstensionen in verschiedenen Lösungsmitteln. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, pag. 305, 1907.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Werner A. Sur la théorie des bases et de la dissociation électrolytique. *Soc. Suisse de Chimie.* 16 Feb. 1907.

Archibald E. H. La conducibilità elettrica delle soluzioni degli alcools nell' HBr liquido. *Journ. of Amer. Chem. Soc.* **29**, N. 5, Maggio 1907.

Luther R. Tecnica della determinazione dei potenziali con elettrodi inattaccabili. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**. N. 23. Giugno 1907.

Haber F. und **Maitland W.** Il potenziale del ferro e la passività del metallo. *Zeit. f. Elektrochem.* **13.** N. 23. Giugno 1907.

Thiel A. und **Windelschnnidt A.** Fenomeni periodici nell'elettrolisi dei sali di Nichel. *Zeit. f. Elektrochem.* **13.** N. 23, 1907.

Blackman P. Electrical jonic conductivities. *Phil. Mag.* (6), **14,** pag. 215, 1907.

Kirby P. J. Sur les effets chimiques de la décharge dans les gaz. *Electrician.* 19 Aprile 1907. (*Éclair. électr.* **52,** pag. 35, 1907).

Guyot J. La théorie de Nernst et l'électrocapillarité. *Journ. de Phys.* (4), **6,** pag. 530, 1907.

Leduc A. et **Labrouste.** Électrolyse de solutions très étendues d'azotate et d'oxyde d'argent: l'argent métal alcalin. *Compt. Rend.* **145,** pag. 55, 1907.

Marie C. Sur l'oxydation électrolytique du platine. *Compt. Rend.* **145,** pag. 117, 1907.

Juinau L. La production de dépôts métalliques par électrolyse. *Rev. électr.* **7.** N. 83, 1907.

Kohlrausch P. Sulla movibilità degli joni nell'acqua. *Zeit. f. Elektrochem.* **13.** N. 25, 1907.

Fischer A. La precipitazione elettrolitica dal nikel dalla soluzione d'ossalato d'Ammonio. *Zeit. f. Elektrochem.* **13.** N. 26, 1907.

Vanzetti B. L. Decomposizione elettrolitica di acidi organici bicarbossilici. Acido suberico. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16,** II sem. pag. 79, 1907.

Kausch. Neuerungen auf dem Gebiete der elektrischen Ozonerzeugung. *Elektrochem. Zeit.* **14,** pag. 50, 1907.

Le Blanc M. Die Gültigkeit des Massenwirkungsgesetzes bei der Stickstoffrerbrennung in der Hochspannungsflamme. *Zeit. für Elektrochem.* **13,** pag. 297, 1907.

Prudhomme M. Relations entre la conductibilité moléculaire des électrolytes et la diluition. *Bull. soc. chim.* (4), **1,** pag. 562, 1907.

Arndt K. Die elektrolytische Dissoziation geschmolzener Salze. *Chem. Ber.* **40,** pag. 2937, 1907.

Müller W. J. Optische und elektrische Messungen an der Grenzschicht Metall-Elektrolyt. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2,** [1], pag. 112, 1907.

Fournier d'Albe E. E. Anwendung der Elektronentheorie auf Elektrolyse. *Chem. News.* **95,** pag. 28. (*Beiblätter.* **31,** pag. 701), 1907.

Colson A. Discontinuités observées dans le conductibilités moléculaires des sulfates chromiques dissous. *Compt. Rend.* **145,** pag. 250, 1907.

Briner E. et **Durand E.** Action de l'étincelle électrique sur le mélange azote-oxygéne aux basses températures. *Comp. Rend.* **145**, pag. 248, 1907.

4. Fotochimica.

Ciamician G. und **Silber P.** Chemische Lichtwirkungen. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2415, 1907.

Trautz M. Beiträge zur Photochemie. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2**, [1], pag. 114, 1907.

5. Termochimica.

Benedict F. G. e **Fletcher F. P.** Velocità di combustione e pressione nell'interno della bomba calorimetrica. *Journ. of Amer. chem. Soc.* **29**, N. 5. Maggio 1907.

Horn D. W. La determinazione delle temperature di transizione. *Am. Chem. Journ.* **37**. N. 6, 1907.

Bousfield W. R. and **Lowry T. M.** The thermochemistry of electrolytes in relation to the hydrate theory of ionisation. *Farad. Soc. London.* 25 Giugno 1907.

Nacken R. Ueber den Verlauf der Erstarrungskurve eines binären Systems an einer Stelle, die dem Auftreten einer Verbindung entspricht. *Zentralbl. f. Min.* 1907, pag. 329.

Stock A. und **Wrede F.** Die Bildungswärme des P_3N_5. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2923, 1907.

Rengade E. Chaleurs de formation des protoxydes alcalins. *Compt. Rend.* **145**, pag. 236, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

Siedentopf H. e **Sommerfeldt E.** Preparazione di microfotografie cinematografiche dei fenomeni della cristallizzazione, *Zeit. für Elektrochem.* **13**, N. 23, 1907.

Baikow A. Cristallisation et structure de l'acier. *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* **39**. N. 3, 1907.

Gahren A. Formazione di liquidi cristallini per mescolanza di sostanze. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **40**, N. 8, 1907.

Gahren A. Influenza della forma molecolare sullo stato dei liquidi cristallini. *Ber Deut. Chem. Ges.* **40**, N. 8, 1907.

Friedel G. Beobachtungen an flüssigen Kristallen. *Bull. Soc. franc. Mineral.* **30**, pag. 69, 1907.

Vallerant F. Ueber die schraubenförmigen Windungen kristallisierter Körper. *Bull. soc. min.* **30**, pag. 43, 1907 (*Beiblätter.* **31**, pag. 691, 1907).

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Seddig M. Einfache Methode, die Schwingungsformen einer Luftsäule zu demonstrieren. *Phys. Zeit.* 8, pag. 449, 1907.

Edelmann D. Beobachtungen über die Schwingungsdauer des Grundtones und des ersten Obertones von Stimmgabeln. *Phys. Zeit.* 8, pag. 451, 1907.

v. Wesendonk. Ueber den Zusammenklang zweier einfacher Töne. *Phys. Zeit.* 8, pag. 452, 1907.

Rayleigh Lord. On the Passage of Sound through Narrow Slits. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 153, 1907.

Cantor M. Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau und akustische Analogien. *Wien. Anz.* 1907, pag. 245.

2. Acustica musicale.

3. Acustica fisiologica.

Stücker N. Ueber die Unterschiedsempfindlichkeit für Tonnhöhen in verschiedenen Tonregionen. *Wien. Ber.* **116** [2a], pag. 367, 1907.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Hostelet G. Les principes généraux et le relations fondamentales de l'Energétique. *Rev. gén. des Scienc.* **18**, pag. 483, 1907.

Burbury S. H. Diffusion of Gases as an Irreversible Process. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 122, 1907.

Ponsot A. Transformations irréversibles. Entropie. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 505, 1907.

Laemmel R. Der Inhalt der Gleichung $pv = RT$. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 591, 1907.

Mc Crea R. H. Eine Folgerung aus der van der Waalsschen Gleichung. *Chem. News.* **95**, pag. 101, 1907.

Hort H. Die Wärmevorgänge beim Längen von Metallen. *Mitt. ü. Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ingenieurw.* **41**, pag. 1, 1907.

Wagner R. Ueber die Erwärmung eines Jodsilberstabes beim Dehnen. *Wien. Anz.* 1907, pag. 245.

2. Teoria cinetica della materia.

3. Dilatazione e termometria.

Terradas e Hilla E. Determinazione dello spazio detto nocivo nel termometro ad aria di Jolly. *An. de la Soc. Espan. de Fisica y Quimica.* **5**, N. 43. Maggio 1907.

Dickinson H. C. and **Mueller E. F.** Calibration of calorimetric Platinum resistance thermometers. *Phys. Rev.* **24**, pag. 529, 1907.

Clement J. K. Some new Measurements with Gas Thermometer. *Phys. Rev.* **24**, pag. 531, 1907.

Harker J. A. On the « Kew » Scale of temperature and its relation to the international Hydrogen scale. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* **2**, pag. 215, 1907.

4. Calorimetria.

Harker J. A. Specific heat of iron at high temperatures. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* **2**, pag. 205, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gaz.

Guttmann L. F. Die Bestimmung von Schmelzpunkten bei niedrigen Temperaturen. *Chem. Zentralbl.* **1**, pag. 1664, 1907.

6. Sorgenti di calore.

Paschen F. Ueber Temperaturstrahlung. *Phys. Zeit.* 8, pag. 487, 1907.

7. Conducibilità termica.

8. Calore raggiante.

Lowell P. A general Method for evaluating the Surface Temperature of the Planets; with special reference to the Temperature of Mars. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 161, 1907.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Linde K. Feststellung der Wärmedurchganges von einem wärmeren zu einem kälteren Wasserstrome durch eine Metallwand. *A'. d. Wissens. München.* 9 Febbr. 1907.

Harker J. A. A new type of electric furnace. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* **2**, pag. 37, 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Mendizabal A. Note d'ottica. *An. de la Soc. Espan. de Fisica y Quimica.* **5**, N. 43. Maggio 1907.

Wien W. Ueber die absolute, von positiven Jonen ausgestrahlte Energie und die Entropie der Spektrallinien. *An. d. Phys.* (4), **22**, pag. 415, 1907.

Garbasso A. Trajettorie e onde luminose in un mezzo isotropo qualunque. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem., pag. 41, 1907.

Larmor J. The Aether und Absolute Motion. *Nature.* **76**, pag. 269, 1907.

Natanson L. On the electromagnetic Theory of Dispersion and Extinction in Gaseous Bodies. *Krak. Anz.* pag. 316, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Lyman T. Absorption of the Air for Light of Short Wavelenghts. *Nature.* **76**, pag. 222, 1907.

Amerio A. L'emissione del carbone in alcune fiamme per l'ultravioletto. *Atti Acc. Torino.* **42**, pag. 371, 1907.

Cesaro G. Sur une nouvelle méthode de détermination des indices de réfraction. *Bull. Ac. Roy. Belg.* N. 3, 1907.

Hyde P. E. Geometrical Theory of radiating surfaces with discussion of light tubes. *Bull. Bureau of Standards.* **3**, pag. 81, 1907.

v. Bahr E. Die Absorption der Strahlen von Wärmequellen verschiedener Temperatur durch Ozon. *Arkiv. for Mat. Astron. och Fysik.* **3**, 15, 1907.

Beetz W. Ueber die bisherigen Beobachtungen im ultraroten Spektrum. 45 pag. Leipzig. A. Barth. 1907.

3. Spettroscopia.

Baker F. and **Baly E. C. C.** The relation between absorption spectra and chemical constitution. *Chem. Soc. London.* 6 Giugno 1907.

Kayser H. Zu den Hypothesen über die Emissionszentren der Serienspektra. *Zeit. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 181, 1907.

Riesenfeld E. H. und **Wohlers H. E.** Die Empfindlichkeit des spektralanalytischen Nachweises mit Hilfe eines neuen Spektralbrenners und seine Verwendung als monochromatische Lichtquelle. *Zeit. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 194, 1907.

Hartley W. N. Some devices for facilitating the study of spectra. *Roy. Dublin. Soc.* 21 Maggio 1907.

Hartley W. N. Note on the spectra of calcium and magnesium. *Roy. Soc. Dublin. Soc.* 21 Maggio 1907.

Anderson J. A. Absorption and emission Spectra of the Salts of Neodymium and Erbium. *Phys. Rev.* **24**, pag. 530, 1907.

Humphreys W. J. Some effects of heavy Pressures on Arc spectra. *Phys. Rev.* **24**, pag. 533, 1907.

Baly E. C. C., Tuck W. B., Marsden G. and **Gazdar M.** The relation between absorption spectra and chemical constitution. *Chem. Soc. London.* 4 Luglio 1907.

Dufour A. Influence de la pression sur les spectres d'absorption des vapeurs. *Compt. Rend.* **145**, pag. 173, 1907.

Ritz W. Sur l'origine des spectres en séries. *Compt. Rend.* **145**, pag. 178, 1907.

Meyer G. Spektralanalyse des Eigenlichtes von Radiumbromidkristallen. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2.** (1), pag. 62, 1907.

Scheiner J. Das periodische System der Elemente und seine Beziehungen zu den Spektren. *Himmel und Erde.* **19**, pag. 385, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

Bechstein W. Photometer mit proportionaler Teilung und dezimal erweitertem Messbereich. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, pag. 178, 1907.

Hyde P. E. A comparison of the unit of luminous intensity of the United States with those of Germany, England, and France. *Bull. Bureau of Standard.* **3**, pag. 65, 1907.

5. Luminescenza.

Hentsch A. und **Glower W. H.** Ueber die Theorie der Fluoreszenz von H. Kauffmann. *Ber. d. deut. Chem. Ges.* **40**, N. 7. Aprile 1907.

Jensen C. Ueber die Fluoreszenz einiger salizylsaurer Präparate unter der Einwirkung von β — und γ — Strahlen. *Zeit. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 187, 1907.

Carter T. S. The Fluorescence, Absorption, and magnetic Rotation Spectra of Potassium Vapor. *Phys. Rev.* **24**, pag. 536, 1907.

Homer A. Un nuovo idrocarburo fluorescente colorato. *Proc. Cambridge Phyl. Soc.* **14**. N. 2, 1907.

Kauffmann H. Die Fluoreszenz - und Auxochromtheorie. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2338, 1907.

6. Fotografia.

Schloemann E. Zur Kenntniss des latenten Bildes. *Zeit. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 183, 1907.

Szilárd B. Ueber Entwickelung bei Tageslicht. *Zeit. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 199, 1907.

Staeble F. Zur Darstellung der Verzeichnungsfehler photographischer Objektive. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, pag. 173, 1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

Laue M. Der Einfluss der Dispersion und selektive Absorption auf die Beugung periodischer Wellen. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 446, 1907.

Grimsehl E. Eine eigentümliche Erscheinung bei der Betrachtung eines Objektes durch einen engen Spalt. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 448, 1907.

Rayleigh Lord. Note on the remarkable Case of Diffraction Spectra described by Prof. Wood. *Phyl. Mag.* (6), **14**, pag. **60**, 1907.

Schaefer C. und **Laugwitz M.** Zur Lambschen Gitterstheorie. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 599, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Fabry C. Sur la polarisation par réfraction et la propagation de la lumière dans un milieu non homogène. *Compt. Rend.* **145**, pag. 112, 1907.

De Chardonnet. Remarques sur l'analyse optique des pyroxyles. *Compt. Rend.* **145**, pag. 115, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Patterson T. S. und **Thomson D.** Ueber das Drehungsvermögen in Lösungen. *Ber. der Deut. chem. Ges.* **40**, pag. 1243, 1907.

Cesaro G. Détermination du signe optique d'une substance. *Bull. Ac. Roy. Belg.* N. 3, 1907.

Buckney F. Sur un composto attivo della tetraidrochinolina. *Proc. Cambridge Phyl. Soc.* **14**, N. 2, 1907.

Stewart A. W. The relation between absorption spectra and optical rotatory power. *Chem. Soc. London.* 4 Luglio 1907.

Walden P. Ueber das Drehungsvermögen in Lösungen. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2463. 1907.

Scholtz M. Die optisch-aktiven Verbindungen des Schwefels, Selens, Zinns, Siliziums und Stickstoffs. *Samml. Chem. Vorträge*, pag. 44. Stuttgart. F. Encke, 1907.

Bates F. and **Blake J. C.** The influence of basic lead acetate on the optical rotation of sucrose in water solution. *Bull. Bureau Standards.* **3**, pag. 105, 1907.

Sommerfeldt E. Beobachtung an optisch aktiven Kristallen. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzt.* Stuttgart, **2**, (1), pag. 57, 1907.

Betti M. Costituzione chimica e potere rotatorio. *Gazz. chim. It.* **37**, II, pag. 5, 1907.

Nasini R. Azioni ottiche di gruppi atomici non saturi in immediata vicinanza. *Gazz. chim. ital.* **37**, II, pag. 55, 1907.

Lindet et **Ammann L.** Sur le pouvoir rotatoire des proteines extraites des farines de céréales par l'alcool acqueux. *Compt. Rend.* **145**, pag. 253, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Fricke H. Die Bildvertauschung in der Stereoskopie. *Zeil. f. wiss. Photogr.* **5**, pag. 205, 1907.

Nutting P. G. The complete Form of Fechner's Law. *Bull. Bureau of Standards.* **3**, pag. 59, 1907.

11. Apparecchi.

Hamy H. Sur un mécanisme permettant de maintenir un train de prismes rigoureusement au minimum de déviation. *Compt. Rend.* **145**, pag. 53, 1907.

Abraham H. Synchronoscope à réflexions multiples. *Compt. Rend.* **145**, pag. 174, 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Bidlingmaier F. Zur Methode des zweifach beweglichen Systems zweier gekreuzter Magnetnadeln. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 440. 1907.

Eriksson B. Bidrag til Kämedomen om magnetitens magnetiska och elektriska egenskaper. *Akad. afhandl. Upsala.* 1907.

Wedekind E. Ueber magnetische Verbindungen aus unmagnetischen Elemente. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart, **2**, (1), pag. 116, 1907.

Frank M. Eine neue Virkung, welche auftritt bei der Relativbewegung von Magnetismus und Materie, und deren Zusammenhang mit dem thermischen Perpetuum mobile. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart, **2**, (1), pag. 72, 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Honda K. and **Terada T.** On the Effect of Stress on Magnetisation and its reciprocal Relations to the Change of Elastic Constants by Magnetisation. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 65, 1907.

Ross A. D. Heusler's magnetic alloy. *Roy. Soc. Edinb.* 6 Maggio 1907.

Gildemeister M. Ueber das Verschwinden der Magnetisierung. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 401, 1907.

Mc. Lennan J. C. On the magnetic properties of Heusler's Alloys. *Phys. Rev.* **24**, pag. 449, 1907.

Campbell A. On the testing of cast iron and other materials by the Ewing permeability bridge. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* **2**, pag. 243, 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Schidlof A. Zur Integration der Lorentz-Poincaréschen Potentialgleichungen der Elektronentheorie. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 431, 1907.

Schott G. A. Ueber die Grundlagen der Elektronentheorie. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 433, 1907.

Cunningham E. The Structure of the Aether. *Nature.* **76**, pag. 222, 1907.

Cheneveau C. Sur la valence de la molécule saline dissoute déduite des propriétés dispersives de la solution et de la théorie des électrons. *Compt. Rend.* **145**, pag. 176, 1907.

Oseen C. W. Zur Theorie der unstetigen Bewegungen eines Elektrons. *Arkiv. for Mat: Astron. och Fysik.* **3**, 14, **1907**.

Planck M. Die Kaufmannschen Messungen der Ablenkbarkeit der β-Strahlen in ihrer Bedeutung für die Dynamik der Elektronen. *Ver. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2**, (1), pag. 61, 1907.

Slotte K. F. Ueber das elektrische Gleichgewicht eines geladenen ellipsoidischen Leiters und die elektrostatische Kapazität eines Rotationsellipsoides. *Of. Finska. Vet. Soc. Förh.* **49**, N. 4, 1907.

Lorentz H. A. Ueber positive und negative Elektronen. *Jarhb. d. Radioakt. u. Elektron.* **4**, pag. 125, 1907.

Königsberger J. Stand der Forschung über die Elektrizitätsleitung in festen Körpern und ihre Beziehung zur Elektronentheorie. *Jarhb. d. Radioakt. u. Elektron.* **4**, pag. 158, **1907**.

2. Elettrostatica. Macchine elettriche.

Tangl K. Ueber die Dielektrizitätskonstante der Luft bei hohem Druck. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 559, 1907.

Campbell A. On the electric inductive capacities of dry paper and solid cellulose. *Nat. Phys. Lab. Coll. Res.* **2**, pag. 255, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Corbino O. M. La quantità di elettricità cui dà passaggio la scintilla d'induzione e la sua cosidetta resistenza. *Rend. Accad. Lincei.* (5), **16**, II sem. pag. 51, 1907.

Toepler M. Die Vergrössereng der Schlagweite elektrischer Funken. *Phys. Zeit.* 8, pag. 486, 1907.

Bouty E. Sur la cohésion diélectrique de l'hélium. *Compt. Rend.* **145**, pag. 225, 1907.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

5. Conducibilità. Resistenza.

Berndt G. Ueber den Einfluss des Magnetfeldes auf den Widerstand von Elektrolyten. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 240, 1907.

Kurnakow N. S. und **Zemczuzny S. F.** Ueber die elektrische Leitfähigkeit der festen Metallösungen. *Zeit. f. anorg. Chem.* **54**, pag. **149**, 1907.

Rosa E. B. and **Babcock H. D.** The variation of manganin resistances with atmospheric humidity. *Electrician.* **59**, pag. 339, 1907.

Grunmach L. Ueber den Einfluss transversaler Magnetisierung auf die elektrische Leitungsfähigkeit des Metalle. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2**, (1), pag. 50, 1907.

6. Fenomeni termici.

Zasgoïty B. Les bobines thermoélectriques. *Éclair. électr.* **52**, pag. 42, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

Upson L. W. Observations on the electric Arc. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 126, 1907, anche in *Phys. Soc. London.* 14 Giugno 1907.

Grau A. und **Russ F.** Sul modo di comportarsi dell'arco a fiamma in alcuni gas. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, N. 25, 1907.

Battelli A. e **Magri L.** Comportamento dei vapori metallici nella scintilla elettrica. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem. pag. 12, 1907.

Guye C. E. et **Zebrikoff L.** Sur la différence de potentiel de l'arc à courant continu entre électrodes métalliques. *Compt. Rend.* **145**, pag. 169, 1907.

Simon T. Ueber den Lichtbogen bei kleinen Stromstärken. *Phys. Zeit.* 8, pag. 471, 1907.

Lorenz C. F. On effects of the electrical discharge on the acetylene flame. *Contrib. from. the phys. Lab. of Jowa.* **1**, pag. 1, 1907.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

Ollivier H. et **Sève P.** Gouttes formées dans un champ magnétique. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1417, 1907.

9. Elettrodinamica e induzione.

Wagner K. W. Zu den Vorschlägen zur Definition der Induktivitäten gestreckter Leiter. *Elektr. Zeit.* 28, pag. 673, 1907.

Battelli A. Résistance électrique des solénoides pour les courants de haute fréquence. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 559, 1907.

Grotrian O. Die magnetische Induktion in Rotationskörpern bei homogenen Felde, behandelt nach einem Näherungsverfahren auf experimentell-geometrischer Grundlage. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 575, 1907.

Corbino O. M. Un dispositivo per la produzione di correnti continue ad alta tensione, praticamente costanti. *Rend. Ac. Lincei,* (5), **16**, pag. 957, 1907.

Northrup E. F. Some newly observed Manifestations of Forces in the interior of an electric Conductor. *Phys. Rev.* **24**, pag. 474, 1907.

Rosa E. and **Cohen L.** The mutual Inductance of coaxial Solenoids. *Phys. Rev.* **24**, pag. 537, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

Fleming J. A. The Poulsen arc as a means of obtaining continuous electrical oxcillations. *Phys. Soc. London.* 14 Giugno 1907.

Austin L. W. The High resistance Contact Thermo-electric Detector for Electric Waves. *Phys. Rev.* **24**, pag. 508, 1907.

Grimsehl E. Demonstrations-Apparate für elektrische Schwingungen. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 481, 1907.

Barkhausen H. Das Problem der Schwingungserzeugung mit besonderer Berücksichtigung schneller elektrischer Schwingungen. IV+113 pag. Leipzig. S. Hirzel, 1907.

Jollos A. Ueber Hochfrequenzladung. Diss. Strassburgo, 1907.

Glage G. Experimentelle Untersuchungen am Resonanzinduktor. Diss. Strassburgo, 1907.

Wien M. Ueber die Intensität der beiden Schwingungen eines gekoppelten Senders. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2**, (1), pag. 83, 1907.

Tissot. Sur l'effet enregistré par le détecteur électrolytique. *Compt. Rend.* **145**, pag. 226, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Wood R. W. The magnetic Rotation of Sodium Vapour at the D Lines. *Phys. Mag.* (6), **14**, pag. 145, 1907.

Puccianti L. Elektrische und optische Untersuchungen über den Weckselstrombogen. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 463, 1907.

Cotton A. et **Mouton H.** Nouvelle propriété optique (biréfrangence magnétique) de certains liquides organiques non colloidaux. *Compt. Rend.* **145**, pag. 229, 1907.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Laub J. Sur les rayons cathodiques secondaires. *Bull. intern. de l'Ac. de Scienc. de Gracovia.* 3 Gennaio 1907.

Villard P. Les rayons cathodiques et l'aurore boréale. *Bull. de la Soc. d'Encour. pour. l'Ind. nation.* **109**, N. 5. Maggio 1907.

Wien W. On Rays of Positive Elettricity. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 212, 1907.

Kaga H. Ueber die Polarisation der Röntgenstrahlen und der Sekundärstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 439, 1907.

Haga H. Ueber einen merkwürdigen Fall von selektiver Absortion bei Röntgenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 445, 1907.

Röntgen K. W. Ueber die Leitung der Elektrizität in Kalkspath und über den Einfluss der X-Strahlen darauf. *Ak. d. Wiss. München.* 4 Maggio 1907.

Adam M. Trasmissione dei raggi Röntgen attraverso lamine metalliche. *Am. Journ. of Scienc.* **23**. N. 137, 1907.

v. Hirsch R. Versuche über den Zusammenhang zwischen Druck und Spannung bei der Erzeugung von Kathodenstrahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 461, 1907.

Swinton A. A. C. The mechanical Effects of Canal Rays. *Roy. Soc. London.* 6 Giugno 1907.

13. **Radioattività e ionizzazione.**

Meyer E. Die Absorption der α-Strahlen in Metallen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 425, 1907.

Bucherer A. H. Notiz über eine neue experimentelle Anordnung zu Messungen an Becquerelstrahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 430, 1907.

Moulin M. Émission secondaire cathodique des métaux sous l'influence des rayons α. *Compt. Rend.* **144**, pag. 1416, 1907.

Mackenzie A. S. Secondary Radiation from a Plate exposed to Rays from Radium. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 176, 1907.

Millikan R. A. and **Winchester G.** The influence of Temperature upon photo-electric Effects in a Very High Vacuum, and the Order of Photo-electric Sensitivess of the Metals. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 188, 1907.

Schott G. A. Note on the Explanation of the Radioactivity of Radium. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 210, 1907.

Cameron A. T. and **Ramsay W.** Some properties of radium emanation. *Chem. Soc. London.* 21 Giugno 1907.

Bloch L. Sur la ionisation de l'air par barbotage. *Compt. Rend.* **145**, pag. 54, 1907.

Hallwachs W. Ueber die lichtelektrische Ermüdung. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 459, 1907.

Mc Lennan J. C. The radioactivity of Lead and other Metals. *Nature.* **76**, pag. 248, 1907.

Zambonini F. Sulla radioattività della cotunnite vesuviana. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 975, 1907.

Dewar J. Sur l'emploi du radiomètre pour l'observation des basses pressions dans les gaz; application à la recherche der produits gazeux émis par les corps radioactifs. *Compt. Rend.* **145**, pag. 110, 1907.

Child C. D. The Determination of Potential by Carbon Pencils. *Phys. Rev.* **24**, pag. 498, 1907.

Dennis L. M. and **Hawley L. F.** Upon the chemical Nature of the Radium Emanation. *Phys. Rev.* **24**, pag. 511, 1907.

Campbell N. I raggi β del Potassio. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 14, N. 2, 1907.

Pochettino A. Sull' effetto fotoelettrico di alcune sostanze usate negli attinometri elettrochimici. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem. pag. 58, 1907.

Ramsay W. Radium Emanation. *Nature.* **76**, pag. 269, 1907.

Schuster A. Effect of Pressure on the Radiation from Radium. *Nature.* **76**. pag. 269, 1907.

Eve A. S. and **Adams F. D.** On rate of disintegration of radium. *Nature.* **76**, pag. 269, 1907.

De Broglie M. Sur l'ionisation par barbotage. *Compt. Rend.* **145**, pag. 172, 1907.

Meyer S. und **v. Schweidler E.** Bemerkung zu einer Notiz des Herrn H. W. Schmidt betreffend RaE_1 und RaE_2. *Phys. Zeit.* 8, pag. 457, 1907.

Meyer S. und **v. Schweidler E.** Ueber die Zerfallskonstante von Radium D. *Phys. Zeit.* 8, pag. 457, 1907.

Hofmann K. A. und **Wölfl V.** Das radioaktive Blei und die Grignardsche Reaktion als analytisches Hilfemittel. *Chem. Ber.* **40**, pag. 2425, 1907.

Marhwald W. Ueber Uranmineralien aus Deutsch Ostafrika. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. 2, (1), pag. 106, 1907.

Boltwood B. B. The Origin of Radium. *Nature.* **76**, pag. 293, 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Kummer W. Vergleichende Berechnung des Magnetisierungsströmes von Mehrphasen - und Einphasen - Wicklungen auf Grund des Feldstärke Vektordiagrammes von Görges und der Dreh-feld-Zerlegung in Harmonische. *Elekt. Zeit.* **28**, pag. 645, 1907.

Zemplén G. Ueber die Beobachtung von Wechselströmen mit Saitensistrumenten. *Phys. Zeit.* 8, pag. 438, 1907.

Ebeling. Ueber das im Bodensee verlegte Fernsprechkabel mit Selbstinductionsspulen nach dem Pupinschen System. *Elektr. Zeit.* 28, pag. 661, 1907.

Montel A. Sulle stazioni radiotelegrafiche a onde persistenti. *Elettricista.* (2), **6**, pag. 193, 1907.

Hough R. H. and **Wenner F.** The Operation of a direct Current Shunt wound Motor in Synchronism with a Tuning Fork. *Phys. Rev.* 24, pag. 535, 1907.

De Forest L. Recenti progressi della telegrafia senza fili. *Journ. Frankl. Inst.* **163**, N. 6, 1907.

Ducretet E. Dispositif de réglage et d'accord pour les récepteurs des postes de telegraphie saus fil. *Compt. Rend.* **145**, pag. 171, 1907.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

Appleyard R. A direct-reading conductivity bridge for testing rods of steel or other material, where there is considerable range of conductivity between successive specimens, and where it is necessary to eliminate the resistence of end contacts. *Phys. Soc. London.* 14 Giugno 1907.

Lutz K. Ueber ein Saitenelektrometer. *Ak. der Wiss. München.* 2 Marzo 1907.

Salmon E. Életromètre à torsion. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 551, 1907.

Humphrys W. J. An Apparatus for the Production of a rotating electric Arc under heavy Pressure. *Phys. Rev.* **24**, pag. 534, 1907.

Berndt G. Ein empfindliches Hitzdrahtinstrument. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 243, 1907.

Campbell A. Measurements of small resistances. *Coll. Res. Nat. Phys. Lab.* **2**, pag. 233, 1907.

Guthe K. E. and **Ende L. C**. Standard cells. *Contr. from. the Phys. Lab. of Jowa.* **1**, pag. 7, 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teorie.

Legrand Roy. Recherches récentes sur la prévision du temps. *Soc. Neuchateloise de Scienc. Nat.* 8 febbr. 1907.

Bracke A. Observations de grêle et de neige en ballon. *Rev. néphol.* N. 17, Maggio 1907.

Love A. E. H. The Shape of the Earth. *Nature.* **76**, pag. 223, 1907.

Wedderburn E. M. Temperature changes occurring in fresh water lochs. *Roy. Roc. Edinb.* 3 Giugno 1907.

Biske F. Versuch einer Deutung des jährlichen z-Gliedes in der Polhöhenvariation. *Astr. Nochr.* **175**, N. 4182, 1907.

Börnstein R. Aus Göthes Meteorologie. *Met. Zeit.* **24**, pag. 241, 1907.

Becker A. Zur Messung der Tropfengrösse bei Regenfällen nach der Absorptionsmethode. *Met. Zeit.* **24**, pag. 247, 1907.

Hooker C. P. The relation of the rainfall to the depth of water in a well. *Roy. Met. Soc. London.* 19 Giugno 1907.

Riccò A. L'osservatorio Etneo in rapporto al servizio Meteorologico. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem., pag. 25, 1907.

Hill E. G. The electric conductivity and angles of minimum deviation of ninety samples of sea water, and a comparison of these with the salinity and density. *Roy. Soc. Edinburgh.* 24 Giugno 1907.

Smith C. M. Adress on the work at the Solar Observatorj Kodaikánal S. India. *Roy. Soc. Edinburgh.* 2 luglio 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Teisserenc de Bort L. Sur la distribution de la température dans l'atmosphére sous le cercle polaire N et à Trappes. *Compt. Rend.* 145, pag. 149, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

Hann J. Beziehungen zwischen dem täglichen Gange der Temperatur und jenem der Windstärke. *Met. Zeit.* 24, pag. 287, 1907.

Emden R. Gaskugeln. Leipzig. Teubner 1907. 8, V+497 pag.

Trowbridge C. C. On Atmospheric Currents above fifty miles from the Surface of the Earth. *Phys. Rev.* 24, pag. 527, 1907.

Krebs W. Gezeitenbewegungen der Atmosphäre. *Weltall,* 7, 16, pag. 247, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

Dobrowlski A. Les cristaux de glace aériens et le phénomène des halos. *Ciel et Terre.* 28, N. 8, 1907.

7. Elettricità atmosferica.

Mihr F. Zur Kenntniss der elektrischen Leifähigkeit der Luft. *Met. Zeit.* 24, pag. 282, 1907.

De Fonvielle W. Sur l'incendie spontané de ballons en pleine atmosphère. *Compt. Rend.* 145, pag. 108, 1907.

— Nochmals der Kugelblitz. *Prometheus.* 18, 36, pag. 575, 1907.

8. Temperatura del suolo.

9. Terremoti e vulcani.

Forel F. A. Faits généraux des grands tremblements de terre américains des dernières années. *Soc. Vaud. de Scienc. Nat.* 6 Marzo 1907.

Mercalli G. I vulcani attivi della terra. Hoepli. Milano, 1907.

Martel E. A. Sur les gouffres de la mer et le volcanisme. *Compt. Rend.* 144, pag. 1468, 1907.

Rudzki P. Sur la profondeur du foyer du tremblement de terre de la Calabre du 8 Sept. 1906. *Bull. int. de l'Ac. de Scienc. de Gracovie.* 3. Gennaio 1907.

Jordan C. La propagation des ondes sismiques. *Rev. gén. des Sciences.* **18**, pag. 531, 1907.

v. **Knebel W.** Theorien des Vulkanismus. *Globus.* **91**, pag. 277, 303, 1907.

Krebs W. Vulkanische Neubildung von Inseln. *Weltall.* **7**, 15, pag. 226, 1907.

v. **Bülow W.** Die Lage der vulkanischen Ausbruchsstellen von 1902-05 auf Savaii. *Globus.* **91**, 20, pag. 321, 1907.

Galitzin B. Note sur les méthodes des observations sismiques. *Bull. Ac. Imp. Sc. Pétersbourg.* (6), **2**, pag. 41, 1907.

Galitzin B. Ouverture d'une station sismique à Pulkowa. *Bull. Ac. Imp. Sc. Pétersbourg.* (6), **1**, pag. 25, 1907.

Nagaoka H. On a residual phenomenon illustrating the afterschocks of earthquakes. *Proc. of the Tokyo Mat. Phys. Soc.* (2), **4**, 3. pag. 66 1907.

Rudzki M. M. P. Ueber die Tiefe der Herdes des calabrischen Erdbebens von 8 Sept. 1905. *Akad. d. Wiss. Krakau.* N. 1, 1907.

— Seebeben. *Ann. d. Hydr.* **35**, 6, pag. 282, 1907.

Riccò A. Sur l'activité de l'Etna. *Compt. Rend.* **145**, pag. 289, 1907.

10. Climatologia.

Hann J. Zum Klima von Peru. *Met. Zeit.* **24**, pag. 270, 1907.

Bracke A. L'appréciation de la nebulositè, *Rev. néphol.* **16**, pag. 124 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Wundt W. Ueber die Berechnung der Solarkonstante. *Met. Zeit.* **24**, pag. 261, 1907.

Bemporad A. Saggio di una nuova formola empirica per rappresentare il modo di variare della radiazione solare col variare dello spessore atmosferico attraversato dai raggi. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, II sem. pag. 66, 1907.

Vannari P. La durée de l'insolation en Russie. *Bull. Acad. Imp. Sc. Petersbourg.* (6), **1**, pag. 29, 1907.

12. Apparecchi.

Edelmann M. T. Ueber ein neues Aspirations-Hygrometer. *Ak. der Wiss. München.* 2 Marzo 1907.

Child W. The « step » anemometer. *Met. Soc. London.* 19 Giugno 1907.

Looser G. Einige Versuche über strahlende Wärme und Verführung eines Taupunktapparates. *Verh. Ges. D. Naturf. u. Aerzte.* Stuttgart. **2**, (1), pag. 68, 1907.

L. Storia della fisica.

Smith S. Sören Hjorth, des Erfinder des Dynamo-princzipes. *Elektr. Zeit.* 28. pag. 680, 1907.

M. Trattati.

Magrini G. P. Limnologia. Manuali Hoepli. Milano, 1907.

Sewell Tyson. The Construction of Dynamos. XI+316 pag. London: Crosby Lockwood & Son, 1907.

Chappuis J. et **Berget A.** Leçons de physique générale. 2. ediz. I XI+669 pag. Paris. Gauthier-Villars, 1907.

Gerard E. et **De Bast O.** Exercices et Projets d'Elektrotechnique. 1, VI+239 pag. Paris. Gauthiers-Villars, 1907.

Blanc G. A. Radioattività. VIII+266 pag. Milano. Hoepli, 1907

Angot A. Traité élémentaire de météorologie. 2. ediz. VI+418 pag. Paris. Gauthiers-Villars, 1907.

Boisard L. Physique. 5. éd. VII+277 pag. Paris. Vuibert et Nony, 1907.

Lorentz H. A. Lehrbuch der Physik. 2, III+621 pag. Leipzig. A. Barth, 1907.

Sumpfs K. Grundriss der Physik. VIII+380 pag. Hildesheim. A. Lax, 1907.

Klimpert R. Lehrbuch der Akustik. 3, (1), XIV+524 pag. e 3, (2), VIII+143 pag. Bremerhaven. L. Vangerow, 1907.

Poincaré L. L'électricité. 301 pag. Paris. Flammarion, 1907.

Barreca P. Lezioni elementari di correnti alternate. Livorno. Giusti, 1907.

Schoentjes H. Quelques leçons de thermodynamique. 113 pag. Gand. I. Vanderpogrten, 1907.

A. POCHETTINO.

NOTIZIARIO

— Oltre alle nomine già annunziate nel fascicolo passato di Ramsay e Roscoe segnaliamo le seguenti elezioni all'Accademia dei Lincei: G. Lauricella a Corrispondente per la Matematica; G. Morera a corrispondente per la Meccanica; T. Albrecht a Socio straniero per la Geografia matematica e fisica; F. Lenard e B. Hasselberg a Soci stranieri per la Fisica.

— Ecco il numero degli studenti che frequentano le Università Italiane: Bologna 1800, Cagliari 270, Catania 1060, Firenze (Ist. Sup.) 620, Genova 1320, Macerata 322, Messina 595, Modena 580, Napoli 4900, Padova 1300, Palermo 1400, Parma 690, Pavia 1560, Pisa 1100, Roma 2810, Sassari 160, Siena 220, Torino 2700.

— L'istituzione di una fittissima rete di stazioni magnetiche nell'America del Nord ha dimostrato l'andamento estremamente irregolare delle curve magnetiche.

— A Presidente dell'Associazione scientifica internazionale esperantista è stato nominato il Prof. Schmidt, dell' Osservatorio magnetico di Potsdam, a Vicepresidenti J. J. Thomson di Cambridge e M. Bénoit di Parigi.

— L' Università di Londra ha avuto un dono di 3000 sterline da Ludwig Mond e di 2000 sterline dal Dott. Plumner.

— Il Prof. G. Quincke (nato nel 1834 a Francoforte, poi professore a Berlino nel 1883, a Würtzburg nel 1872 ed a Heidelberg dal 1875) passato a riposo è stato solennemente festeggiato dagli studenti dell'Università di Heidelberg.

— Si annunzia la morte, avvenuta il 15 Agosto, di Carlo Ermanno Vogel, direttore dell' Osservatorio astrofisico di Potsdam, celebre per le sue numerose ricerche di spettroscopia stellare.

— È stata pubblicata dalla « Cambridge University Press » la corrispondenza di Sir Stokes, complemento estremamente interessante dei suoi lavori scientifici.

— G. H. Niewenglowski ha pubblicato un opuscolo in cui mette in luce tutti i vantaggi della fotografia a foro, senza obbiettivo, che va ora prendendo voga per scopi artistici.

— È morto il Rev. Dott. John Kerr in età molto avanzata. A lui si debbono, come tutti sanno, scoperte di primo ordine nel campo della elettro- e magneto-ottica.

— Dall'Osservatorio di Leick partirà una spedizione per osservazioni durante la prossima eclisse solare totale nel Gennaio 1908 nell' isola Flint, situata nel mezzo dell' Oceano Pacifico.

— In un discorso tenuto alla British Association il Duddel discute la posizione relativa dei due sistemi di telegrafia senza fili che attualmente si contendono il campo, cioè ad onde permanenti e ad onde smorzate. In esperienze recenti di telefonia senza fili il circuito microfonico agisce direttamente sull'eccitazione della generatrice dell'arco oscillante.

— A spese dello Czar si sta organizzando una spedizione scientifica nell'Asia centrale (Mongolia e Cina Occidentale) diretta da M. Kozlow.

— Allo Spitzberg, a Hammerfest ed a Trömsoe sono state erette stazioni di telegrafia senza fili per mantenere la comunicazione colla spedizione Wellmann al Polo Nord.

— Recenti ricerche di H. Ebert sopra le pulsazioni di breve periodo del campo magnetico terrestre hanno condotto a risultati molto interessanti; sono state trovate delle pulsazioni con periodo da $^1|_8$ ad $^1|_7$ di secondo che corrispondono al periodo di vibrazione elettrica di un conduttore sferico delle dimensioni della Terra.

— Nell'Africa del sud è stato osservato un effetto di miraggio per riflessione vedendosi una città posta alle spalle.

— Si annunzia la morte del Prof. Petersen di Copenhagen, illustre chimico.

— Il *Geographical Journal* riporta il programma scientifico della spedizione Antartica Charcot.

— I fratelli Lumière hanno risolto praticamente il problema della fotografia a colori mediante juxta-posizione di granelli di fecola colorati in arancione, verde e violetto, disposti a strato sul quale si adagia l'emulsione sensibile. La

lastra viene disposta nelle macchine ordinarie ma colla lastra di vetro verso l'obbiettivo. Fatto lo sviluppo, si passa la lastra in un bagno che inverte l'immagine; si seguita lo sviluppo e poi si fissa. Il principio è quello del divisionismo a grani nella tecnica di alcuni pittori.

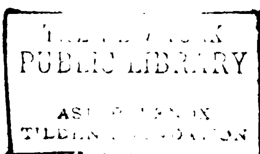
— Il Jaubert produce industrialmente l'idruro di calcio, prezioso per la preparazione dell'idrogeno a scopi aeronautici.

— Il Parlamento del Würtemberg ha votato 200,000 marchi per l'ingrandimento dell'Istituto fisico del Politecnico di Stuttgart e 125,000 per quello di Tübingen.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile*.

250

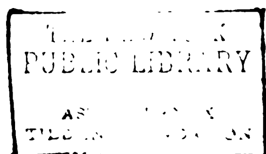
Attività (scala arbitraria)



G.S

250

Attività (scala arbitraria)





SULLA MASSA ELETTROMAGNETICA.

Rapporto di T. LEVI-CIVITA,

presentato alla Società italiana di Fisica nel Congresso di Parma (Settembre 1907).

Lo schema tipico, secondo cui il metodo infinitesimale si applica allo studio dei fenomeni naturali, consta notoriamente di tre stadi:

1°. *Induzione.* — Dall'esame approfondito di uno o più casi semplici si desumono le così dette leggi elementari (per lo più sotto forma di relazioni differenziali), le quali caratterizzano il fenomeno, ridotto, in certo modo, ai minimi termini, limitato cioè ad un campo e ad una durata infinitamente piccoli.

A questo primo stadio, eminentemente induttivo, presiedono criteri di semplicità e di convenienza, potendosi in generale escogitare infinite leggi elementari compatibili coi fatti (integrali) dai quali si parte. Spetta agli stadi successivi confermare o infirmare le ipotesi scelte.

2°. *Deduzione.* — Qui interviene tutta l'efficacia dello strumento matematico, che permette di raggruppare a piacere elementi di spazio e di tempo, ricomponendo nella sua integrità ogni fenomeno comunque complesso, per cui valgano le leggi elementari.

3°. *Verificazione.* — Si sottopongono le previsioni del calcolo a diretto o indiretto controllo sperimentale.

Quando l'accordo è soddisfacente, le ipotesi acquistano definitivo diritto di cittadinanza nella scienza; non come astrazione metafisica, ma per quello che valgono, cioè per la giustificata fiducia che anche ulteriori eventuali applicazioni condurranno a conseguenze attendibili.



Tale è lo schema classico, che domina tutta la fisica matematica. Ho cercato di rispettarlo anche nel rapporto, che

mi onoro di presentarvi, sulle azioni meccaniche connesse ai fenomeni elettromagnetici.



Leggi elementari e loro sintesi secondo Lorentz.

In un campo elettrostatico la legge elementare di Coulomb si accorda, come è notissimo, con tutti i fatti osservati.

In conseguenza di questa legge, una pallina elettrizzata, la quale si trovi in un campo elettrostatico, subisce una forza meccanica diretta come la forza elettrica e direttamente proporzionale alla carica della pallina e all'intensità del campo.

Altre azioni meccaniche si osservano fra correnti e poli magnetici. Esse sono caratterizzate da una seconda legge elementare ben nota: la legge di Biot e Savart, che, almeno nell'ambito dei campi stazionari, ha avuto il più completo suffragio dell'esperienza.

In conseguenza di questa legge, un elemento di corrente, situato entro un campo magnetico, si trova soggetto ad una forza meccanica proporzionale all'intensità della corrente e all'area del parallelogrammo costruito sui due vettori: forza magnetica, elemento di corrente.

La forza è diretta perpendicolarmente al piano del parallelogrammo.

Ciò posto, riprendiamo la nostra pallina elettrizzata e supponiamo che al campo elettrostatico si sovrapponga un campo magnetico (stazionario).

Nessuna variazione interviene nella forza che sollecita la pallina, *finchè questa sta ferma.* (Si esclude beninteso che la pallina sia costituita da materiale magnetico o magnetizzabile per influenza in modo sensibile).

Ma, se la pallina si muove, la sua carica diviene assimilabile ad un elemento di corrente, e, come tale, subisce un'ulteriore forza meccanica da parte del campo magnetico, in cui si trova immersa.

Si è tratti spontaneamente ad estendere la legge di Biot e Savart, trattando l'elemento come se appartenesse ad un circuito galvanico. La seconda forza, che sollecita la pallina,

va allora ritenuta proporzionale alla carica e all'area del parallelogrammo costruito su due vettori: forza magnetica, velocità della pallina; e diretta normalmente al piano del parallelogrammo.

Un'ultima induzione è necessaria per arrivare al caso generale, in cui si contempli il moto di una carica in un campo elettromagnetico, comunque variabile col tempo.

L'ipotesi, quanto mai plausibile, dovuta a Lorentz, è che, in un istante generico, la forza meccanica, la quale sollecita una particella elettrizzata, non differisca da quella che si avrebbe in due campi stazionari sovrapposti (elettrostatico e magnetico), definiti dai valori dell'istante considerato.

Si ha così una definitiva legge elementare, che opportunamente si designa col nome di Lorentz.



Cariche puntiformi.

La legge elementare di Lorentz si riferisce beninteso a cariche, che occupano un volume infinitesimo.

Per questa ragione la legge stessa trova applicazione *immediata* in tutti e soli quei casi, in cui è lecito prescindere dalle dimensioni della carica, ossia, come si suol dire, si tratta di cariche puntiformi.

In generale questo passaggio al limite non è affatto lecito, come ora constateremo; ma non c'è alcuna difficoltà concettuale a tener debito conto dell'estensione delle cariche.

Basta scindere in elementi infinitesimi: la corrispondente forza meccanica si valuta per ciascuno di essi nel modo accennato, e non c'è che da sommare (o, se si vuole, da integrare) i singoli contribuiti.



Riflessioni critiche.

Cerchiamo di renderci conto dei limiti, entro cui una particella elettrizzata che si muove in un campo elettromagnetico, può essere assimilata ad una carica puntiforme.

Diciamo S lo spazio effettivamente occupato dalla carica in un istante generico. Manifestamente è necessario e basta che, fra i vari punti di S, non vi sia distinzione sensibile, nè di posizione, nè di velocità, nè di comportamento elettromagnetico.

Le prime due condizioni, di carattere cinematico, sono quelle solite, sotto cui il moto di un corpo riesce sufficientemente caratterizzato da quello di un suo punto qualsiasi. Su queste condizioni non è il caso di indugiarsi. Possiamo senz'altro supporre che esse siano largamente soddisfatte, e fissare la nostra attenzione sul comportamento elettromagnetico.

Se si potesse asserire che, entro S, sono trascurabili le variazioni del campo elettromagnetico, più precisamente che la massima variazione di forza elettrica entro S è trascurabile di fronte alla minima intensità, che ivi le compete, e analogamente per la forza magnetica, si sarebbe in diritto di riportarsi al caso limite della carica puntiforme. Ma disgraziatamente le variazioni del campo entro S sono tutt'altro che trascurabili; ed ecco perchè.

Il campo elettromagnetico può pensarsi dovuto alla sovrapposizione di due altri:

1°. Quello che si avrebbe indipendentemente dalla carica considerata: per es. il campo di un elettrocalamita o di un condensatore a faccie piane, il campo magnetico terrestre, o addirittura un campo nullo, secondo le condizioni dell'ambiente, in cui ha luogo il movimento di S.

Lo diremo il *campo esterno*.

2°. *L'autocampo*, cioè il campo generato dalla carica, che si considera.

Nel caso particolare di una carica immobile, esso si riduce, come è ben chiaro, ad un semplice campo elettrostatico. Quando S si muove, la convezione provoca più generalmente un campo elettromagnetico (variabile).

Il campo esterno, a prescindere da situazioni eccezionali (come l'immediata vicinanza di punte o di spigoli, o più generalmente di sedi di elettricità o di masse magnetiche), può tranquillamente ritenersi costante entro lo spazio S: basta sup-

porre in ciascun caso che le dimensioni di tale spazio siano abbastanza piccole.

Ma ciò non basta punto per l'autocampo. Già un esempio semplicissimo, quello in cui S sia una sfera immobile con carica uniformemente distribuita, ci fa toccare con mano che la variazione dell'autocampo entro S è tutt'altro che trascurabile. Dicansi infatti e la carica e R il raggio della sfera. È ben noto (e del resto evidente per ragione di simmetria) che la forza elettrica nel centro della sfera è nulla. Sul contorno, essa vale invece $\frac{e}{R^2}$, come se tutta la carica fosse raccolta nel centro. La variazione è così $\frac{e}{R^2}$, addirittura eguale all'intensità massima in S; di più, a parità di carica, essa tende a crescere indefinitamente, quando si fa rimpicciolire il raggio R della sfera.

Analogo è naturalmente il comportamento qualitativo anche nel caso generale di una carica in moto, comunque distribuita.



Generalità sul moto dell' elettricità.

Ne consegue che, per lo studio delle forze agenti sopra una determinata quantità di elettricità, non si può procedere secondo le tradizioni della meccanica ordinaria, perchè manca la semplificazione corrispondente al punto materiale.

Volendo prendere la questione di fronte, senza ricorrere a scappatoie, bisognerebbe discutere addirittura il movimento di una massa continua di elettricità, ciascun elemento essendo solidale cogli altri per lo scambio di azioni elettromagnetiche.

Ognun vede come un tale problema, preso nella sua generalità, debba essere notevolmente complicato. A prescindere da difficoltà specifiche, sarebbe come se, nella meccanica ordinaria, si dovesse cominciare dall'analisi del continuo (sistemi deformabili).

La vera posizione del problema rimane tuttavia quella accennata; essa va tenuta presente, non foss'altro come sicuro criterio direttivo. Dirò di più che, soltanto incamminandosi

risolutamente per la via maestra, sembra ormai possibile
vero progresso teorico.

Ma di ciò ci renderemo conto più innanzi. Conviene
tanto precisare i termini della questione, e prendere c
scenza dei risultati già acquisiti, seguendo — mi si cons
l'immagine topografica — dei sentieri, che, se non toc
ancora la sommità, hanno però raggiunto più posti, dond
domina un largo orizzonte.



Intervento del principio fondamentale della dinamic

Riprendiamo la nostra particella elettrizzata, la quale
cupi uno spazio S di estensione finita. Sia e' la carica t
della particella, che può essere positiva o negativa; e (=
il suo valore assoluto.

In un generico elemento di volume dS risiederà una c
carica elementare de', e inoltre una certa massa mate
dm; (naturalmente non è escluso che de' o dm possano
lora esser nulli).

Consideriamo le forze agenti sull'elemento, mettendoci
un momento nelle condizioni più generali possibili. Così
tremo meglio apprezzare la portata delle varie ipotesi sen
ficatrici.

Avremo anzitutto la forza f, dovuta al campo elettr
gnetico esterno ($f=0$, se il campo elettromagnetico è int
mente creato dalla carica e'); poi la forza ϕ dell'autocan
cioè quella che de' subisce da parte degli altri elementi
stituenti la carica; poi finalmente un'ulteriore forza Ψ, in
intendiamo compendiate tutte le altre azioni a priori poss
(per es.: peso, azioni molecolari, reazioni provenienti da e
tuali vincoli, ecc.). f, ϕ e ψ designano altrettanti vettori
loro somma

$$f+\phi+\psi$$

rappresenta, per definizione, la forza *totale*, che si eser
in dS,

Detta α l'accelerazione dell'elemento, avremo, per il principio fondamentale della dinamica,

(1) $$dm \, . \, \alpha = f + \varphi + \psi \, .$$

Sommiamo questa relazione vettoriale con tutte le analoghe, relative agli altri elementi di S. Nel primo membro, designando con m la massa totale situata entro S, e con a l'accelerazione del baricentro, si ottiene, come è ben noto,

$$m \, . \, a \, .$$

Se poi si chiamano: F la risultante delle forze f, dovute al campo elettromagnetico esterno, Φ la risultante delle forze φ dell'autocampo, Ψ la risultante delle forze complementari ψ, si ha la formula

(2) $$m \, . \, a = \mathrm{F} + \Phi + \Psi \, ,$$

da cui prenderemo le mosse per la nostra discussione.



Teoria elementare (di Schuster [1] *).*

Nel caso particolare di una carica immobile (del resto comunque distribuita)

$$\Phi = 0 \, .$$

Infatti le azioni elettrostatiche φ fra le varie cariche elementari sono caratterizzate dalla legge di Coulomb, e quindi a due a due eguali ed opposte.

Quando si tratta di una carica in moto, le forze φ dell'autocampo non seguono più in generale il principio della reazione eguale ed opposta all'azione, perchè la propagazione da un elemento ad un altro esige un certo tempo, ciò che, in regime variabile, turba di regola il compenso.

In una trattazione rigorosa, bisogna dunque tenere esatto conto di Φ.

In prima approssimazione si può tuttavia ragionare come segue:

1) " The discharge of electricity through gases „ Proc. of the Royal Society, 47, 20 Marzo 1890.

Dacchè Φ è nulla, quando l'elettricità sta ferma, si
serverà, per ragioni di continuità, poco diversa da zero,
chè la velocità sia abbastanza piccola, e allora risulterà
scurabile di fronte ad F.

Se poi si tratta del movimento di una carica nel vuo
in gas molto rarefatto, si potrà ritenere ogni ψ, e quindi
eguale a zero. Infatti peso e pressione risultano in tal
trascurabili, e non c'è alcuna ragione perchè si debba
occuparsi d'altre forze. Ma, anche senza escludere a pr
eventuali azioni ulteriori, basta che esse verifichino il pri
pio di reazione perchè riesca $\Psi = 0$.

Rimane pertanto

$$(3) \qquad m \,.\, a = \mathrm{F}\,.$$

Ricordiamo che l'ostacolo essenziale a trattare una ca
come puntiforme proveniva dall'autocampo. Essendone sc
parsa ogni traccia, nella (3), nulla più vieta di assimilarv
particella ad un unico punto elettrizzato.

Ciò ha perfetto riscontro in quanto si fa correntemente
corpi celesti, salvo che allora si ritiene valido in ogni cas
principio di reazione, e quindi non è ipotesi approssimata,
conseguenza del postulato, il porre eguale a zero il tern
corrispondente a Φ (risultante delle attrazioni newtoniane
origine interna).

Beninteso, nella (3), sarà giustificato il passaggio al c
limite di un punto geometrico, solo a patto che, entro il
lume S effettivamente occupato dalla carica, le velocità
vari punti e le forze del campo (esterno) si possano tutte c
fondere con quelle, diciamo v, E (forza elettrica), H (forza
gnetica), che si riferiscono ad un unico punto, per es.
baricentro di S.

La (3) — basta richiamarsi alla legge elementare di
rentz — si esplicita allora in

$$(3') \qquad m\, a = e' \left\{ \mathrm{E} + \frac{1}{c} \left[\mathrm{H} \,.\, v \right] \right\},$$

designando c la velocità della luce e $[\mathrm{H} \,.\, v]$ un prodotto
toriale.

Se il campo elettromagnetico E, H è costante, la (3') si integra in modo affatto elementare.

***

Ricerche sui raggi catodici [1]).

Un' applicazione importante di questo modo di vedere è stata fatta ai raggi catodici, in quanto si risguardino costituiti da sciami di particelle elettrizzate, proiettate dal catodo di un tubo di Crookes; e si ammetta la validità della (3') per ogni singola particella.

Ponendo a raffronto le conseguenze della (3') colle circostanze di fatto, si rende subito conto del normale andamento rettilineo dei raggi catodici; supponendo poi — ciò che fu sperimentalmente dimostrato da Perrin [2]) — che la carica e' sia negativa, si spiegano perfettamente tutte le deviazioni, che si osservano, quando si porta il tubo in un campo elettrostatico o in un campo magnetico (uniformi e normali all'asse del tubo), oppure lo si sottopone all'azione combinata di due tali campi.

Da questi raffronti si ricava in particolare la determinazione di due elementi importanti: il rapporto $\frac{e}{m}$ fra la carica (più precisamente il valore assoluto della carica) e la massa delle varie particelle costituenti la radiazione; la loro velocità media.

Quest' ultima risulta compresa fra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{3}$ della velocità della luce. Il rapporto $\frac{e}{m}$ si trova essere (come media delle varie determinazioni) 1800 volte η, essendo η la così detta costante di Faraday.

Si rammenti che tale costante η è il rapporto fra carica e massa materiale, caratteristico dei fenomeni elettrolitici. Se, in uno qualunque di questi, l' ione idrogeno migra ad un elet-

1) J. J. Thomson " On cathode rays ", Phil. Mag., (5), 44, Ottobre 1897; Inoltre Kaufmann, Lenard, Wiechert, Simon. Cfr. gli Annalen der Physik, vol. 61 a 69, 1897-1899, oppure la collezione " Ions, électrons, corpuscules ", Paris: Gauthier-Villars, 1905.

2) Cfr. per es. l'articolo " Electrisation des rayons cathodiques, ecc. " nel T. 2° della collezione, testè citata.

trodo, si ha sempre η come rapporto fra la carica traspo
convettivamente e la corrispondente massa. Per un altro
siasi gruppo, messo in libertà dall'elettrolisi, l'analogo rap
vale $\frac{\eta}{\nu}$ (ν equivalente chimico del gruppo).

***

*Raggi affini ai catodici — Discussione dei risultati s
mentali e conseguente abbandono della teoria ele
tare.*

Le leggi fondamentali dell' elettrolisi diventano intui
se si suppone che ogni atomo materiale sia suscettibile d
sportare una carica ben determinata, dipendente soltanto
sua costituzione chimica.

Questa ipotesi mal si concilia colla precedente spiega
dei raggi catodici.

Infatti le particelle, che li costituiscono, sarebber
condo le cose esposte, dotate di un nucleo materiale, e q
dovrebbe ragionevolmente provenire da sostanze, che si
vano nel tubo di Crookes. Si tratterebbe quindi del gas,
vi è stato rarefatto, o di frammenti tenuissimi del catod

Ma in tal caso sarebbe strano che i vari atomi di sos
fossero capaci di cariche molto superiori a quelle, che
comportano nelle migrazioni elettrolitiche (circa 1800
maggiori, se si tratta di atomi di idrogeno).

E ciò tanto più che le stesse leggi di Faraday sug
scono spontaneamente un' ipotesi atomica anche per l' el
cità: la costanza di rapporto fra carica e massa rende i
plausibile l'esistenza di un quantum primordiale di elett
(elettrone), indivisibile al pari dell'atomo materiale.

L' andamento quantitativo dei fenomeni elettrolitici
sarebbe altro che l'aspetto macroscopico del fatto eleme
che ogni atomo materiale è atto ad assumere uno ed un
elettrone per ciascuna valenza.

Perchè, nei raggi catodici, la facoltà, diciamo così,
bente degli atomi diverrebbe di tanto maggiore? E p
ancora sarebbe variamente alterata secondo la natura chi

dell'atomo, si da portare $\frac{e}{m}$ al medesimo livello per tutti, mentre, quando si tratta di fenomeni elettrolitici, questo rapporto è inversamente proporzionale all'equivalente chimico?

Si noti che una circostanza, sperimentalmente accertata in più modi, è l'identico comportamento dei raggi catodici (per un dato stato di rarefazione), qualunque sia la natura del gas e degli elettrodi. Se vi fosse quel certo bombardamento di particelle materiali, una qualche differenza secondo la sostanza dei proiettili dovrebbe pur rendersi sensibile.

Ecco infine un altro elemento di giudizio, assai significante.

La (3') può applicarsi anche ad altri tipi di radiazioni: per es. ai raggi — studiati da Righi [1]), Lenard [2]), J. J. Thomson [3]) — i quali vengono emessi da superficie metalliche elettrizzate negativamente, quando sono esposte alla luce ultravioletta, oppure da filamenti di carbone, resi incandescenti nell'idrogeno.

Considerando anche in questi casi le radiazioni come dovute a bombardamenti di particelle negative, si trovano per il rapporto $\frac{e}{m}$ valori sempre prossimi a quello che corrisponde ai raggi catodici (1800 η).

Da tutto questo emerge che la (3'), senza trovarsi in aperta contraddizione con fatti osservati, non porge però una immagine soddisfacente delle più immediate induzioni che i fatti stessi suggeriscono.

Non è il caso di meravigliarsene, attesa la approssimazione un po' troppo semplicista, in base alla quale abbiamo supposto $\Phi = 0$, estendendo al caso di una carica in moto il compenso delle azioni interne, che ha luogo in elettrostatica.

Conviene perciò approfondire l'influenza dell'autocampo.

***

1) " Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni ", Nuovo Cimento, (3), vol. 24 a 27, 1888-1890. " Sulla convezione elettrica " Rendiconti dei Lincei, (4), 6, 2 Marzo 1890. " Sulle traiettorie percorse nella convezione fotoelettrica ", ibidem, 3 Agosto 1890.

2) " Erzeugung der Kathodenstrahlen durch ultraviolettes Licht ", Annalen der Physik, (4), 2, 1900.

3) " On the mass of the ions, ecc. ", Phil. Mag., (5), 48, Dicembre 1899.

Ricerche di Abraham [1] *e di Sommerfeld* [2] — *Movim*
quasi stazionari.

Riprendiamo la formula

$$(2) \qquad m\,a = \mathrm{F} + \Phi + \Psi,$$

senza trascurarvi alcun termine.

Nel primo membro sta il prodotto della massa mater
m della carica e', che si considera, per l'accelerazione de
spettivo baricentro.

Il secondo membro è assai più complicato: specialmen
termine Φ, che è la risultante delle azioni mutue dei sin
elementi de'. Si tratta di azioni, che dipendono dalla posizi
e dalla velocità, con l'aggravante che neppure si possono
siderare stati di moto sincroni per tutti gli elementi, m
deve tener presente che l'azione di un generico elemento
tenziante impiega del tempo a propagarsi, e quindi, per a
vare in un certo istante all'elemento potenziato, deve es
partita con debita antecipazione. Φ dipende insomma dallo s
di moto dei singoli punti della carica, non solo nell'ist
attuale, ma anche in un intervallo di tempo ad esso anteri
certo assai breve, date le dimensioni, generalmente molto
cole della carica e la grande velocità di propagazione; ma
sempre finito.

In queste condizioni, non si può pretendere di trarr
fil di logica da una sola relazione di insieme, come è la
alcuna previsione concreta sull'andamento del moto.

Il problema, preso nella sua integrità, esigerebbe la
siderazione simultanea di tutte le (1) per ogni punto geo
trico dello spazio occupato dalla carica.

Per semplificare, e per sfruttare la (2) nel miglior m
ricorreremo all'artificio di introdurre qualche ipotesi com
mentare, intuitivamente accettabile senza ripugnanza.

1) " Theorie der Elektricität ", vol. II (Elektromagnetische Teorie der Strahl
Leipzig: Teubner, 1905, Cap. III.

2) " Zur Elektronentheorie ", I, II, III, Göttinger Nachrichten, 1904 e 1905. "
plified deduction of the field, ecc. " Ak. van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedi
(ediz. inglese), Novembre 1904.

A dir vero, un primo tentativo in questo senso lo abbiamo già fatto, provandoci a supporre che seguiti a sussistere il principio di reazione $\Phi = 0$; ma abbiamo riconosciuto che l'ipotesi non è sostenibile. Si tratta ora di esperirne qualche altra, meno grossolana.

Un criterio perfettamente ragionevole è il seguente.

Immaginiamo che la carica mobile possegga un nucleo materiale e che questo sia costituito da un *coibente solido*.

Allora il modo di distribuzione della carica entro il solido non si altera durante il movimento. L'elettricità, al pari della materia, si muove come se i vari elementi fossero rigidamente collegati fra loro.

Ci si trova per conseguenza ridotti a caratterizzare il moto di un sistema rigido, coll'unica complicazione, rispetto agli ordinari problemi di questo tipo, che le forze vengono ora a dipendere anche dalla stòria anteriore del mobile. Il problema ha sei gradi di libertà, nel senso che tutto è esprimibile in funzione di sei parametri: tre, che servono a fissare la posizione nello spazio di un punto del solido, diciamo il baricentro; e tre, che individuano l'orientazione del solido attorno a questo punto.

Per determinare questi sei parametri in funzione del tempo, basta procurarsi sei equazioni, che non contengano ulteriori incognite.

Nelle (1), valide per ciascun elemento, appariscono le ψ, le quali compendiano tutto ciò, che non ha origine elettromagnetica. Dato il tipo di problemi, che vogliamo studiare, basterà attribuire alle ψ il significato di reazioni provenienti dai vincoli di rigidità. Esse sono a due a due eguali ed opposte, e perciò rimangono eliminate formando le solite combinazioni, dette delle quantità di moto (o del moto del baricentro) e dei momenti (equazioni cardinali, secondo Maggi).

Le tre combinazioni, esprimenti il principio del moto del baricentro, sono compendiate dalla (2), colla avvertenza che va posto eguale a zero l'ultimo termine Ψ (risultante delle azioni vincolari), sicchè resta

$$ma = F + \Phi . \tag{4}$$

Le altre tre combinazioni (dei momenti) si compendi
anch'esse in una relazione vettoriale, che indicherò br
mente con

(5) $$\mathbf{M} = 0 .$$

Lo studio rigoroso delle (4), (5) si deve specialmente
sig. Sommerfeld, che ha superato con ingegnosi artifici n
voli difficoltà analitiche, sviscerando il caso di una sfera
trizzata uniformemente, con distribuzione sia di volume
superficiale.

Prima ancora di queste ricerche di Sommerfeld, il
Abraham aveva avuto un'idea felice, che gli permise di s
plificare enormemente la trattazione del problema, pur
giungendo tutta la desiderabile approssimazione.

Abraham ha trovato, per dir così, un giusto mezzo fr
computo rigoroso dell'autocampo e l'arbitraria estensione
principio di reazione (dal caso elettrostatico, in cui vale r
rosamente, al caso generale).

Il criterio direttivo si può sintetizzare come segue:

La risultante Φ e così il momento risultante delle f
dell'autocampo si possono presentare (Poincaré [2]) sotto fo
di derivate esatte, rispetto al tempo, di due certi vettori
K (risultante e momento risultante delle così dette quantit
moto elettromagnetiche). Q e K dipendono a rigore, al
delle forze elettromagnetiche, da stati di moto, che spett
a punti della carica, anche in istanti precedenti a quello
nerico, che si considera.

Ma non si commette un grave errore, valutando qu
due vettori come se il movimento della carica fosse stazi
rio, colle caratteristiche, che gli competono nell'istante
tuale. Ottenuti in tal modo Q e K, si lascia cadere l'ip
provvisoria della stazionarietà, e si deriva rispetto al ten

1) Va pur ricordato un lavoro del sig. Schwarzschild " Ueber die Bewegung
Elektrons ", Göttinger Nachrichten, 1903, che ha lo scopo precipuo di discutere
maticamente l'influenza della rotazione sul moto di una carica elettrica. La conclu
è che, nei limiti delle attuali esperienze, si può tranquillamente prescindere dalla
zione, senza commettere sensibili errori.

2) Cfr. per es. " Electricité et optique ", Paris: Carré et Naud, 1901, pag.
451; oppure Abraham, loco cit., pag. 28-36.

risguardando variabili, come generalmente sono, le caratteristiche del moto rigido.

È ben naturale di chiamare *quasi stazionari* quei movimenti, ai quali è applicabile codesto procedimento con approssimazione sufficiente. Abraham ne ha fissato i limiti in modo preciso. Noi non lo seguiremo nella sua analisi, accontentandoci di mettere in luce l'ingegnosità dell'artificio.

Trattare il movimento come stazionario (cioè trascurare l'accelerazione) in tutto il computo delle forze elettromagnetiche sarebbe press'a poco quanto trascurare addirittura l'autocampo. (Infatti, in ogni moto traslatorio uniforme, risultante e momento risultante delle forze dell'autocampo riescono rigorosamente nulli.)

Col procedimento di Abraham, le forze vengono valutate tenendo conto, almeno parzialmente, anche dell'accelerazione.

Per i movimenti, che si possono risguardare quasi stazionari, le equazioni (4) e (5) perdono il carattere funzionale, che le rende così poco maneggevoli.

Infatti anche i secondi membri vengono in tal caso a dipendere dal moto, soltanto pel tramite delle velocità e accelerazioni dei punti del sistema, *relative all'istante generico, che si considera.* Ci troviamo insomma di fronte ad un ordinario problema di dinamica del solido, in cui le forze dipendono anche dalla accelerazione. Per verità, negli esempi più comuni, le leggi delle forze dipendono esclusivamente dalla posizione e dalla velocità; non è però senza precedenti il fatto che intervenga anche l'accelerazione.

Basta pensare al caso del moto di un solido entro un liquido perfetto.

Le pressioni del liquido sulle pareti del solido danno luogo a forze addizionali (oltre a quelle direttamente applicate), che dipendono dalle accelerazioni delle molecole fluide, cioè in definitiva (essendo il moto del liquido subordinato a quello del solido) dalle velocità e accelerazioni del solido. In queste condizioni si presenta un fenomeno tipico, del resto ben prevedibile. L'influenza del liquido circostante aumenta l'inerzia del solido; ad es., nel caso di una sfera in moto rettilineo, le cose vanno come se il movimento (sotto l'azione delle forze

applicate e di quelle che agirebbero sul liquido spostato) a
luogo nel vuoto, essendo però aumentata la massa della
di una metà della massa del liquido spostato.

Questo richiamo idrodinamico ci lascia presumere a
ghi effetti da parte delle forze dell'autocampo.

***

Massa elettromagnetica longitudinale e trasversale.

Cerchiamo di precisare, mettendoci nelle circostanze
semplici.

Supponiamo che si tratti di una sferetta omogenea,
trizzata uniformemente.

Sotto condizioni, che, per brevità, tralascio di specific
si può supporre il moto puramente traslatorio. Per la sua
terminazione basta allora la (4), la (5) risultando identicam
soddisfatta.

Il vettore Φ si esplicita senza difficoltà.

Dicendone Φ_T la sua componente tangenziale o longi
nale (cioè nel senso del moto), e Φ_n una componente nor
o trasversale (cioè secondo una qualsiasi direzione n per
dicolare alla velocità) si trova:

$$\Phi_T = - m_0 \chi_1(\beta)\, a_T ,$$

$$\Phi_n = - m_0 \chi_2(\beta)\, a_n ,$$

dove a_T, a_n sono le analoghe componenti dell'accelerazi
β è il rapporto fra la velocità (in generale variabile)
sfera e la velocità c della luce; χ_1 e χ_2 sono due funzioni
solo argomento β [1]), le quali si riducono all'unità per β=
infine

1)
$$\chi_1(\beta) = \frac{3}{4\beta^2}\left\{ -\frac{1}{\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{2}{1-\beta^2} \right\},$$

$$\chi_2(\beta) = \frac{3}{4\beta^2}\left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\}.$$

(6) $$m_0 = \frac{4}{5}\frac{e^2}{c^2 R}$$

(e valore assoluto della carica in unità elettrostatiche, R raggio della sfera).

Ciò premesso, proiettiamo la relazione vettoriale (4) nella direzione del moto e in una generica direzione ortogonale, designando con F_T, F_n le relative componenti del vettore F (risultante delle forze provenienti dal campo elettromagnetico esterno).

Ove si ponga per brevità

(6') $$\begin{cases} m_1 = m + m_0 \chi_1(\beta), \\ m_2 = m + m_0 \chi_2(\beta), \end{cases}$$

si ha subito:

(7) $$F_T = m_1 a_T ,$$

(8) $$F_n = m_2 a_n .$$

Come si vede, il rapporto fra forza (esterna) e accelerazione vale m_1 nel senso del moto, e vale invece m_2 per una generica direzione perpendicolare.

Nella meccanica ordinaria, (quando cioè non intervengono forze di origine elettromagnetica, e non c'è quindi autocampo), il rapporto fra forza e accelerazione è sempre il medesimo in qualsiasi direzione: la massa, carattere intrinseco del mobile, indipendente in particolare dalla velocità.

Qui abbiamo invece, per usare la terminologia di Abraham, una massa *longitudinale* m_1 e una massa *trasversale* m_2, distinta in generale dalla prima. Entrambe poi dipendono essenzialmente dalla velocità, oltre che da caratteri intrinseci della carica mobile (la massa materiale m, la carica e, il raggio R).

***

Caso particolare già previsto da J. J. Thomson [1] *— Ap cazione ai raggi catodici ed affini — Opportunità escludere qualsiasi intervento di materia ponderab*

Per velocità piccolissime rispetto a quella della luce, sensibilmente zero, ed m_1, m_2 si riducono entrambe al val comune e costante $m+m_0$.

Questo caso limite, cui si è condotti da intuizioni mo plici [2]), ha più stretta analogia col moto di una sfera in liquido perfetto.

L'effetto dell'autocampo equivale in definitiva ad una in zia addizionale di origine elettromagnetica, misurata dalla spressione (6) di m_0. L'equazione vettoriale (4), o le equi lenti (scalari) (7), (8), riprendono di conseguenza la for tipica

$$(4') \qquad (m+m_0)\,a = \mathrm{F}\,.$$

Soffermiamoci un momento su queste velocità limitate, cui χ_1 e χ_2 si possono confondere coll'unità.

Anzitutto va notato che la cosa è lecita in un ambito bastanza largo. Basta per es. che si tratti di velocità non periori ad un terzo della velocità della luce (che è prec mente il massimo ordine di grandezza, già trovato per i ra catodici, quando si trascurava l'autocampo) perchè l'err resti al disotto del 5 °|₀.

La (4') differisce dalla (3) soltanto per questo: il co ciente m, che compare nella (3), è sostituito nella (4') $m+m_0$.

Ricordiamo che, ammessa la validità della (3), nel dei raggi catodici od affini, eravamo giunti alle conclus seguenti:

1) " On the electric and magnetic effects produced by the motion of elect bodies ", Phil. Mag., (5), 11, Aprile 1881.

2) Ad es. per via energetica, come si può vedere in J. J. Thomson " Elettr e materia " (traduzione italiana di G. Faè, Milano: Hoepli, 1905), pag. 24; o più fusamente nella memoria del Prof. Righi " Sulla massa elettromagnetica ", Nuov mento, (5), 12, 1906.

a) I fatti sperimentali sono benissimo rappresentati dalle formule.

b) La velocità delle particelle è compresa fra $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{3}$ della velocità della luce.

c) Il rapporto fra la carica e la massa materiale è (in media) 1800 η, cioè 1800 volte quello corrispondente ai fenomeni elettrolitici.

L'intervento dell'autocampo (ridotto a quel minimo, di cui ora ci occupiamo) lascia evidentemente sussistere le conclusioni *a*) e *b*), e modifica la *c*), fornendo il valore 1800η per il rapporto $\frac{e}{m+m_0}$, anzichè per $\frac{e}{m}$.

La modificazione è eccezionalmente importante, perchè toglie lo stridente contrasto della *c*) colla concezione atomica della materia, e rende pressochè incontestabile la conclusione che *i raggi catodici ed affini provengono dal trasporto di cariche elettriche negative senza nucleo materiale.*

Proviamoci infatti ad ammettere che un nucleo materiale vi sia. Le cose andrebbero ancora peggio di quando si trascurava l'autocampo. Se allora era 1800η la carica per unità di massa materiale, la stessa carica spetterebbe adesso all'unità di massa apparente $m+m_0$. Ma, per $m+m_0=1$ ed m_0 non addirittura trascurabile, la massa materiale m, cui compete la carica 1800η, risulta più piccola dell'unità; la carica specifica sarebbe perciò maggiore di 1800η.

L'inconveniente di dover attribuire ad atomi materiali cariche di gran lunga superiori a quelle, di cui li indicano capaci i fenomeni elettrolitici, scompare immediatamente tostochè si rinunci ad attribuire alla carica mobile un substrato materiale, ammettendo invece che l'inerzia sia tutta di origine elettromagnetica.

Allora il rapporto

$$\frac{e}{m_0}=1800\eta$$

non ha più nulla a che fare colla materia ponderabile, ma soltanto, in virtù della (6), colla carica e colle sue dimensioni.

Sostituendo per m_0 il valore (6), abbiamo dalla preced

espressione di $\frac{e}{m_0}$,

$$R = \frac{4}{5} \cdot 1800 \cdot \frac{e\eta}{c^2}. \tag{9}$$

Se ne trae una conseguenza interessante, ove si acc la concezione atomistica dell'elettricità, secondo cui la ca elettrica, primordiale ed indivisibile è l'elettrone (carica l'ione elettrolitico monovalente), e le particelle costituent radiazioni (catodiche ed affini) sono altrettanti elettroni.

L'e della (9) ha allora invariabilmente il valore 3.1 (in unità elettrostatiche), proprio dell'ione elettrolitico.

Si noti che la concezione atomistica è fortemente su gata dal fatto che la carica degli ioni gasosi si riscontra pr chè identica a quella degli ioni elettrolitici [1]).

Posto, nella (9), $e = 3.10^{-10}$, ove si tenga conto che unità elettrostatiche, η vale $9660.3.10^{10}$, o, in cifra tonda, si trova:

$$R = \frac{72}{50} 10^{-13},$$

ossia *10^{-13} cm. come ordine di grandezza delle dimens di un elettrone.*

Le dimensioni di un atomo di materia ponderabile si lutano invece dell'ordine di 10^{-8} cm. [2]), talchè la concer zione dell'elettricità negativa, sciolta da ogni vincolo m riale, risulta circa 100000 volte maggiore di quella, che possiede quando è carica atomica.

1) La effettiva determinazione di tale carica — che Sir Oliver Lodge (" Electro London: Bell, 1906, pag. 79) non esita a dichiarare uno dei più brillanti risultati moderna fisica sperimentale — è dovuta ai sigg. J. J. Thomson e C. T. R. Wils fu poi perfezionata e semplificata dal sig. H. A. Wilson (" A determination of charge on the Ions, ecc. ", Phil. Mag., (6), 5, Aprile 1903). Tutte queste ricerche fondate sopra uno speciale fenomeno: la condensazione e conseguente precipitazione vapore acqueo, che si produce in aria purissima, soprasatura, quando venga attrave da scariche o da radiazioni elettriche.

2) Cfr. per es. Jeans " The dynamical theory of gases ", Cambridge: Univ Press, 1904, pag. 340-341.

La piccolezza delle dimensioni degli elettroni rispetto agli atomi ponderabili rende ragione intuitiva della penetrazione dei raggi catodici ed affini attraverso la materia, specialmente allo stato gasoso. Infatti nei gas le molecole sono molto spaziate, il rapporto fra il volume degli interstizi e quello occupato dalle molecole potendosi ritenere dell'ordine di 10^4 [1]).

Le coorti dei minutissimi elettroni possono così passare quasi indisturbate.

***

Raggi di elettricità positiva.

La nostra attenzione è stata finora rivolta a radiazioni di elettricità negativa.

Sorge spontanea la domanda: Esistono fenomeni analoghi per l'elettricità positiva? Tali fenomeni sono stati effettivamente constatati (per quanto meno stabili e meno cospicui di quelli dovuti all'elettricità negativa): ad es. i raggi-canale di Goldstein, che si formano durante la scarica elettrica nei gas molto rarefatti, i raggi emessi da un filo rovente, previamente caricato di elettricità positiva, una delle tre specie di radiazioni caratteristiche dei corpi radioattivi (i così detti raggi α).

1) Ammesso infatti, per una molecola, 10^{-8} cm. come ordine delle dimensioni lineari, il volume sarà dell'ordine di 10^{-24} cmc. D'altra parte, detta m_H la massa di un atomo di idrogeno, si ha $\frac{e}{m_H} = \eta$, da cui, sostituendo per e ed η i loro valori (3.10^{-10}, $10^4 . c$), risulta $m_H = 10^{-24}$ gr. Se N è il numero delle molecole per unità di volume, $2m_H$. N misura la massa dell'unità di volume, cioè la densità, che per l'idrogeno vale all'ingrosso 10^{-4}. Dall'eguaglianza $2m_H \, N = 10^{-4}$, ricaviamo $N = 5.10^{-19}$ (in buon accordo col valore fornito dalla teoria cinetica dei gas). Ciascuna molecola avendo un volume comparabile a 10^{-24} cmc., la frazione dell'unità di volume effettivamente occupata da idrogeno, è $N . 10^{-24}$, cioè appena $\frac{1}{20000}$. Per gli altri gas si ha un rapporto del medesimo ordine, dacchè N rimane lo stesso, conformemente all'ipotesi di Avogadro.

Wien [1]), Ewers [2]), J. J. Thomson [3]) e Rutherford [4]) ha
studiato questi tipi di radiazioni coi criteri già esposti p
raggi catodici ed affini.

Confermato che si tratta di cariche positive, hanno s
lito (col solito criterio delle deviazioni elettrostatiche e
gnetiche) che *il valore di* $\frac{e}{m}$, *diciamo più precisamen*
$\frac{e}{m+m_0}$, *immaginando di tenere il debito conto dell' a*
campo, è dell'ordine di η, anzi spesso più piccolo (molto p
simamente la metà per i raggi α), mentre s'è visto che,
le radiazioni negative, è circa 1800 volte maggiore.

Inoltre — riferiamoci per es. ai raggi-canale — è s
trovato che $\frac{e}{m+m_0}$ varia colla natura degli elettrodi e del
nel tubo di scarica.

In questa condizione di cose, vengono meno le ragi
che, nel caso delle radiazioni di elettricità negativa, avev
indotto ad escludere ogni intervento di materia ponderab
Qui anzi (data la accennata dipendenza delle radiazioni d
sostanze in cui presenza si producono), l'ipotesi più proba
è che si tratti di vere e proprie particelle materiali, cari
di elettricità positiva.

Un valido argomento a favore sta nella circostanza ch
valore — diciamo η_1 — di $\frac{e}{m+m_0}$, pur variando da cas
caso, fu riscontrato sempre minore di η, come esige l'ipo
atomica.

Infatti, secondo tale ipotesi, $\frac{e}{m}$ dovrebbe essere $\frac{\eta}{\nu}$ (ν e

1) " Untersuchungen über die elektrische Entladung in verdünnten Gases ", nalen der Physik, 65, 1898.

2) " Zur Mechanik der Kanal-und Kathodenstrahlen ", Annalen der Physik, 1899.

3) " Conduction of electricity through gases ", Cambridge: University Press, 1 pag. 119.

" Rays of positive electricity ", Phil. Mag., (6), 13 e 14, Maggio e Sette 1907.

4) " The mass and velocity of the α particles.... ", " Mass of the α particl Thorium " (in collaborazione con O. Hahn), Phil. Mag., (6), 12, Ottobre 1906.

valente chimico del nucleo materiale); perciò $\frac{e}{m} \leq \eta$. Ma $\frac{e}{m+m_0}$ è anche più piccolo di $\frac{e}{m}$, quindi a fortiori $\leq \eta$.

Dato per es. che si tratti di particelle di idrogeno, l'ipotesi atomica porge $m = \frac{e}{\eta}$. Eliminando m dalla $\frac{e}{m+m_0} = \eta_1$, si ottiene

$$\frac{e}{\frac{e}{\eta} + m_0} = \eta_1,$$

ovvero

$$m_0 = e\left(\frac{1}{\eta_1} - \frac{1}{\eta}\right).$$

Ci troviamo quindi in grado (associando le due ipotesi che nei raggi positivi vi sia un nucleo materiale e che l'elettricità abbia struttura atomica), non soltanto di assegnare la complessiva massa apparente $m + m_0$, ma anche di distinguere in essa quanta parte si deve all'inerzia ordinaria e quanta parte all'inerzia elettromagnetica.

***

I raggi β del radio e le esperienze di Kaufmann [1].

Una delle più brillanti applicazioni della teoria di Abraham è stata fatta da Kaufmann alle sue celebri esperienze sui raggi β del radio.

Delle esperienze preliminari avevano lasciato supporre che si trattasse di radiazioni di elettricità negativa, dotate di velocità superiori a quelle dei raggi catodici, anzi abbastanza prossime alla velocità della luce.

La semplificazione di attribuire all'autocampo un puro effetto di inerzia, risguardando $m_1 = m_2 = m + m_0$ non era dunque in alcun modo lecita. Kaufmann interpretò le sue espe-

1) " Ueber die elektromagnetische Masse der Elektronen „, Göttinger Nachrichten, 1902 e 1903.

rienze adottando per la forza dell'autocampo l'espressione completa, che figura nelle (7) ed (8).

Il materiale di osservazione risultò in eccellente acco colle formule *ritenendovi addirittura* $m = 0$.

Le corrispondenti velocità degli elettroni si trovar comprese fra i $^2/_3$ e i $^9/_{10}$ della velocità della luce.

Fu appunto in seguito a tali significanti constatazioni Kaufmann e Abraham annunciarono cinque anni or son tutti oggi risguardano assodata, la costituzione puramente lettromagnetica dei raggi negativi, con esclusione d'o materia ponderabile, e pur con effetti di inerzia: identici ordinari finchè la velocità è abbastanza piccola, crescenti definitamente in grandezza e variabili in direzione al cresc della velocità stessa.



Le varie meccaniche degli elettroni [1]).

Non dimentichiamo il punto di partenza dei riferiti fronti sperimentali e delle conseguenti induzioni.

Inizialmente abbiamo ammessa un'ossatura materiale rig e coibente (con che la distribuzione dell'elettricità in ciasc particella doveva senz'altro ritenersi invariabile durante movimento), e abbiamo preso a considerare il caso di una sf uniformemente elettrizzata.

Per rispecchiare le condizioni di fatto, siamo poi s tratti ad adottare l'ipotesi limite che l'ossatura materiale evanescente.

La forma sferica e la distribuzione omogenea non so come ognuno intende, che ipotesi di comodo, atte ad age lare il calcolo effettivo, per giungere rapidamente ai num

Concettualmente più significante è la rinuncia ad o substrato materiale. Finchè ce n'è uno, per quanto tenue,

1) Nelle considerazioni, che seguono, si può intendere per " elettrone „ anche generica carica elettrica, considerata a sè, senza pretendere che l'ammontare comp sivo di essa sia proprio eguale al quantum elementare (carica dell'ione elettrolitico), definito come elettrone.

sta supporre, come abbiam fatto, che esso sia costituito da sostanza solida e coibente, perchè l'indeformabilità della carica, durante il movimento, si presenti come necessaria conseguenza.

Ma quando scompare la materia coibente, e l'elettricità è libera di obbedire ad ogni eventuale sollecitazione dinamica, non c'è a priori alcuna ragione perchè il moto debba proprio avvenire senza deformazione.

L'ipotesi della rigidità, come un'altra qualunque che introduca deformazioni di carattere prestabilito, lascia manifestamente insoddisfatti, e provoca la domanda:

Donde provengono (quando si esclude ogni traccia di materia) questi vincoli cinematici? o, ciò che è lo stesso, come mai si introducono, per ciascun elettrone, forze vincolari di natura elettromagnetica, mentre si è ammesso che la forza elettromagnetica (totale), agente sopra un elemento generico, sia definita dalla legge di Lorentz? Per togliere la contraddizione, bisognerebbe considerare non un elettrone isolato, ma un gruppo, e supporre che, per un generico individuo I del gruppo, le forze vincolari siano precisamente quelle provenienti dagli altri elettroni (le forze esterne provenendo da cause addirittura estranee al gruppo, e l'autocampo dal solo elettrone I). Allora le cose andrebbero, come se si trattasse di elettroni isolati, sottoposti a legami (immateriali).

Sono questioni che, debitamente approfondite, riportano a quella posizione rigorosa del problema, che avevamo voluto evitare.

Si ricordi infatti che l'ipotesi del nucleo rigido e coibente era stata introdotta per arrivare a previsioni concrete utilizzando in parte la teoria, senza attenderne il completo svolgimento deduttivo, che appariva irto di difficoltà.

Alla stessa stregua conviene considerare altre ipotesi complementari, che possono sostituire quella testè ricordata; per es. ogni ipotesi cinematica circa il comportamento degli elettroni, risguardati a priori come pura elettricità.

Stando così le cose, una discussione in astratto non avrebbe ragione di essere. Basta assicurarsi che si tratta di ogni caso di ipotesi non discoste dal vero. Si può allora legittimamente

presumere che saranno altrettanto attendibili le loro conseguenze qualitative, e, quanto all'ordine di grandezza, anche i risultati numerici.

Per renderci conto delle varie ipotesi cinematiche, che sono state effettivamente proposte, consideriamo un generico elettrone in movimento. Supponiamolo di dimensioni tanto piccole (rispetto a quelle del campo in cui si svolge il moto) da poterlo senza errore sensibile trattare come infinitesimo.

Supponiamo d'altra parte — com'è perfettamente naturale in prima approssimazione, quando si tratta di movimenti aventi andamento continuo e regolare — che la deformazione, cui eventualmente sottosta l'elettrone durante il moto, possa anch'essa trattarsi come infinitesima.

Supponiamo infine, per fissar le idee, che l'elettrone abbia forma sferica all'inizio del movimento.

In queste condizioni, come è ben noto da gli elementi di cinematica, l'elettrone non può far altro che assumere forma ellissoidica (vicina in ogni caso alla forma sferica, per quanto dipendente), in modo a priori incognito, dalle circostanze del moto. Qualunque ipotesi su tale dipendenza, purchè la deformazione si mantenga entro limiti abbastanza ristretti, può essere ragionevolmente esperita.

Di qua le diverse meccaniche degli elettroni.

Se si ammette la rigidità, si ha la *teoria di Abraham*, su cui già ci siamo intrattenuti, presentandola come caso limite di legami realizzati da una guaina solida e coibente. L'unica differenza sta nel punto di vista. Quello originale dell'a. — come del resto ogni meccanica degli elettroni — esclude a priori qualsiasi intervento di materia ponderabile.

La *teoria di Lorentz* [1]) si ha supponendo che l'elettrone si schiacci alquanto nel senso del moto: precisamente, detto R il raggio della sfera iniziale, che esso divenga un ellissoide di rivoluzione, avente ancora R per raggio equatoriale, e $R\sqrt{1-\beta^2}$ per raggio polare (β rappresenta sempre il rapporto fra la velocità dell'elettrone e quella della luce).

1) " Electromagnetic phenomena in a system moving, ecc. ", Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings.... (ediz. inglese), Aprile 1904; Abraham, loco cit., § 22.

Bucherer [1]) e Langevin [2]) considerano elettroni incomprimibili, soggetti alla contrazione lorentziana: R_1, R_2 essendo i raggi equatoriale e polare dell'elettrone deformato, si deve avere per l'incompressibilità $R_1^2 R_2 = R^3$, il rapporto $\frac{R_2}{R_1}$ assumendosi eguale a $\sqrt{1-\beta^2}$, come nell'elettrone di Lorentz. Se ne trae

$$R_1 = R(1-\beta^2)^{-\frac{1}{6}} \quad , \quad R_2 = R(1-\beta^2)^{\frac{1}{3}} .$$

Infine Poincaré [3]) ha considerato un tipo di legame, che comprende tutti i precedenti come casi particolari. Egli ha discusso i vari casi sotto diversi aspetti, in special modo alla stregua di una certa trasformazione analitica, scoperta da Lorentz [4]), che rispecchia (in senso alquanto più esteso dell'ordinario) il principio di relatività [5]): indipendenza dei fenomeni elettromagnetici da una traslazione di insieme.

Rispetto a queste varie teorie, sarà opportuno osservare che l'elettrone rigido di Abraham si presenta, assieme alla variante Bucherer-Langevin, più soddisfacente dal punto di vista energetico dell'elettrone di Lorentz.

Infatti, tanto per l'elettrone rigido, quanto per quello incomprimibile di Bucherer-Langevin, c'è accordo fra l'espres-

1) " Mathematische Einführung in die Elektronentheorie ", Leipzig: Teubner, 1904; pag. 57.

2) " La physique des électrons ", Revue générale des Sciences, 30 Marzo 1905.

3) " Sur la dynamique de l'électron ", Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 21, 1906.

4) Loco citato; oppure Poincaré, loco citato, § 1; sotto forma più elegante in Marcolongo, " Sugli integrali delle equazioni dell'elettrodinamica ", Rend. dei Lincei, 1° Aprile 1906.

5) Cfr. le interessanti considerazioni sintetiche su questo principio, istituite dal signor Einstein (" Zur Elektrodynamik bewegter Körper ", Annalen der Physik, (4), 17, 1905). Per quanto concerne la elettrodinamica dei corpi in movimento, queste considerazioni mostrano che le ipotesi di Lorentz sono le sole compatibili col principio *esteso* di relatività: (si sa che, *nel senso ordinario*, ci sarebbe soltanto la teoria di Hertz, atta a rispettarlo).

Va poi notato che il sig. Cohn (" Ueber die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Körper ", Göttinger Nachrichten, 1901) era pervenuto da qualche tempo, con felice intuizione formale, ad equazioni differenziali, che equivalgono (intepretazione a parte) alla teoria di Lorentz. Veggasi in proposito: Cohn " Zur Elektrodynamik bewegter Systeme " (due note), Berliner Berichte, 1904.

sione della massa longitudinale, ottenuta per via energetica, quella che risulta come rapporto fra forza e accelerazione.

Se si adotta invece l'ipotesi di Lorentz, l'accordo può essere raggiunto solo ammettendo che l'elettrone, oltre all'energia di origine elettromagnetica, possegga una certa provvista supplementare di energia intrinseca (di cui non si saprebbe assegnare la provenienza).

Viceversa l'ipotesi di Lorentz ha, su *tutte* [1]) le altre, il vantaggio di rispettare il principio di relatività (in senso esteso, come si è già accennato, cioè previa introduzione del tempo locale e della contrazione lorentziana nella direzione del moto).

L'importanza fondamentale di questo principio sta nel fatto che esso spiega a priori, in base alla teoria elettromagnetica della luce, il risultato negativo di tutte le esperienze ottiche tendenti a mettere in evidenza la traslazione terrestre.

***

Ultime esperienze di Kaufmann [2]) *— Desiderati di future ricerche — loro relazione colla teoria di Larmor* [3]).

Come si vede, nessuna delle varie ipotesi cinematiche soddisfa senza riserve; viceversa (nei limiti di approssimazione, che si possono ragionevolmente pretendere) si trova che esse rappresentano tutte egualmente bene le esperienze di Kaufmann del 1902-1903, su cui fu saggiata, per la prima, la teoria di Abraham.

Nell'intento di decidere fra le varie teorie, Kaufmann stesso intraprese nel passato anno una serie di nuove e più delicate esperienze.

Queste sembrerebbero più favorevoli alle teorie di Abraham e di Bucherer-Langevin (senza notevoli differenze fra le due), che non alla teoria di Lorentz, compromettendo così implicitamente il principio di relatività e riaprendo la questione di

1) Cfr. Poincaré, loco cit., § 7.
2) " Ueber die Konstitution des Elektrons ", Annalen der Physik, (4), 19, 1906.
3) " Aether and matter ", Cambridge: University Press, 1900; Cap. VI e Appendice A.

un riconoscimento del moto assoluto mediante esperienze elettromagnetiche (o, in particolare, ottiche).

Tuttavia non bisogna dimenticare che le varie ipotesi sottoposte a controllo hanno tutte un carattere provvisorio e approssimativo.

Il fatto che esperienze più affinate rispondano meglio ad una piuttosto che ad un'altra va giudicato cogli stessi criteri di approssimazione, che hanno suggerito le ipotesi.

Per conseguenza non è il caso di ragionare come se l'elettrone, soggetto a vincoli cinematici, rispecchiasse rigorosamente la realtà fisica. In particolare cade così ogni illazione contraria al principio di relatività, che, a prima vista, sembrerebbe di poter trarre dalle ultime esperienze del Kaufmann.

Giova piuttosto assurgere ad una conclusione di massima. Ed è che i mezzi sperimentali si trovano già ora così perfezionati da superare in esattezza l'ambito comune alle varie ipotesi cinematiche.

D'altra parte esse sono tutte un po' gratuite, per quanto preziose in una prima approssimazione come mezzo euristico.

Non è dunque il caso di appellarsi all'esperienza per scegliere fra esse, ma sembra invece giunto il momento di abbandonare gli artifici di prima approssimazione, cercando di riprendere la teoria esatta, per attingervi approssimazioni ulteriori.

Un primo esempio di soluzione rigorosa è stato dato recentemente [1]). Esso lascia sperare che se ne troveranno anche altre rispecchianti le caratteristiche salienti del moto di un elettrone isolato, almeno quando questo è così piccolo che, tranne nei riguardi dell'autocampo, è assimilabile ad un punto.

La questione, così semplificata, dovrebbe essere accessibile per via asintotica: considerando cioè una carica, la quale tenda a concentrarsi in un punto geometrico (mobile), e determinando l'espressione asintotica dell'autocampo.

1) Cfr. la nota "Sur le mouvement de l'électricité sans liaisons, ni forces extérieures", Comptes Rendus, 19 Agosto 1907.

Tale concetto non è nuovo, trovandosi già nell' opera (Larmor [1]) (associato ad una rappresentazione meccanica de l' etere e all' ipotesi che tutto sia governato dal principio del minima azione).

Però il Larmor non ha spinto la sua indagine fino al ultime conseguenze matematiche, limitandosi ad un grado (approssimazione, che non supera quello comune alle varie ip tesi cinematiche.

È al di là di questo grado di approssimazione che import ormai far giungere le ricerche teoriche.

***

Modello elettromagnetico della materia.

Mi sia consentito anche un accenno alle nuovissime sp culazioni di J. J. Thomson [2]) sulla costituzione degli atomi po derabili. Secondo questo autore, un modello adeguato dell molecola si ha immaginando una specie di nebulosa (molt rarefatta) di elettricità positiva, in cui si trovino immersi un o più elettroni negativi (di carica complessiva eguale ed o posta a quella della nebula). Un tale modello si giustifica com segue:

Dal numero degli elettroni negativi e dalla loro config razione statica (o più generalmente dal carattere del lo moto stazionario) dipendono le diverse specie di materia po derabile.

Le piccole vibrazioni attorno alle posizioni di equilibr (o agli stati di moto stazionario), colle loro frequenze cara teristiche, fanno riscontro al comportamento delle linee spe trali.

Le collisioni catastrofiche di questi microcosmi elettrici il loro atteggiarsi a nuove forme di equilibrio (o di moto st

1) Loco citato. Cfr. in particolare la pag. 265.

2) Cfr. la già citata " Elettricità e materia ", Cap. V, e due memorie del Phil Mag. [(6), 7, Marzo 1904; (6), 11, Giugno 1906].

È poi annunciata come imminente la pubblicazione di un apposito volume: " Co puscular Theory of Matter ", London: Constable, 1907.

zionario) provocano i fenomeni chimici, rimanendo così aperto l'adito anche alle ipotetiche trasformazioni iperchimiche.

Se le collisioni, anche senza essere catastrofiche, sono accompagnate da vibrazioni impulsive o mettono in libertà degli elettroni, si hanno fenomeni di radioattività.

Le forze molecolari (sensibili soltanto a distanza piccolissima) trovano poi ovvia spiegazione nelle attrazioni e repulsioni elettromagnetiche. Queste risultano infatti trascurabili quando le molecole sono distanti (rispetto alle proprie dimensioni), perchè la carica totale di ogni molecola è nulla; possono invece esplicarsi in modo vario ed intenso (come si riscontra per le azioni molecolari) quando le molecole sono abbastanza vicine.

Tutto ciò, e altro ancora potrebb'essere aggiunto, è senza dubbio brillante e suggestivo. Ma, se si cerca di precisare, sorgono numerose difficoltà.

Ravvicinamenti felici e punti deboli sono chiaramente riassunti, e discussi con larghe vedute nel libro già citato di Oliviero Lodge [1]).

Non possiamo neppur sfiorare una tale critica, che mette in campo così larga varietà di fenomeni fisico-chimici.

Limitiamoci ad approfondire l'aspetto meccanico della questione.

Nei primi entusiasmi per la così detta spiegazione elettromagnetica dell'universo, si potè accontentarsi di una conclusione semplicista. Ecco qual era.

Una carica e, uniformemente distribuita entro una sfera di raggio R, possiede, come abbiam visto, una massa elettromagnetica, che, per velocità piccole rispetto alla velocità c della luce, si comporta in tutti i fenomeni meccanici come un'ordinaria massa materiale.

Essa ha per espressione

$$(6) \qquad m_0 = \frac{4}{5}\frac{e^2}{c^2 R}.$$

1) " Electrons ", Cap. XV e seguenti.

Per forme e distribuzioni generiche (supposte condizio tali che sia possibile un moto puramente traslatorio, e dat beninteso, che si tratti sempre di velocità abbastanza picco rispetto a quella della luce) si può ancora definire una mas elettromagnetica, che si comporta come una massa ordinari Designando con R il raggio della sfera di volume eguale quello occupato dalla carica, si troveranno espressioni del ti

$$(10) \qquad m_0 = k \frac{e^2}{c^2 . \mathrm{R}} ,$$

dove k, per ragione di omogeneità, è un puro numero, e pu quindi dipendere soltanto da rapporti di grandezze; nella fa tispecie dalla forma geometrica dello spazio occupato dal carica e dal modo, con cui essa vi è distribuita.

Il modo più ovvio di rappresentarsi l'inerzia ordinar come una manifestazione elettromagnetica sarebbe senz' altr di identificare il punto materiale ad una generica carica dimensioni piccolissime, la massa rimanendo definita dalla (10

Ma un tale procedimento è troppo superficiale. Una grav obbiezione, che mi fu messa in vista da Enriques, risiede n fatto che esso non rispecchia la proprietà additiva della mass

Possiamo riconoscerlo, considerando un caso particolar qualunque.

Immaginiamo per esempio una carica e, conformata a cub e omogeneamente distribuita.

La (10) porge

$$m_0 = k \frac{e^2}{c^2 \mathrm{R}} ,$$

avendo k ed R determinati valori numerici.

Prendiamo altri sette cubi identici, e formiamo un cub di lato doppio. Avremo una nuova carica $8e$, collo stesso fa tore di forma k, mentre R dovrà essere sostituito con 2 R.

Detta M_0 la massa di questo nuovo cubo, sarà, a norm della (10),

$$\mathrm{M}_0 = k \frac{64 . e^2}{c^2 . 2 \mathrm{R}} = 32 \, m_0 .$$

Se valesse la proprietà additiva, dovrebbe invece risultare $M_0 = 8\, m_0$.

Rimane dunque escluso che si possa rappresentarsi la materia ordinaria come una carica elettrica pura e semplice. In verità il modello di J. J. Thomson è già più raffinato; l'obbiezione seguita però a sussistere.

All'incontro può darsi che, considerando l'atomo ponderabile come un sistema complesso di moltissimi elettroni (secondo Thomson, non sarebbe così, ma ogni atomo consterebbe di un numero di elettroni comparabile al peso atomico), intervenga nella massa, definita elettromagneticamente, un qualche compenso statistico, che ristabilisca la proprietà additiva.

Ma queste non sono che vaghe congetture; sarebbe prematuro appoggiarvi una conclusione qualsiasi.

Per mio sentimento, lo confesso, sono piuttosto scettico, e affaccio una pregiudiziale.

Supponiamo per un momento che un modello elettromagnetico del tipo accennato si possa costruire senza contraddizione.

Avremo veramente realizzato un progresso speculativo, paragonabile a quelli, di cui la meccanica ci ha fornito i più luminosi esempi?

(Cito, per fissare le idee, la subordinazione delle leggi di Kepler alla più semplice e comprensiva legge di attrazione universale.)

Si vede subito che le condizioni sono diverse.

Una spiegazione elettromagnetica della meccanica ordinaria dovrebbe rispondere a questo schema:

Si parte da principi elettromagnetici, indipendenti, o almeno distinti dai soliti postulati della meccanica, e poi questi si ritrovano come aspetto particolare o limite di conseguenze più generali.

(È con questi criteri che si intende la spiegazione delle leggi di Kepler: si adotta in lor vece un unico principio generale — legge di Newton —, e da questo si ricavano in particolare le tre leggi come risultati di prima approssimazione.)

Nella meccanica elettromagnetica, come è ora costituita, si invoca invece ad un certo punto proprio il principio fonda-

mentale della meccanica ordinaria: forza = massa $\times$ accelerazione, ponendo soltanto il secondo membro eguale allo zero.

Trarre da questi principi una spiegazione elettrica della materia non mi pare incoraggiante; direi anzi che si rasenta il circolo vizioso.

Sarà possibile evitarlo con un qualche spostamento nel modo di porre la questione?

L'onere della prova incombe a chi afferma.

Padova, Settembre 1907.

ALCUNI PROBLEMI ATTUALI DELLA RADIOATTIVITÀ.

G. A. BLANC.

La questione della disintegrazione atomica.

Si può ben dire che, dall'epoca in cui Rutherford tentò di spiegare i fenomeni della radioattività con un processo di disintegrazione a cui sarebbero stati soggetti certi corpi, nessun'altra ipotesi si è potuta escogitare la quale meglio si presti ad interpretare l'insieme dei fatti osservati.

Vi sono, è certo, alcuni punti i quali si mantengono tuttora oscuri, ma nulla ci autorizza a supporre che essi non possano in ultima analisi ammettere una spiegazione conforme all'ipotesi fondamentale di Rutherford.

In origine, allorquando non si conoscevano ancora che sostanze la cui attività, come è il caso pel radio, non sembra subire diminuzione di sorta col tempo, si presentava plausibile l'idea che i corpi radioattivi non agissero che come trasformatori di una qualche forma di energia proveniente dall'esterno: la scoperta di sostanze dotate di attività temporanea contribuì tuttavia fortemente a far abbandonare un simile modo di vedere, mentre, d'altra parte, la legge esponenziale caratteristica, secondo cui si producono indistintamente tutti i processi di disattivazione, veniva a dar forza sempre maggiore all'ipotesi di una vera e propria trasformazione producentesi in seno alla sostanza attiva.

Ora Rutherford ritiene che tale trasformazione sia di natura atomica, vale a dire che esso considera i corpi radioattivi come veri e propri elementi, nel senso chimico della parola, i cui atomi si andrebbero a mano a mano disgregando, dando origine da una parte ad elettroni e dall'altra ad atomi di nuovi tipi di materia.

L'importanza che vi è a chiarire una simile questione appare subito, se si pensa che, data la tendenza attuale alla ge-

neralizzazione, e dati i risultati di recenti ricerche le quali mostrano che molti degli elementi comuni sono dotati di una certa attività, si può essere condotti a considerare la radioattività come una proprietà comune a tutti indistintamente i tipi di materia, per cui l'unico principio costitutivo fondamentale dell'universo verrebbe ad essere un'entità puramente energetica quale l'elettrone.

È appunto alla discussione di simile ipotesi che vorrei fare qui un breve cenno.

Se si esaminano le ragioni che fanno distinguere i processi radioattivi dai processi chimici ordinari, si vede che gli unici argomenti atti a far considerare come sostanzialmente differenti le due specie di fenomeni sono: l'indipendenza del processo radioattivo da ogni agente fisico a noi noto, e la differenza esistente tra gli ordini delle quantità di energia in giuoco.

Tuttavia, per ciò che riguarda il primo di detti argomenti, occorre notare come da recenti esperienze di Makower appaia che in qualche caso il processo radioattivo possa essere, sebbene in proporzione minima, influenzato dalla temperatura. La questione è tuttora in sospeso e costituisce appunto uno dei problemi più interessanti della radioattività, sul quale avrò occasione di ritornare fra poco.

Comunque sia il secondo argomento è certo quello che ha maggiore importanza. L'emanazione del radio, ad esempio, trasformandosi in radio A, mette in libertà una quantità di energia che si può ritenere oltre un milione di volte superiore a quella liberata nella più energica delle reazioni chimiche conosciute.

Di qui deriva appunto l'ammissibilità dell'ipotesi che nei processi radioattivi non sia già interessata la compagine di una molecola, ma bensì quella di un atomo, il che, se si volesse considerare la radioattività come una proprietà comune a tutte le specie di materia, condurrebbe necessariamente a considerare come unico ente costitutivo di questa l'elettrone.

Orbene, prima d'accogliere definitivamente una simile ipotesi, conviene prendere in seria considerazione alcuni fatti sui quali non è stata forse richiamata sufficientemente l'attenzione

Anzitutto è bene far notare che, se si è potuto osservare l'emissione di raggi Becquerel per parte di un certo numero metalli, in altri casi invece, come ad esempio per molti s, non è stato mai possibile di fare una simile constatazione.

Ciò premesso, si tenga presente il fatto che, tra i costienti dei corpi radioattivi, i gas chimicamente inerti semano occupare un posto assai importante: per ciò che riguarda lio, un dubbio in proposito non sarebbe più possibile dopo molteplici esperienze fatte sulla produzione di questo gas r parte del radio; inoltre l'elio si deve, secondo Debierne, nsiderare anche come un prodotto della disintegrazione delattinio.

D'altra parte Moureu ha osservato che tra i gas di un an numero di sorgenti minerali, le cui acque contengono rpi radioattivi, esistono, oltre ad elio, anche altri gas inerti. nalmente, da recenti esperienze di Ramsay risulterebbe che certe circostanze è possibile osservare, in presenza di emazione di radio, la produzione di gas inerti diversi dall'elio ali il neon, l'argon, ed inoltre anche di qualche corpo non erte, come il litio.

Tutti questi fatti potrebbero condurre a considerare il ocesso radioattivo sotto una luce alquanto diversa da quella to cui molti attualmente lo considerano. Non sarebbe infatti ssibile ammettere che il radio, la sua emanazione ed in gere tutte le sostanze dotate di proprietà radioattive sono in ltà dei composti di elementi chimicamente inerti, quali lio, il neon, l'argon, con altri elementi? La inerzia chimica alcuni dei componènti la sostanza attiva potrebbe far supre che siano state necessarie alla sua formazione delle quan- di energia immense rispetto a quelle che entrano in giuoco le combinazioni chimiche ordinarie, come pure tale inerzia presterebbe a spiegare l'indipendenza del processo radioato dagli agenti di cui possiamo disporre.

In altre parole, visto che non è stato mai possibile di far trare in combinazione un gas raro con uno qualsiasi degli menti noti, si è autorizzati a credere che, se un tale comsto esiste effettivamente in natura, esso debba godere di

proprietà assai diverse da quelle che caratterizzano i compos
che contempla la nostra chimica attuale.

Si potrebbe dunque per ora ammettere che, tra i corpi c
nosciuti, una parte, e precisamente tutti quelli dotati di propriet
radioattive, siano costituiti da aggruppamenti di veri atomi
alcuni tipi di materia fondamentali ed indistruttibili, legati tı
loro da forze se non qualitativamente almeno quantitativ
mente diverse da quelle dell'affinità chimica ordinaria. Tr
questi corpi fondamentali non sarebbero forse compresi so
tanto i gas inerti; l'idrogeno, ad esempio, dato il suo pes
atomico, non potrebbesi immaginare costituito da altri corpi

Comunque sia, mi sembra che si possa per ora concluder
che se da una parte l'ipotesi di un processo di disintegr
zione, interessante alcuni tra quelli che noi chiamiamo atom
è l'unico ammissibile per spiegare i fenomeni radioattivi, da
l'altra rimane ancora aperto il quesito se si debba o no acce
tare l'idea di una disintegrazione generale della materia tutt
per cui questa non verrebbe più ad essere che un modo tra
sitorio, una forma momentanea dell'energia.

La natura del corpuscolo α.

Una delle manifestazioni più interessanti dei corpi radi
attivi è senza dubbio quella dell'emissione di corpuscoli
dimensione atomica, animati da velocità che variano intorn
al decimo di quella della luce, e portanti una carica elettric
positiva.

Bisogna dire tuttavia che mentre il corpuscolo β è orma
universalmente considerato come un elettrone, ossia come un
carica libera alla quale il campo elettromagnetico creato d
una variazione nel suo stato di quiete o di moto conferisce l
proprietà fondamentale della materia, che è l'inerzia, e men
tre il raggio γ è generalmente assimilato ad un pulso dell'e
tere, in tutto analogo al raggio Roentgen, rimane invece an
cora insoluto il problema della natura esatta del corpo il cu
atomo costituisce la particella α.

Le esperienze degli ultimi anni ci permettono di affermar
che se, da una parte, la velocità con cui il corpuscolo α vien

ato fuori del corpo attivo può variare con la natura di 'ultimo, il valore del rapporto tra carica e massa del iscolo stesso è invece in ogni caso il medesimo; ciò dira in modo evidente che i corpuscoli α sono sempre gli qualunque sia la sostanza radioattiva che li produce.

Se si paragona il valore del rapporto tra carica e massa corpuscolo α con quelli corrispondenti agli ioni elettrolisi vede che esso può considerarsi come sensibilmente inedio tra il valore corrispondente all'atomo d'idrogeno e o che si deve ammettere corrisponda all'atomo d'elio.

Orbene, supposto che la carica elettrica unitaria non possa ulteriormente suddivisa, le ipotesi che si sono fatte in- alla natura del corpuscolo α sono quattro, e precisae che esso è:

1°) o un atomo d'elio portante una carica doppia in e assoluto di quella elementare portata dallo ione d'idro- elettrolitico,

2°) o la metà d'un atomo d'elio portante tale carica ria,

3°) o una molecola d'idrogeno portante la carica uni-;

4°) oppure finalmente l'atomo di un nuovo elemento ae un peso atomico all'incirca doppio di quello dell'idro- portante la carica unitaria.

Esaminando il valore rispettivo di ciascuna di coteste ipo- si vede subito che se le due ultime appaiono assai poco isfacenti, anche le rimanenti due presentano ciascuna il lato debole, per cui ci troviamo fino ad ora nell'impossi- di decidere quale di esse debba venir accettata, oppure nvenga, escludendole tutte, cercarne qualcun'altra più sodcente.

Che il corpuscolo α sia una molecola d'idrogeno sembra verosimile se si pensa alle scarse probabilità che avrebbe imile aggregato di non andare in isfacelo venendo espulso tanta violenza; per di più, se il corpuscolo α fosse costi- da idrogeno, si dovrebbe poter constatare la presenza di to gas nei minerali radioattivi, allo stesso modo come vi scontra l'elio; ciò invece non si verifica.

L'ipotesi poi che il corpuscolo α sia l'atomo di un nuov elemento con peso atomico all'incirca doppio di quello dell' i drogeno, fa nascere la domanda, come mai, data la quantit dei corpuscoli emessi dai corpi attivi, non sia stata mai rive lata a noi l'esistenza di un tale corpo, nè dall'analisi spet trale, nè da alcun altro mezzo d'investigazione.

Vediamo ora quali siano gli argomenti che militano i favore e contro l'ammissione che il corpuscolo α sia costituit da elio.

È chiaro anzitutto che ciò che maggiormente tende a avvalorare simile ipotesi è il fatto che due almeno dei corp radioattivi conosciuti, e precisamente il radio e l'attinio danno, disintegrandosi, origine ad elio.

Delle due ipotesi menzionate sopra, quella che consider il corpuscolo α formato da mezzo atomo d'elio si presenta tut tavia come assai meno probabile dell'altra: nondimeno ricor derò a questo proposito come Van der Broock abbia tentat recentemente una classificazione degli elementi, riprendend l'idea di Proust, ma assumendo come sostanza fondamentale, non già l'atomo d'idrogeno, ma il corpuscolo α considerat come mezzo atomo d'elio; la conclusione a cui esso crede d poter giungere è che gli atomi di tutti gli elementi si posson benissimo considerare come dei conglomerati di corpuscoli α. In tal caso si potrebbe tuttavia chiedere che cosa mai si l'atomo d'idrogeno, la cui massa è metà di quella possedut dall'atomo fondamentale prescelto da Van der Broock a bas del suo sistema.

Rutherford preferisce invece ammettere che il corpuscol α sia un atomo d'elio portante due cariche positive unitarie basta infatti, per spiegare i fatti osservati, supporre che i corpuscolo α venga espulso dal corpo attivo, allo stato neutro; si deve evidentemente ammettere che, se esso da una parte è capace di ionizzare, urtandole, le molecole gassose incontrate sulla sua strada, debba dall'altra acquistare anch'esso una carica in seguito a tali urti. Il corpuscolo α verrebbe insomma a perdere prima uno e poi due elettroni, acquistando quindi due cariche unitarie positive: per spiegare la costanza del rapporto tra carica e massa basta ammettere che in queste

iove condizioni gli urti successivi non siano sufficienti a accare dall'atomo d'elio altri elettroni.

Sembra tuttavia che si possa muovere all'ipotesi anzidetta i' obiezione grave: dato infatti che il corpuscolo α è sempre stesso, qualunque sia il corpo che lo emette, tutte le so-anze le quali producono raggi α dovrebbero produrre elio. ra, anche se non si vuole considerare come del tutto con-usivi i risultati recentemente ottenuti da Grünacher, il quale on ha potuto mettere in evidenza una produzione di elio per irte del radiotellurio, rimane il fatto che, secondo Boltwood, ei minerali contenenti sostanze radioattive la quantità di elio clusa è sempre in istretta relazione col contenuto in radio, entre essa non dipende, almeno in apparenza, dalla presenza meno di alcune sostanze che pure producono raggi α. Così, l esempio, la torianite di Ceylan, che contiene oltre a 70 % torio, non presenta, secondo Boltwood, che la quantità di io corrispondente al radio che essa contiene.

Nè mi sembra che l'osservazione, fatta da Sir William amsay, di un caso in cui una soluzione di nitrato di torio ha ato origine ad elio, sia sufficiente a togliere, da sè sola, un ran valore ai risultati di Boltwood. Infatti bisognerebbe per-ò essere sicuri che il sale adoperato da Ramsay fosse privo on solamente di ogni traccia di radio, ma anche, ciò che è sai meno facile ad ottenersi, di ogni traccia di attinio, es-endo quest'ultimo corpo anch'esso un generatore di elio.

Come si vede la questione della natura del corpuscolo α on si può ancora considerare come risoluta: una delle strade seguire può forse essere quella dello studio dei raggi ca-ale; i recenti risultati ottenuti da J. J. Thomson sono ad gni modo assai interessanti: delle determinazioni accuratis-me hanno mostrato che tali raggi sono costituiti da flussi di orpuscoli positivi di due specie, i valori trovati pel rapporto a carica e massa permettendo di supporre che siano gli uni egli atomi, e gli altri delle molecole d'idrogeno.

D'altra parte però Thomson dimostra che la presenza o assenza d'idrogeno non influisce menomamente sul fenomeno; osì pure l'introduzione di elio nel tubo di scarica sembra non vere un'azione notevole.

Se si volesse dunque ammettere che il corpuscolo anodic consta effettivamente di idrogeno o di elio il più semplice sa rebbe forse di supporre che detti gas provvengano dalla di sgregazione, provocata dalla scarica, del metallo formante gl elettrodi. Ma soffermarsi su una simile ipotesi vorrebbe dir entrare in un argomento che deve essere discusso ulterior mente.

La genealogia dei corpi radioattivi.

Ammessa che sia l'interpretazione dei fenomeni radioat tivi mediante una serie di trasformazioni successive, è ev dente che debba sorgere il problema di stabilire quali siano legami di parentela esistenti tra i corpi attivi a noi sinor noti.

Ora, mentre per l'origine delle sostanze a rapida disinte grazione il problema è facilmente risolto, non si può dire a trettanto quando si è in presenza di un corpo in cui il pro cesso avviene troppo lentamente perchè si possa osservar direttamente una diminuzione di attività.

È evidente che, nell'ipotesi di Rutherford, un corpo pos sedente l'attività del radio non potrebbe esistere in quantità ap prezzabile sul globo se non vi fosse una sorgente produttric continua di esso. Per corpi come l'uranio, invece, la cui attivit specifica è relativamente debole, la lentezza del processo d disintegrazione, calcolata in base all'emissione di corpuscoli α è tale che, malgrado la considerevole età del nostro pianeta le quantità di uranio esistenti attualmente si possono benis simo considerare come il residuo delle quantità di detto corp formatesi in origine.

D'altra parte, essendo l'uranio quello fra tutti i corpi ch ha maggior peso atomico, non si saprebbe immaginarne la for mazione attuale mediante un processo radioattivo, a meno d far entrare in campo un fenomeno di sintesi della cui esi stenza manca la più lontana prova.

Partiamo dunque dall'uranio: la proporzionalità trovat indipendentemente da Strutt e da Boltwood tra le quantit di questo corpo e quelle di radio contenute nei numerosissim campioni di minerali da loro esaminati, dimostra sufficiente

mente l'esistenza di un legame di parentela tra le due sostanze, rimanendo peraltro da determinare le possibili fasi del processo di trasformazione.

Che il radio non provenga dalla disintegrazione diretta dell'uranio lo sappiamo dal fatto che il primo prodotto generato da questo corpo è l'uranio X. D'altra parte delle esperienze recenti di Soddy mostrano che l'uranio X a sua volta non può essere neanch'esso considerato come il parente diretto del radio.

Ora, già da tempo era stata ammessa da Rutherford l'ipotesi che tra l'uranio X e il radio dovessero trovar posto i membri della famiglia dell'attinio, e tale supposizione sembrò ricevere una conferma definitiva allorquando, qualche mese fa, Boltwood annunziò di aver osservato una produzione di radio per parte di un preparato attinifero. Senonchè poco dopo Rutherford potè dimostrare essere tale produzione dovuta a tracce d'impurità contenute in cotesto sale, e non all'attinio stesso.

Ma qui nasce la domanda: non potrebbe il corpo generatore di radio, contenuto nei prodotti attiniferi di Rutherford e Boltwood, essere un membro della famiglia dell'attinio stesso? ossia in altre parole: dobbiamo noi considerare l'attinio come appartenente alla famiglia uranio-radio? Ciò non mi sembra possibile, e precisamente per la ragione seguente: il peso atomico dell'uranio è 238,5 mentre quello del radio è 225; tra essi sono dunque comprese 13,5 unità, il che ci autorizza a concludere che per passare dal primo al secondo di questi corpi non possono venir espulsi più di tre corpuscoli α, la massa degli elettroni emessi in cotesti processi essendo naturalmente trascurabile. Ma, ammesso che in ogni disgregazione venga emesso al massimo un corpuscolo α, e ricordando che l'uranio, l'uranio X, e quattro successivi prodotti dell'attinio producono tutti raggi di questa specie, si vede che l'atomo di radio dovrebbe essere rappresentato dall'atomo di uranio meno sei corpuscoli α, il che condurrebbe ad attribuire a quel corpo un peso atomico pari a 214,7, ciò che non è. Se ne può dunque concludere che la serie dell'attinio non è compresa tra l'uranio X ed il radio, e che perciò il prodotto, od

i prodotti, intermedi di questa trasformazione rimangano cora da scoprire.

Per ciò che riguarda i prodotti di trasformazione co cutivi al radio, siamo abbastanza bene informati, dato lo dio accurato a cui è stato possibile sottoporli; dove in ricompare la massima incertezza è quando si tratta di c scere quale sia il prodotto successivo al radio F.

In origine era stato suggerito che il residuo della di tegrazione di questo corpo fosse il piombo; una valida ferma a tale modo di vedere la portò del resto l'osservazi fatta da Boltwood che nei minerali radiferi si trova sem del piombo, e precisamente in quantità generalmente pro zionale alla quantità di radio contenutavi.

Prima tuttavia di trarre una conclusione definitiva, s brami convenga chiarire un punto che si presenta come quanto oscuro: i prodotti emettenti raggi α, dal radio al radi compreso quest'ultimo, sono almeno sei; il prodotto succes al radio F dovrebbe dunque avere per peso atomico 201,2, n tre il peso atomico del piombo è 206,5. E si noti che il supp che nella serie di trasformazioni che dal radio conducono al dotto successivo al radio F, non vengano emessi che sei co scoli α, si presenta come un'ipotesi assai improbabile, s pensa che quando la velocità dei corpuscoli α è inferiore un dato limite, essi non si possono osservare, e che qu molte, se non tutte, le trasformazioni che in apparenza sembrano accompagnate dall'emissione di questi corpus possono invece benissimo produrne.

Rimarrebbe da considerare ora la particolarità della s di trasformazioni cui dà luogo il torio: premesso che qu corpo, come l'uranio, non proviene evidentemente dalla sintegrazione di un'altro, vediamo che esso dà origine ad serie di prodotti dei quali probabilmente almeno sei gene corpuscoli α dotati di velocità sufficienti per ionizzare. S ammette che le rimanenti trasformazioni di questa serie siano accompagnate da radiazioni α, il che tuttavia è assa certo, il peso atomico del prodotto finale dovrebbe essere 20 valore questo che si avvicina al peso atomico del bismuto, è dato da 207,0.

Non voglio peraltro dilungarmi in coteste questioni, malgrado l'interesse che possono presentare. Ciò che ho detto basta a mostrare quanto vi sia ancora da fare prima di poter collegare fra loro i fatti e dedurne delle conseguenze aventi un carattere di certezza. Bisogna dire tuttavia che le difficoltà che s'incontrano in queste ricerche sono, almeno per ora, grandissime.

La radioattività della materia in genere.

Come ho già avuto occasione di dire, non sono soltanto i corpi intensamente attivi, come il radio, l'uranio ecc. che si devono considerare soggetti ad un processo di disintegrazione. Sappiamo infatti oramai che un gran numero di elementi chimici emettono, sebbene in proporzione relativamente minima, dei raggi Becquerel.

Quando venne osservato che la ionizzazione così detta spontanea di un gas contenuto entro un recipiente variava a seconda della natura delle pareti di questo, si affacciarono tre ipotesi, e cioè che tale ionizzazione fosse dovuta o a tracce di sostanze intensamente attive contenute nel corpo formante le pareti stesse, o a radiazioni secondarie emesse da questo sotto l'influenza dei raggi penetranti provenienti dall'esterno, oppure finalmente ad una radioattività propria del corpo.

Senza che si possa escludere che in alcuni casi delle tracce di sostanze molto attive possano essere la causa di una parte dell'effetto osservato, e pur attribuendone una parte anche ai raggi secondari generati dalla radiazione penetrante, bisogna convenire che una radioattività propria di molti corpi si presenta come un fatto indiscutibile.

Il criterio che maggiormente ha giovato nell'intento di identificare l'origine delle radiazioni emesse dai materiali ordinari è stato quello di Bragg e Kleeman, basato sul diverso percorso ionizzante dei corpuscoli α. Così Campbell ha potuto constatare un'emissione di raggi α per parte di un gran numero di metalli, la cui attività sarebbe dell'ordine di 10^{-12} rispetto a quella del radio.

Dato che i metalli usuali siano, almeno in parte, soggetti ad un processo di disintegrazione, diventerebbe interessante

lo studio delle proporzioni in cui essi si trovano nei mineral naturali. Alcuni metalli, che si trovano per lo più associati come ad esempio il piombo e l'argento, potrebbero benissim essere uno il prodotto di trasformazione dell'altro.

A proposito del piombo è interessante di notare come questo metallo produca una ionizzazione sensibilmente superior a quella che si osserva colla maggior parte degli altri. Elste e Geitel hanno eseguito delle esperienze per decidere se tal attività anormale sia dovuta a tracce di radio D, radio E radio F in equilibrio radioattivo, oppure al piombo stesso: loro risultati non si possono tuttavia considerare come interamente concludenti.

Ora vi è un modo per decidere la cosa; se gli effetti osservati sono realmente dovuti a radio F, è chiaro che data la velocità di disintegrazione del radio D, il cui tempo caratteristico è di 40 anni circa, un piombo preparato da un sufficiente numero di secoli non deve più essere attivo per tale causa.

Sono ora in preparazione delle esperienze in cui verrà esaminata l'attività di campioni di piombo provenienti da condutture romane di determinate epoche. Con ciò, sperasi, potrà venir risolto il problema della radioattività del piombo.

Aggiungerò che una determinazione per via chimica della proporzione d'argento contenuta nel piombo antico potrebbe forse dare qualche indicazione intorno alla possibile parentela tra i due corpi. Così pure meriterebbe di esser ricercata in cotesto piombo la presenza di elio o di qualche altro gas.

Per ciò che riguarda i metalli alcalini, Thomson ha dimostrato che essi, anche se tenuti al buio perfetto, emettono continuamente elettroni. Finalmente Campbell ha dimostrato recentemente che i sali di potassio, qualunque sia la loro provenienza, e per quanto siano stati purificati, presentano una attività relativamente notevole, emettendo continuamente radiazioni capaci di ionizzare i gas e di produrre un'azione fotografica attraverso ai corpi opachi.

Ci vediamo dunque condotti a considerare la radioattività come una proprietà comune ad un gran numero d'elementi chimici; se essa poi sia o no comune alla materia sotto tutte

le sue forme rimane, come ho già detto, almeno per ora un mistero.

La radioattività delle rocce ed il problema del calore terrestre.

Quando, alcuni anni addietro, Elster e Geitel annunziarono di aver riscontrato delle traccie di corpi attivi in tutti i terreni da loro esaminati, sorse il problema di sapere quale influenza potesse avere la produzione di calore, che accompagna il fenomeno radioattivo, sul valore del gradiente termico terrestre.

Considerando che un grammo di radio, in equilibrio radioattivo, produce circa 876.000 piccole calorie all'anno, e tenendo conto del valore attuale del gradiente terrestre e della conduttività termica media delle rocce, Rutherford calcolò che la presenza di $4,6 \times 10^{-14}$ grammi di radio per grammo di terra sarebbe stata sufficiente a compensare la perdita di calore che il globo subisce per conduzione.

Più tardi Strutt, in seguito ad una serie di accurate ricerche portanti su di un numero grandissimo di rocce, ha indicato come valore medio del contenuto in radio della crosta terrestre la cifra di $1,4 \times 10^{-12}$ grammi per grammo di roccia.

Il valore trovato sperimentalmente da Strutt è dunque oltre trenta volte maggiore di quello calcolato da Rutherford. Siccome non sembrava possibile ammettere che la terra si andasse riscaldando, Strutt tentò di fornire una spiegazione, emettendo l' idea che il radio non esistesse uniformemente distribuito se non in una crosta superficiale, il cui spessore, secondo i suoi calcoli, non doveva superare le 70 miglia inglesi.

Orbene, per quanto una simile ipotesi possa sembrare azzardata, essa pure non si potrebbe a priori escludere in modo assoluto: tanto più che delle considerazioni basate sulla velocità di propagazione delle perturbazioni sismiche sembrano indicare, secondo alcuni, che la natura del materiale terrestre, a partire da una profondità di alcune decine di miglia, debba mutare notevolmente.

Senonchè dei risultati recentemente ottenuti minacciano di rendere del tutto inutile l'ipotesi di Strutt, obbligandoci a

ricorrere a qualche altra teoria per ispiegare le cond
termiche attuali della Terra.

Premetterò anzitutto che, se il metodo sperimental
guito da Strutt in cotesta investigazione può considerars
a rivelare con sufficiente esattezza la proporzione di
contenuta nelle rocce, esso viceversa non si presta in
modo a rivelare la presenza di quantità anche notev
altri corpi attivi quali i prodotti della famiglia del to
dell' attinio.

Ora, nel corso di recenti ricerche sulla natura del
riale radioattivo contenuto in sospensione nell' atmosfe
Roma e nei suoi dintorni si è potuto constatare, appli
uno speciale metodo sperimentale che, oltre ai prodotti
famiglia del radio, anche quelli della famiglia del torio
vano venir considerati come fattori importantissimi dell
dioattività terrestre. Furono quindi eseguite delle esper
per determinare la quantità di ossido di torio che dov
supporre contenuta nell' unità di massa del terreno per
durre gli effetti osservati, e ripetute misure comparativ
strarono che tale quantità non doveva essere inferi
$5{,}87 \times 10^{-5}$ grammi di torio per grammo di terreno.

Ma, a parità di peso, il potere calorifico del torio p
tenersi due milioni di volte inferiore a quello del radio
cui $5{,}87 \times 10^{-5}$ grammi di torio producono lo stesso e
termico che $2{,}94 \times 10^{-11}$ grammi di radio. Di qui si con
che il torio contenuto nel suolo di Roma produce da sè
una quantità di calore venti volte circa superiore a
media prodotta dal radio nelle rocce esaminate da Str
quindi oltre 600 volte superiore a quella calcolata da Ru
ford necessaria a mantenere costante la temperatura in
del globo.

È dunque evidente che se, eseguendo ricerche analog
materiali provenienti da varie regioni, si ottenessero ris
dello stesso ordine di quelli avuti per la regione roman
rebbe il caso di chiedersi come mai la Terra, invece di
varsi nelle condizioni presenti, non sia tuttora allo sta
fusione. Voler adottare in tal caso l' ipotesi suaccenna
Strutt significherebbe voler ridurre a meno di quattro

inglesi lo spessore della crosta contenente corpi radioattivi! L'assurdo di una simile supposizione è troppo evidente perchè convenga nemmeno di discuterla.

Bisognerebbe dunque in tal caso cercare un'altra spiegazione: si potrebbe, ad esempio, chiedersi se la radioattività si esplichi nell'interno del globo in condizioni identiche a quelle in cui si manifesta alla superficie; non è forse lecito di pensare che le condizioni di pressione negli strati rocciosi profondi siano tali da ostacolare, e forse anche annullare del tutto la disintegrazione radioattiva? Recenti esperienze hanno, è vero, mostrato che l'attività di un sale di radio non subisce variazioni apprezzabili quando viene sottoposto a forti pressioni. Occorre tuttavia riflettere che le condizioni, nel caso che consideriamo, si presentano come assai diverse, dovendo noi infatti immaginare il materiale attivo diluito allo stato di tracce infinitesime in seno alla massa rocciosa, e sottoposto a pressioni di un ordine di grandezza assolutamente diverso rispetto a quelle che possiamo ottenere nei nostri laboratori.

Ad ogni modo, come ho già detto, conviene aspettare per vedere se i risultati ottenuti in Roma si debbano considerare come anormali, oppure se i terreni di altre regioni presentino anch'essi un contenuto in torio dello stesso ordine: qualora ciò si verificasse sarebbe il caso di affrontare cotesto problema, che si presenterebbe allora come uno dei più interessanti nel campo della radioattività.

La disintegrazione radioattiva può essa venir provocata?

Tra tutti i problemi che oggigiorno si affacciano alla mente degli studiosi di radioattività ve n'è uno la cui soluzione appare sin da ora come atta ad influire grandemente sull'avvenire della umanità. Intendo parlare della ricerca di un mezzo il quale ci permetta di provocare, o forse meglio di affrettare, la disgregazione radioattiva della materia.

Secondo i calcoli di Rutherford, il radio deve, disintegrandosi, mettere in libertà una quantità di energia circa un milione di volte superiore a quella che si manifesta nella più energica delle reazioni chimiche conosciute. Le quantità di

energia, che, data la ormai non dubbia loro attività, dev
supporre immagazzinate in altri tipi di materia più com
sono secondo ogni probabilità dello stesso ordine di grand
la differenza tra l'attività dei metalli ordinari e quell
radio non consistendo che in una differenza nella velocit
cui avviene la disgregazione.

Se dunque si arrivasse a scoprire il modo di provoca
volontà la dissociazione radioattiva della materia, si ver
a disporre di una sorgente di energia della cui entità sa
difficile farsi ora la più lontana idea. La disintegrazio
soli pochi grammi di una sostanza comune, quale ad ese
il piombo o il ferro, basterebbero infatti a produrre ciò
ora richiede il consumo di migliaia di tonnellate di carb

Si capisce che così stando le cose la produzione di u
di materia determinato, avente peso atomico inferiore a q
d'un altro, verrebbe ad acquistare dal punto di vista pr
un'importanza secondaria. L'oro risultante dalla disint
zione, per esempio, del piombo, sarebbe da considerarsi
un sottoprodotto più o meno trascurabile rispetto al v
rappresentato dall'energia prodotta nella trasformazione.

Vediamo dunque quali siano i segni precursori dai
ci è dato sperare che si possa, un giorno o l'altro, giu
alla soluzione di così importante problema.

Fin dai primissimi studi di Becquerel era apparso c
radioattività dell'uranio non veniva influenzato in mod
prezzabile da alcuni degli agenti fisici a noi noti, quali
lore, la pressione ecc. Bisogna tuttavia convenire che,
lo stato attuale delle nostre conoscenze, è impossibile o
considerare come interamente giustificata una simile co
sione.

Recenti ricerche di Makower hanno infatti dimostra
modo non dubbio che, a una temperatura di oltre mille
la disgregazione di uno almeno dei prodotti della famigl
radio è sensibilmente affrettata.

È forse interessante riavvicinare questa constatazio
fatto segnalato da Sir Norman Lockyer, che le stelle più
presentano i soli spettri dell'idrogeno e dell'elio, mentr
vedere gli spettri di altri corpi occorre rivolgere l'oss

zione su stelle la cui temperatura sia relativamente bassa; ciò parrebbe infatti confermare che la temperatura è effettivamente un importante agente della dissociazione atomica.

Un altro agente di tale dissociazione potrebbe forse essere il magnetismo. Il fenomeno di Zeeman sta a dimostrare come un campo magnetico possa agire sugli elettroni in moto, modificando le traiettorie da questi percorse in seno all'atomo. Non è forse lecito ritenere che sotto l'azione di un campo magnetico sufficientemente intenso coteste traiettorie possano venir alterate in modo tale da distruggere la compagine del sistema elettronico, provocando lo sfacelo dell'atomo?

Ma un'altra ragione per credere che sia possibile il far avvenire la disintegrazione di un corpo ci è data dalla considerazione che in molti casi un'emissione di raggi in tutto analoghi a quelli di Becquerel può venire da noi provocata. Un'emissione di elettroni, cioè di questi enti che così gran parte sembrano avere nella costituzione degli elementi chimici, si osserva in numerosi casi in cui un corpo viene sottoposto ad un'azione eccitatrice determinata, e l'unica differenza che distingue questi elettroni da quelli emessi dai corpi radioattivi sta nella minore velocità di cui sono animati.

Ma si potrebbe a questo punto muovere la seguente domanda: l'emissione di elettroni implica essa necessariamente l'esistenza di un processo di disgregazione analogo al fenomeno radioattivo? Come mai spiegare, se trattasi effettivamente di un simile processo, che in questi casi non si sia mai verificata la presenza di corpuscoli di massa atomica, analoghi ai corpuscoli α, come prodotti della disintegrazione?

Questa obiezione, che a prima vista può sembrare grave, perde ogni peso se si vuol riflettere che non è assolutamente lecito il concludere, dal fatto che nei fenomeni a cui alludo non si può mettere in evidenza la presenza di corpuscoli α, che questi effettivamente non vi sono: perchè il corpuscolo α si riveli a noi mediante il suo potere ionizzante o fotochimico occorre, come è noto, che la sua velocità oltrepassi un certo valore limite: nè si dica che, in caso contrario, si può ricorrere, per rivelarne la presenza ad un metodo consistente nel mettere in evidenza la carica positiva del corpuscolo: poichè,

come ho già detto, è probabilissimo che la carica positiv
osserviamo nel corpuscolo α provvenga da un fenome
ionizzazione, per cui, incontrando delle molecole gassose
sua strada, esso a causa dell'urto viene a perdere degli
troni: è chiaro che se la velocità del corpuscolo è tropp
bole per generare ioni, dovrà essere anche troppo debol
chè il corpuscolo stesso possa acquistare una carica ur
le molecole del gas.

Ma vi è un caso particolare in cui la produzione di
puscoli α, in tutto e per tutto analoghi a quelli dei cor
dioattivi, si può ottenere artificialmente, e questo è la s
attraverso ai gas rarefatti. L'analogia delle radiazioni de
a vuoto con quelle dei corpi attivi è tale da fare anzi rit
che in ambedue i casi si possa essere in presenza di un
meno di medesima natura, ossia che nel tubo avvenga
disintegrazione della materia formante gli elettrodi, o
anche delle tracce di gas contenutevi. Aggiungerò che
recentissime esperienze di J. J. Thomson, alle quali ho
del resto già occasione di accennare, sembrano confermar
namente questo modo di vedere.

Se si vuol dunque chiedere quali siano le conclusioi
è lecito trarre riguardo alla possibilità o meno di una
zazione per parte dell'uomo dell'energia immagazinata ir
alla materia, ritengo che non sia temerario l'affermare
per quanto la soluzione del problema possa sembrare a
lontana, vari segni precursori ci autorizzino a non co
rarla come una utopia. La radioattività trovasi nelle
zioni in cui trovavasi l'elettricità un secolo fa. I pochi
grammi di radio dei nostri laboratori ci rappresenta
qualche cosa di molto simile alla pila a colonna di Volta
mi sembra perciò una vana illusione lo sperare che ent
avvenire forse assai meno lontano di quel che generalı
si creda, l'uomo possa disporre di una sorgente di ener
cui la nostra mente tenterebbe invano di voler concepi
tualmente le possibili applicazioni.

AEREO RADIOTELEGRAFICO IRRADIANTE SPECIALMENTE IN UNA DATA DIREZIONE.

Ing. ALFREDO MONTEL.

Scopo della presente nota è di dimostrare che un aereo composto di due conduttori rettilinei, verticali, ugualmente lunghi, posti a una certa distanza tra loro e percorsi nello stesso istante da correnti in senso opposto ha la proprietà di irradiare l'energia non già in modo uniforme tutt'all'intorno, ma bensì in modo diverso nelle varie direzioni.

Questo aereo può esser rappresentato dalla Fig. 1. A B, C D sono i due conduttori in quistione, BD è un tratto orizzontale nel cui punto medio F è l'interruzione per la scintilla, T T rappresenta la terra.

Supponiamo che il suolo sia un conduttore perfetto. Ciò non è assolutamente necessario nella presente trattazione, ma ci permette (qualora si trascuri l'irradiazione del tratto orizzontale, che qui non interessa) di ridurre l'aereo della Fig. 1 al caso semplice della Fig. 2, in cui A A', C C' sono due oscil-

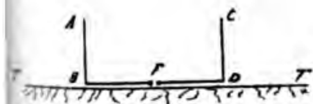


Fig. 1.

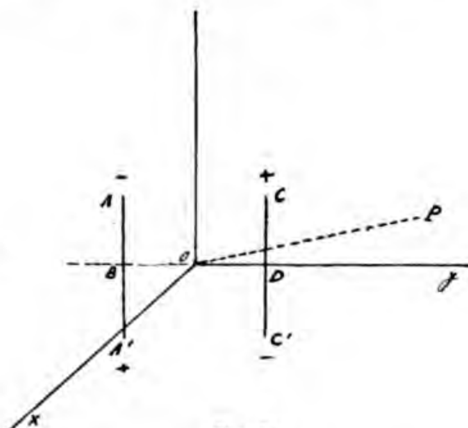


Fig. 2.

latori (B A' e D C' sono le immagini rispetto al piano del suolo di A B e C D della fig. 1) e gli assi delle coordinate Ox, Oy,

Oz sono presi in modo che il piano Ox, Oy coincida col
del suolo e Oz sia equidistante da A A' e C C'.

Per facilitare il calcolo supporremo che in ogni i
l'intensità della corrente che percorre i due oscillatori
C C' abbia lo stesso valore in ogni punto della lunghezz
medesimi e che le dimensioni dell'aereo siano piccole ri
alla sua distanza dai punti P dello spazio nelle vicinanz
quali si vuole studiare il campo elettrico e il campo m
tico [1]).

Si consideri anzitutto un solo oscillatore rettilineo
quanto A A' o C C', il cui centro coincida con l'origine 0
coordinate e che abbia la direzione dell'asse delle z, cio
disposto verticalmente.

Siano $\frac{2\pi}{m}$ la lunghezza d' onda e $\frac{2\pi}{n}$ il periodo usati
tratti di oscillazioni sinusoidali. Siano q la carica ele
istantanea a ogni estremo dell'oscillatore, i la corrente
siano le ampiezze rispettive), k la costante dielettric
mezzo, r la distanza del punto P da 0.

Chiamando dz la lunghezza A A' = C C' dell' oscillat
V il potenziale scalare esistente in P e posto

$$\frac{\text{sen}\,(mr - nt)}{r} = \pi$$

è

$$V = -\frac{Q\,dz}{k}\frac{d\pi}{dz}. \tag{1}$$

Dette A, B, C le componenti del potenziale vettoriale in

$$A = 0\ ,\quad B = 0$$

$$C = Q\,dz\,\frac{d\pi}{dt}\ . \tag{2}$$

Si ponga B D = dy e supponiamo che l' oscillatore
sia mosso parallelamente a se stesso di $\frac{1}{2}\,dy$, il che è q

1) Questo procedimento è analogo a quello usato da **J. A. Fleming** nel
un' antenna piegata. Cfr. Electrician, 6 Luglio 1906.

dire che P si sia spostato di $-\frac{1}{2}dy$. Allora invece che da (1) e (2) i potenziali scalare e vettoriale in P sono dati da

(3) $$V_1 = -\frac{Q\,dz}{k}\frac{d\pi}{dz} + \frac{1}{2}\frac{d}{dy}\left(\frac{Q\,dz}{k}\frac{d\pi}{dz}\right)dy$$

(4) $$C_1 = Q\,dz\frac{d\pi}{dt} - \frac{1}{2}\frac{d}{dy}\left(Q\,dz\frac{d\pi}{dt}\right)dy\ .$$

Si abbia un altro oscillatore uguale e nella stessa posizione iniziale del primo, ma con i poli in senso opposto e si sposti parallelamente a se stesso di $-\frac{1}{2}dy$. I potenziali in P dovuto ad esso sono

(5) $$V_2 = \frac{Q\,dz}{k}\frac{d\pi}{dz} + \frac{1}{2}\frac{d}{dy}\left(\frac{Q\,dz}{k}\frac{d\pi}{dz}\right)dy$$

(6) $$C_2 = -Q\,dz\frac{d\pi}{dt} - \frac{1}{2}\frac{d}{dy}\left(Q\,dz\frac{d\pi}{dt}\right)dy\ .$$

I potenziali esistenti in P per la presenza dei due oscillatori saranno quindi

(7) $$V = \frac{Q\,dz}{k}\frac{d^2\pi}{dz\,dy}dy$$

(8) $$C = -Q\,dz\frac{d^2\pi}{dt\,dy}dy$$

ed è sempre

$$A = 0\ ,\quad B = 0\ .$$

Detto $\mathbf{M} = I\,dz\,dy$ il momento magnetico del nostro aereo, siccome $I = Qn$ sarà $Q\,dz\,dy = \frac{\mathbf{M}}{n}$, e posto $v = \frac{n}{m}$ risulta $Q\,dz\,dy = \frac{\mathbf{M}}{vm}$. Per cui:

$$(9) \qquad V = \frac{\mathbf{M}}{k v m} \frac{d^2 \pi}{dz\, dy}$$

$$(10) \qquad C = - \frac{\mathbf{M}}{v m} \frac{d^2 \pi}{dt\, dy}.$$

In generale, dette X, Y, Z le componenti della forza e
trica in P e M, N, R le componenti della forza magnet
si ha

$$X = - \frac{dA}{dt} - \frac{dV}{dx}$$

$$Y = - \frac{dB}{dt} - \frac{dV}{dy}$$

$$Z = - \frac{dC}{dt} - \frac{dV}{dz}$$

$$M = \frac{dC}{dy} - \frac{dB}{dz}$$

$$N = \frac{dA}{dz} - \frac{dC}{dx}$$

$$R = \frac{dB}{dx} - \frac{dA}{dy}.$$

Nel caso nostro è:

$$(11) \qquad \begin{cases} X = - \dfrac{dV}{dx} \\ Y = - \dfrac{dV}{dy} \\ Z = - \dfrac{dC}{dt} - \dfrac{dV}{dz} \\ M = \dfrac{dC}{dy} \\ N = - \dfrac{dC}{dx} \\ R = 0 \end{cases}$$

e, ricavando dalle (9) e (10) si ottiene:

$$(12)\qquad \begin{cases} X = -\dfrac{M}{k v m}\dfrac{d^3\pi}{dx\,dy\,dz} \\ Y = -\dfrac{M}{k v m}\dfrac{d^3\pi}{dy^2\,dz} \\ Z = \dfrac{M}{v m}\dfrac{d^3\pi}{dy\,dt^2} - \dfrac{M}{k v m}\dfrac{d^3\pi}{dy\,dz^2} \\ M = -\dfrac{M}{v m}\dfrac{d^3\pi}{dy^2\,dt} \\ N = \dfrac{M}{v m}\dfrac{d^3\pi}{dy\,dt\,dx} \\ R = 0\,. \end{cases}$$

Sviluppando si ha, posto per brevità $\Omega = mr - nt$:

$$\frac{d^3\pi}{dx\,dy\,dz} = \frac{x\,y\,z}{r^3}\left\{\frac{-m^3}{r}\cos\Omega + 6\frac{m^2}{r^2}\operatorname{sen}\Omega + \right.$$

$$\left. + 15\frac{m}{r^3}\cos\Omega - \frac{15}{r^4}\operatorname{sen}\Omega\right\}$$

$$\frac{d^3\pi}{dy^2\,dz} = \frac{-m^2 z}{r^3}\operatorname{sen}\Omega - \frac{2\,z\,m}{r^4}\cos\Omega - \frac{y^2 z\,m^3}{r^4}\cos\Omega +$$

$$+ \frac{6\,y^2 z\,m^2}{r^5}\operatorname{sen}\Omega + \frac{15\,z\,y^2 m}{r^6}\cos\Omega - \frac{m\,z}{r^4}\cos\Omega +$$

$$+ \frac{3z}{r^5}\operatorname{sen}\Omega - \frac{15\,z\,y^2}{r^7}\operatorname{sen}\Omega$$

$$\frac{d^3\pi}{dy\,dt^2} = -n^2\frac{y\,m}{r^2}\cos\Omega + \frac{n^2 y}{r^3}\operatorname{sen}\Omega$$

$$\frac{d^3\pi}{dy\,dz^2} = \frac{-m^2 y}{r^3}\operatorname{sen}\Omega - \frac{2\,y\,m}{r^4}\cos\Omega - \frac{z^2 y\,m^3}{r^4}\cos\Omega +$$

$$+ \frac{6\,z^2 m^2 y}{r^5}\operatorname{sen}\Omega + \frac{15\,y\,z^2 m}{r^6}\cos\Omega - \frac{m\,y}{r^4}\cos\Omega +$$

$$+ \frac{3y}{r^5}\operatorname{sen}\Omega - \frac{15\,y\,z^2}{r^7}\operatorname{sen}\Omega$$

$$\frac{d^3\pi}{dy^2\,dt}=\frac{n\,m}{r^2}\,\text{sen}\;\Omega+\frac{n\,y^2m^2}{r^3}\cos\Omega-\frac{3y^2m\,n}{r^4}\,\text{sen}\;\Omega+$$

$$+\frac{n}{r^3}\cos\Omega-\frac{3\,y^2n}{r^5}\cos\Omega$$

$$\frac{d^3\pi}{dy\,dt\,dx}=\frac{x\,y\,m^2n}{r^3}\cos\Omega-\frac{3\,x\,y\,m\,n}{r^4}\,\text{sen}\;\Omega-\frac{3\,x\,y\,n}{r^5}\cos\Omega$$

Per distanze notevoli si avrà in genere mr molto gr
rispetto all'unità.

Nelle espressioni sopra sviluppate si potranno dunqu
via di approssimazione trascurare i termini in cui mr e
a una potenza inferiore, di fronte a quelli in cui mr ent
una potenza superiore.

Si ha quindi approssimativamente:

$$(13)\quad\begin{cases} X=\dfrac{\mathbf{M}}{k\,v}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{x}{r}\,\dfrac{y}{r}\,\dfrac{z}{r} \\ Y=\dfrac{\mathbf{M}}{k\,v}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{y^2}{r^2}\,\dfrac{z}{r} \\ Z=-\dfrac{\mathbf{M}}{k\,v}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{y}{r}\left(1-\dfrac{z^2}{r^2}\right) \\ M=-\mathbf{M}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{y^2}{r^2} \\ N=\mathbf{M}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{x}{r}\,\dfrac{y}{r} \\ R=0\,. \end{cases}$$

Ciò che a noi interessa sono i punti del piano xy. Se
un punto P in questo piano è per esso:

$$(14)\quad\begin{cases} X=0 \\ Y=0 \\ Z=-\dfrac{\mathbf{M}}{k\,v}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{y}{r} \\ M=-\mathbf{M}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{y^2}{r^2} \\ N=\mathbf{M}\,\dfrac{\cos\Omega}{r^3}\,m^2\,r^2\,\dfrac{x}{r}\,\dfrac{y}{r} \\ R=0\,. \end{cases}$$

Nei punti di detto piano la forza elettrica è dunque verticale e la magnetica orizzontale. Consideriamo la componente della forza magnetica orizzontale e diretta perpendicolarmente al raggio OP. Detta H questa forza, essa è data evidentemente dalla espressione

(15) $$H = M \frac{y}{r} - N \frac{x}{r}$$

e sostituendo si ha dalle (14) e (15)

$$H = - \mathbf{M} \frac{\cos \Omega}{r^3} m^2 r^2 \frac{y}{r} .$$

Posto $\frac{y}{r} = \operatorname{Cos} \phi$ si ha infine:

(16) $$\begin{cases} Z = - \dfrac{\mathbf{M}}{k v} \dfrac{\cos \Omega}{r^3} m^2 r^2 \cos \phi \\ H = - \mathbf{M} \dfrac{\cos \Omega}{r^3} m^2 r^2 \cos \phi \end{cases}$$

v rappresenta la velocità di propagazione nello spazio, e detta μ la permeabilità del mezzo è $v = \frac{1}{\sqrt{\mu k}}$ e sostituendo nelle (16) risulta che per punti posti a considerevole distanza dall'aereo la forza elettrica e la forza magnetica stanno fra loro come le radici quadrate della permeabilità e della costante dielettrica del mezzo.

Dalle (16) si ricava inoltre la distribuzione di Z e di H per i punti P situato nel piano $x y$ (cioè poste sul piano del suolo nelle varie direzioni attorno all' aereo). Risulta che le ampiezze di Z e H sono, a parità del resto, massime per i punti P posti lungo l'asse delle y, cioè nella direzione segnata dal piano verticale dell'aereo e sono zero nella direzione perpendicolare.

Il diagramma polare che segna le ampiezze di Z e di H nelle varie direzioni all'intorno dell' aereo è costituito da due circoli uguali, tangenti esternamente l'uno all'altro, aventi il loro punto di tangenza nell'origine del diagramma polare e i loro centri sulla retta che segna la direzione del piano verticale, in cui si trova l' aereo.

I POTENZIALI ESPLOSIVI AD ALTE PRESSIONI. - LEGGE DI PACHEN.

Nota dei Dott. L. CASSUTO *e* A. OCCHIALINI [1]).

1. Secondo le moderne teorie sopra la scarica per sci
dovrebbe esistere una notevole relazione fra il potenzia
splosivo, la pressione del gas e la lunghezza della sci
supposta determinata in un campo uniforme.

Secondo il Towsend [2]) la scarica nell'ipotesi suesp
sarebbe determinata simultaneamente dai joni positivi
quelli negativi che urtando sopra le molecole neutre, p
cherebbe la dissociazione di queste ultime; inoltre essa a
rebbe quando il numero α dei joni prodotti da un jone
tivo mentre percorre un centimetro e quello β dei joni
dotti da un jone negativo nello stesso percorso passa la
zione

$$\alpha - \beta \varepsilon^{(\alpha-\beta)a} = 0 \tag{1}$$

dove ε è la base dei logaritmi neperiani e a è la distanz
le lastre che servono da elettrodi.

Ora il Towsend osserva che il numero α dei joni pro
da un jone positivo durante il percorso di un centimetr
pende naturalmente dall'intensità del campo $\frac{V}{a}$ esistente
le lastre e dalla densità d; ma se si aumenta la densità
maniera da farla diventare kd, il numero degli urti dive
k volte maggiore che nel caso precedente; però contem
neamente la strada libera di ogni jone diventa k volte m
e quindi anche l'energia posseduta da ogni jone nel mon
dell'urto, diminuirebbe nel rapporto k se non si accompag
l'aumento di densità con un aumento nello stesso rapport
l'intensità del campo fra gli elettrodi.

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica della R. Università di Pisa, dirett
Prof. A. Battelli.

2) Phyl. Mag. 6, 598, 1903.

Ne consegue che α è tale funzione di $\frac{V}{a}$ e di d, che moltiplicando $\frac{V}{a}$ e d per uno stesso numero anche α rimane moltiplicato per questo numero: in altre parole α è funzione omogenea di primo grado in $\frac{V}{a}$ e d, ossia $\frac{\alpha}{d}$ è funzione omogenea di grado zero nelle stesse variabili e quindi si può scrivere

$$\frac{\alpha}{d}=f\left(\frac{V}{a.d}\right).$$

Analogamente si ha

$$\frac{\beta}{\alpha}=\varphi\left(\frac{V}{a.d}\right).$$

Ora dalla (1) ricaviamo a:

$$a=\frac{1}{\alpha-\beta}\log\frac{\alpha}{\beta}$$

e sostituiamo per α e β i valori trovati precedentemente; si ha

$$a=\frac{1}{d}\,F\left(\frac{V}{a.d}\right)$$

ossia

$$V=\Phi\,(a.d)$$

cioè: *per un dato gas il potenziale esplosivo in un campo uniforme dipende unicamente dal prodotto della densità del gas stesso per la distanza fra gli elettrodi.*

Questa legge è stata scoperta sperimentalmente dal Pachen [1]) e porta il suo nome.

2. Risulta di qui che lo studio del potenziale esplosivo ad alte pressioni ha una iportanza teorica assai rilevante; giacchè la legge di Pachen offre un mezzo molto semplice per sottoporre a una prova sperimentale indiretta le ipotesi ora generalmente accettate sopra il meccanismo della scarica.

1) Wied. Ann. 37, 79, 1889.

Le ricerche da questo punto di vista non sono nume perchè, a parte le ricerche classiche del Pachen già cita quelle del Carr [1]), nessun' altra contribuzione è stata po alla conoscenza di questo argomento. Infatti non sono da sificare fra queste le indagini intraprese da diversi speri tatori per stabilire la relazione fra la lunghezza della scir e il potenziale esplosivo, oppure fra quest'ultimo e la sione, perchè queste ricerche non forniscono elementi bas per stabilire la dipendenza del potenziale esplosivo dalla sità e insieme dalla distanza. Di più essendo in generale guiti con elettrodi sferici mancano alla condizione espl posta a base della legge di Pachen.

Gli studi sperimentali del Pachen sono stati fatti al di della pressione atmosferica, quelli del Carr furono spinti alla pressione di 5 atmosfere e ambedue trovarono la l verificata con grande approssimazione.

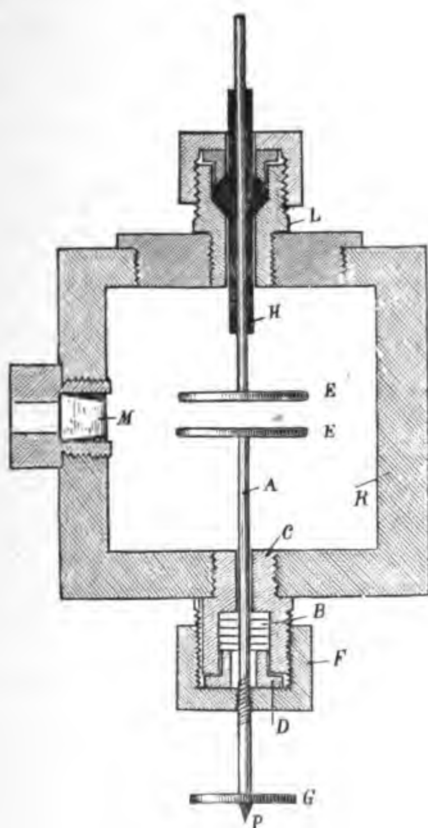
Le determinazioni del Carr, fatte son solo fra limiti e di pressione, ma variando anche molto le distanze degli trodi, mostrano che la forma della curva che esprim come funzione di $a.d$ è assai prossimamente una iperbol vente gli assintoti paralleli agli assi coordinati; di modo per valori sufficientemente piccoli di $a.d$, i valori del po ziale V crescono rapidamente e finiscono per disporsi s una retta parallela all'asse delle ordinate.

3. Data l'importanza di queste ricerche, ci accinger ad estendere gli studi del Carr a pressioni molto elevate. questo costruimmo un apparecchio che essenzialmente er stituito da un robusto recipiente di ferro, nel quale si vano scoccare le scintile fra due elettrodi piani e che è presentato dalla fig. 1.

Uno degli elettrodi E è attaccato a un' asta d' acciaio che, dopo aver attraversato una serie di dischi di cuoio B vrapposti dentro la cavità praticata su un pezzo pure di ciaio C e fortemente compressi dal premistoppa D per m del dado F, si avvita su quest'ultimo.

1) Proc. Roy. Soc. 71, 374, 1903.

Il pezzo di acciaio C è poi avvitato sul recipiente; così l'elettrodo E è in comunicazione con la massa di quest'ultimo e si può muovere avanti e indietro girando il volano G posto all'estremità opposta dell'asta A.



L'altro elettrodo E', invece, è fisso ed isolato; esso attraversa un bastone di ebanite H secondo l'asse ed è masticiato a questo con ceralacca. Il bastone di ebanite porta verso la metà della sua lunghezza un ingrossamento e può essere stretto a tenuta nella cavità del pezzo di acciaio L col solito premistoppa.

Sulla parete laterale del recipiente e di fronte agli e
trodi è praticato un foro chiuso da un tappo di quarzo M,
permette di vedere nell'interno le scintille.

Per stabilire il campo uniforme nel quale doveva scoc
la scintilla, si usarono dapprima due dischi piani; ma in
sto caso si notò che le scintille avvenivano di preferenza
gli orli dei dischi. Cercammo di eliminare questo inconveni
verniciando con un sottile strato isolante i dischi e lascia
scoperta solamente la regione centrale, ma questo non s
a nulla; d'altra parte un rivestimento con un grosso st
isolante se era sufficiente per obbligare le scintille a scoc
fra le regioni centrali, impediva l'avvicinamento dei di
oltre un certo limite e rendeva complicate le misure d
loro distanza.

Si ebbero invece ottimi risultati facendo gli elettrodi
quanto ricolmi nel centro e verniciando gli orli. In qu
caso le scintille scoccavano sempre fra i centri e nulla im
diva di avvicinare gli elettrodi fino a portarli a contatto.

Inutile dire che questi elettrodi furono accuratamente
trati e che il movimento di quello mobile avveniva es
mente lungo la linea dei centri. Il diametro degli elettrodi
di 4 centimetri e lo spostamento massimo dell'elettrodo mo
era di 6 centimetri. Ma noi, come vedremo, abbiamo utiliz
solamente una piccola frazione di questo spostamento.

4. Per rendere regolari le scintille, abbiamo rinchiuso
recipiente un pezzo di pechblenda; la macchina elettrica u
era una grande Holtz a due dischi; le esperienze furono
nell'aria compressa da una pompa capace di raggiungere
atmosfere.

Il potenziale esplosivo era determinato mediante un
trometro del Righi, la pressione mediante un ordinario m
metro metallico; in quanto alla distanza fra i due elettro
misurata nel seguente modo: disposto lo spinterometro v
cale, si mirava con un catetometro una punta P posta s
estremità dell'asta che porta l'elettrodo mobile, e si facev
lettura quando gli elettrodi erano a contatto e quando e
alla distanza da determinarsi.

Per portare gli elettrodi a contatto, dapprima guardavamo attraverso al tappo di quarzo le scintille che avvenivano fra gli elettrodi e avvicinavamo quello mobile all'altro fino a farle sparire; allora giudicavamo che il contatto era avvenuto.

Però trovammo più sicuro adoperare per questa operazione una pila, i poli della quale si mettevano in comunicazione con gli elettrodi dello spinterometro attraverso a un galvanometro. L'avvicinamento degli elettrodi si faceva cautamente fino al momento in cui il galvanometro accusava, con una violenta deviazione, il contatto.

La misura della distanza degli elettrodi fatta con questo metodo riusciva della massima precisione, e ogni osservazione isolata era affetta da un errore medio che non superava il $^1/_{100}$ di millimetro.

Il catetometro usato è un ottimo apparecchio costruito dal Nöe e permette la lettura fino al $^1/_{200}$ di millimetro.

5. Il procedimento generale delle esperienze era il seguente: l'elettrodo posto in comunicazione con la massa del recipiente, veniva messo a terra, mentre l'altro elettrodo si manteneva in comunicazione con un polo della macchina elettrica, di cui l'altro polo era al suolo.

Così disposte le cose si comprimeva l'aria nel recipiente fino alla pressione di 100 atmosfere circa e si regolava la distanza degli elettrodi in modo da lasciare scoccare le scintille: letto il potenziale corrispondente, si lasciava sfuggire da un rubinetto l'aria per diminuire la pressione, poi si allontanavano gli elettrodi finchè il potenziale esplosivo non era ritornato uguale a quello della lettura precedente; così si continuava per pressioni decrescenti, variando sempre la distanza in modo da mantenere il potenziale esplosivo costante.

6. Nelle tabelle seguenti riportiamo due serie di risultati; in esse la prima colonna contiene il potenziale esplosivo V espresso in unità arbitraria (divisioni della scala), la seconda la densità *d* del gas, nella terza la distanza *a* degli elettrodi e nell'ultima il prodotto *a.d*

V	d	a	$a.d$
185	102.0	0.10	10.20
185	87.0	1.12	10.44
185	70.0	0.16	11.20
185	54.0	0.20	10.80
185	46.0	0.24	11.04
185	37.0	0.28	10.36
185	23.1	0.42	9.70
185	14.1	0.76	10.43
185	1.6	6.32	10.11
		media	10.69

V	d	a	$a.d$
140	92.0	0.14	12.88
140	75.0	0.18	13.50
140	63.0	0.20	12.60
140	52.0	0.24	12.48
140	42.0	0.30	12.60
140	32.0	0.34	10.88
140	16.1	0.66	10.63
140	11.1	0.90	10.35
		media	12.03

In queste misure non ci fu possibile ottenere grandi riazioni del prodotto *a.d* come sarebbe stato desiderabile, chè a 100 atmosfere la distanza esplosiva era di $^1/_{10}$ di r metro, ossia tale da non permettere una ulteriore diminuzi Quindi per variare fra limiti più estesi il prodotto *a.d* c'era altra via che diminuire l'intervallo delle pressio adoperare una macchina più potente; ma il vantaggio cl

sarebbe ottenuto sarebbe stato assai discutibile, perchè nel primo caso si sarebbe diminuito il campo dell' osservazione, nell'altro si sarebbe aumentata la distanza fra gli elettrodi in modo da non rendere più ammissibile l' ipotesi che il campo elettrico fra di essi fosse costante.

7. Per giudicare della precisione delle nostre determinazioni, vediamo di quali errori sono affette le nostre misure.

La misura della pressione era fatta con l'approssimazione di $^1|_{10}$ di atmosfera e quella della distanza era affetta da un *error medio* di $^1|_{100}$ di mm. Il prodotto *a.d* conseguentemente è, per quanto riguarda le misure, approssimato a meno del $10\,^0|_0$. Per conservare nella misura dei potenziali quest'ordine di approssimazione, sarebbe bastato fare la lettura dell' elettrometro a meno di 14 divisioni della scala; ma nel fatto la misura di V era assai più precisa, perchè era approssimata a meno del $3\,^0|_0$. Osservando allora che i diversi valori del prodotto *a.d* dati dalle tabelle non si discostano dalla media di più del $10\,^0|_0$, si conclude che *la legge di Pachen nell' intervallo fra la pressione atmosferica e quella di 100 atmosfere è verificata nei limiti degli errori di osservazione.*

Appunto alla Nota di G. A. MAGGI :

SULLA TEORIA DELL' ATTRITO ETC.

(Nuovo Cimento (V) Vol. X pag. 240 , Vol. XI pag. 284).

Col significato dei simboli indicato in detta Nota coefficiente di λ_i nel sistema equazioni lineari formato sprimere le $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_\mu$ in funzione delle coordinate loro derivate rispetto a t, e delle forze impresse, riesc

$$\Sigma_j \left(L_i \frac{L_j}{M} + \ldots + P_i \frac{P_j}{P} + \ldots \right),$$

ed è quindi il quadrato della matrice che si ded quella delle equazioni di condizione (3), divivendo i coe L_i, M_i, N_i, P_i, Q_i, R_i relativi al pezzo rigido generico, sia per $\sqrt{M}$ e i rimanenti per $\sqrt{P}, \sqrt{Q}, \sqrt{R}$ rispettiva La caratteristica di quella matrice sarà quindi la stess per questa, e il suddetto determinante sarà per conse diverso da 0.

G. A. MAG

1) V. Nota prima, pag. 253.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

Lodge O. Physics and Chemistry. *Nature.* **76**, pag. 414. 1907.

Hahn O. L'ipotesi della disgregazione degli atomi. *Zeit. für Elektr.* **13**. N. 27. 1907.

Levin M. Alcune conseguenze di questa ipotesi. *Zeit. für Elektr.* **13**. N. 27, 1907.

Preston S. T. On certain Questions connected with astronomical Physics. *Phil. Mag.* (6). **14**, pag. 265, 1907.

Mathy E. Introduction à la théorie des tourbillons. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 619, 1907.

Pohl R. Die Bildung von Gasblasen in den Wänden erhitzter Entladungsröhre. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 306, 1907.

Lehmann O. Die wichtigsten Begriffe und Gesetze der Physik unter alleiniger Anwendung der gesetzlichen und der damit zusammenhängenden Masseinheiten. 58 pag. Berlin. J. Springer. 1907.

Schiapparelli G. Come si possa giustificare l'uso della media aritmetica nel calcolo dei risultati d'osservazione. *Rend. Ist. Lomb.* (2), **40**, pag. 753, 1907.

Hagenbach A. Die Stellung der Physik zu den Naturwissenschaften und der Technik. 25 pag. Leipzig, 1907.

Fuchs K. Ein Näherungsverfahren in der Methode der kleinsten Quadrate. *Zeit. f. Math. u. Phys.* **54**, pag. 437, 1907.

Jouguet. Sur les fluides physiquement semblables. *Compt. Rend.* **145**, pag. 475, 1907.

Martinsen H. Die Atomenergie de Gase. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 635, 1907.

L. B. The explosion of gases. *Nature.* **76**, pag. 470, 1907.

Arrhenius S. Das Werden der Welten. VI+208 pag. Leipzig. Akadem. Verlagsgesell. 1907.

Meerburg J. H. Motion of a metal wire through ice. *Konink. Akad. Wet. Amsterdam.* **15**, pag. 638, 1907.

Nutting P. G. Complete Form of Fechner's Law. *Bur. of Standards Bull.* **3**, pag. 59, 1907.

Dewar J. High Vacua and Helium at low Temperatures. *Engineering.* **83**, pag. 781, 1907.

Rebenstorff H. Weitere Verwendungen von Gummiballons *f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 224, 1907.

Konen H. Zur Frage des Unterrichts der Studierenden der sik an der Universitäten. *Zeit f. phys. u. chem. Un* pag. 231, 1907.

Richarz F. Bemerkungen über neue Methoden zum Nachwe Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe. *Zeit. f. ph chem. Unt.* **20**, pag. 238, 1907.

Rebenstorff H. Nachweis der Hygroskopie chemischer Stoffe *f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 243, 1907.

2. Densità.

Guye P. A. Recherches sur les densités des gaz exécuté 1904, 1905, et 1906 au Laboratoire de chimie physiq l'Universitè de Genève. *Archives de Genève.* 15 Luglio

Brown W. The densities and specific heats of some allo iron. *Roy. Dublin Soc.* 18 Giugno 1907.

Andrews L. W. and **Carlton H. A.** Density Curve of mi of Bromine and Chlorine. *Am. Chem. Soc. Journ.* **29**, pag 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

Crémieu V. Recherches comparées sur les forces de gravi dans le gaz et les liquides. *Bull. Soc. franç. de Phys.* pag. 83.

Reiger R. Ueber die Elastizität von Gelatinelösungen und Methode zur Bestimmung des Koagulationsgeschwindi *Phys. Zeit.* 8, pag. 537, 1907.

Waetzmann E. Einfache Methode zur annährnden Bestim von Trägheitsmomenten. *Phys. Zeit.* 8, pag. 506, 1907.

Girtler R. Ueber ein Problem der Elastizitätstheorie. *Phys* 8, pag. 507, 1907.

v. Mises R. Ueber die H. Lorenzsche Theorie der Kreisel *Phys. Zeit.* 8, pag. 509, 1907.

Lorenz H. Zur Theorie der Kreiselräder. *Phys. Zeit.* 8, pag 1907

Guillet L. Les méthodes modernes d'essais mécaniques de duits métallurgiques I. *Rev. gen. des Scienc.* **18**, pag. 615,

Guye C. E. et **Woelfle H.** Étude sur le variations du II m d'élasticité de l' « invar » en fonction de la températur *chives de Genève.* 15 Luglio 1907.

Carosi E. Vibrazioni di una lamina elastica rettangolare. 1 Foligno. G. Campi, 1907.

Kip H. S. A new Method for the Determination of the Har of Minerals. *Sill. Journ.* (4), **24**, pag. 23, 1907.

Benton J. R. The Strength and Elasticity of Spider Thread. *Sill. Journ.* (4), **24**, pag. 75, 1907.

Richarz F. Gewichtsänderungen von « Sanduhren » während des Fallens der Sandteilchen. *Sitzber. Ges. z. Bef. d. ges. Naturw. Marburg.* pag. 95, 1907.

Walker H. The variation of Youngsmodulus under an electric current. *Roy. Soc. Edinburgh.* 10 Giugno 1907.

Boggio T. Nuova risoluzione di un problema fondamentale della teoria dell'elasticità. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, 2. sem. pag. 248, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Picciati G. Sul moto di un cilindro indefinito in un liquido viscoso. *Rend. Accad. Lincei.* (5), **16**, pag. 174, 2° sem. 1907.

Fuchs K. Zur Mechanik der Kapillarschicht. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 807, 1907.

Pedersen S. D. On the Surface Tension of Liquids investigated by the Method of Vibration. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

Minkowski H. Kapillarität. *Enzyklop. d. Math. Wiss.* **5**, (1), pag. 558, 1907.

Ayrton. Experiments on the Production of Sand Ripples on the See Shore. *Phys. Soc. London.* 28 Giugno 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Shaw W. N. Air currents and the laws of ventilation. Cambridge. Univ. Press. X+94 pag. 1907.

Oettinger E. Ueber stationäre Gasbewegungen mit Berücksichtigung der inneren Wärmeleitung. 56 pag. Diss. Marburg, 1907.

6. Apparecchi.

Wood R. W. Ein einfaches Wassergebläse zum Betriebe von Gebläselampen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 517, 1907.

Dewar J. Note on the Use of the Radiometer in observing Small-gas Pressures. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

Miller W. L. A Manostat. *Journ. phys. chem.* **11**, pag. 392, 1907.

Bentell A. Quecksilberluftpumpe. *Zeit. f. chem. Appar. kunde.* **2**, pag. 212. 1907.

Rebenstorff H. Ein gefüllt bleibender Heber. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 242, 1907.

B. Fisica-chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

Berthelot D. Sur la compressibilité des gaz au voisinage de la pression atmosphérique. *Compt. Rend.* **145**, pag. 317, 1907.

Konovaloff D. Sur l'action mutuelle des corps en dissoluti
près les données de leurs tensions de vapeur. *Journ. de*
phys. **5**, N. 6, 1007.

Richards T. W. Nouvelles recherches sur les poids ato
Ber. d. deut. chem. Ges. **40**, N. 10, 1907.

Abel E. Ueber Zwischenreaktionskatalyse. *Zeit. für Elekt*
N. 33, 1907.

Hollevigue L. L'or vert et l'or bleu. *Journ. de Phys.* (4),
596, 1907,

Landolt H. Verminderung des Gesamtgewichtes chemisc
umsetzender Körper. *Zeit. für Elektrochem.* **13**, pag. 389

Mieli A. Sulle velocità di reazione e sulle loro derivate r
al tempo. *Gazz. chim. ital.* **37**, II, pag. 155, 1907.

Svedberg T. Ueber die Bedeutung der Eigenbewegung de
chen in kolloidalen Lösungen für die Beurteilung de
tigkeitgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Thermody
Zeit. f. phys. Chem. **59**, pag. 451, 1907.

Porter A. W. The osmotic pressure of compressible Solut
any Degree of Concentration. *Roy. Soc.* 6 Giugno 190

Bose E. Proprietà fisiehe delle emulsioni. *Zeit. für Elekt*
13, 19 Luglio 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

von Wogau M. Die Diffusion von Metallen in Quecksilbe
für Elektroc. **13**, N. 33, 1907.

Walden P. Ueber organische Lösungs-und Jonisierungsmittel
Zeit. f. phys. Chem. **59**, pag. 385, 1907.

Liesegang R. E. Ueber die bei Diffusionen auftretenden
tungen. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 444, 1907.

Graham J. C. Diffusion von Salzen in Lösung. *Zeit. f*
Chem. **59**, pag. 691, 1907.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Angelucci O. Elettrolisi del nitrato di torio. *Rend. Acc.*
(5), **16**, pag. 196, 2° sem. 1907.

Kollock L. G. et **Smith E. F**. L'effet de l'acide sulfuriq
le depôt des metaux quand on emploie une cathode d
cure et une anode tournante. *Journ. of Amer. Chem.*
N. 6, 1907.

Couchet C. et **Chauffat W**. L'électrolyse du nitrate de
dissous par le courant alternatif à 47 périodes. *Zeit. f*
lektroc. **13**, N. 27, 1907.

Foerster F. Ueber den Einfluts der Temperatur auf die e
lytische Metallabscheidung. *Zeit. für Elektroc.* **13**,
1907.

Kurnakoff N. S. e **Zemczuny S. F.** Conducibilità elettrica delle soluzioni metalliche solide. *Zeit. f. anorg. Chem.* **53**, N. 2, 1907.

Wilkinson J. A. and **Gillet H. W.** Polarisation voltages of silver nitrate solutions. *Journ. phys. Chem.* **11**, pag. 382, 1907.

Luther R. Elektrochemische Aktivierungserscheinungen. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, pag. 437, 1907.

Prud'homme M. Beziehungen zwischen der molekularen Leitfähigkeit von Elektrolyten und der Verdünnung. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 471, 1907.

Guertler W. Ueber den elektrischen Leitunswiderstand metallischer Mischkristalle. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 441, 1907.

Lorenz R. Die elektrolytische Dissociation geschmolzener Salze. *Chem. Ber.* **40**, pag. 3308, 1907.

Walden P. Ueber organische Lösungs-und Ionisierungsmittel. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 87, 1907.

Scarpa O. Sulla sintesi dell'anidride nitrosa col metodo di Helbig. *Gazz. chim. ital.* **37**, II, pag. 185, 1907.

Mumm O. Ueber die Einwirkung von Sauerstoff auf wässerige Lösungen und über die Vorgänge bei der elektrolytischen Wasserzersetzung und in der Knallgaskette. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 459, 1907.

Mumm O. Die Kathode einer Zersetzungzelle als Autooxydator bei Autoxydationsvorgängen. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 492, 1907.

Mumm O. Die Anode einer elektrolytischen Zersetzungszelle als Akzeptor bei Autoxydationsvorgängen. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 497, 1907.

Preuner G. Die Entladung des Anions der Essigsäure. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 670, 1907.

Arndt K. e **Wilner K.** Perturbazioni anodiche nell'elettrolisi delle sostanze in fusione. *Ber. d. Deut. Chem. Ges.* **40**, N. 11, 6 Luglio 1907.

Luther R. Fenomeni d'attivazione elettrochimica. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, 19 Luglio 1907.

Prudhomme M. Rapporto fra la conducibilità molecolare degli elettroliti e la diluizione. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, 9 Luglio 1907.

4. Fotochimica.

Villard P. Sur les actions chimiques de la lumière. *Bull. Soc. franc. de Phys.* pag. 5, 1907.

Ciamician G. et **Silber P.** Sur l'hydrolyse des acètones par la lumière. *Ann. de chim. et phys.* (8). **11**, pag. 433, 1907.

Coehn. Ueber die Einwirkung des Lichtes auf die Bildung d Schwefelsäure. *Zeit. f. Elektrochemie*. **13**, N. 33, 1907.

Trautz. Photochemische Untersuchungen. *Zeit. f. Elektrochem* **13**, N. 33, 1907.

Montagne P. J. Ueber Violettfärbung von Glas unter dem Ei flusse von Sonnenlicht. *Chem. Zentralbl.* **1**, pag. 1769, 190

Jodlbauer A. Ueber die Bedeutung des O-anwesenheit bei d photochemischen Reaktion im Ederschen Gemisch und in I senoxydlösungen. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 513, 1907.

Wildermann M. Galvanische durch Lichtwirkung erzeugte K ten. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 553, 703, 1907.

5. Termochimica.

Lemoult P. Chaleurs de combustion et de formation du phosphu gazeux d'hydrogène. *Compt. Rend.* **145**, pag. 374, 1907.

Mache H. Grundzüge einer Theorie der Explosionen. *Wien. A* pag. 296, 1907.

Mc Crea R. H. and **Wilson A.** The ignition point of sulph *Chem. News.* **96**, pag. 25, 1907.

Bousfield W. R. and **Lowry T. M.** The thermochemistry of el trolytes in relation to the hydrate theory of ionisation. *Fara Soc.* 25 Giugno 1907.

Richards T. W., Henderson L. J. und **Frevert H. L.** Ueb die adiabatische Bestimmung der Verbrennungswärmen org nischer Substanzen, insbesondere von Zucker und Benzol. *Ze f. phys. Chem.* **59**, pag. 532, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

Gaubert P. Sur l'emploi de matières étrangères modifiant l formes d'un cristal en voie d'accroissement pour détermin la symétrie cristalline. *Compt. Rend.* **145**, pag. 378, 1907.

Bose E. Für und wider die Emulsionsnatur der kristallinisch Flüssigkeiten. *Phys. Zeit.* 8, pag. 513, 1907.

Körbs A. Ueber die abweichende Lösungsgeschwindigkeit v schiedenartiger Krystallflächen in Wasser. *Zeit. f. Kryst.* 4 pag. 433, 1907.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Struycken H. J. L. Die Schwingungsart einer Stimmgabel u ihr Dekrement. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 643, 1907.

Cantor M. Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach I zeau und akustische Analogien. *Ak. d. Wiss. Wien.* 6 Giug 1907.

Blake L. I. Finding Direction by Means of submarine Sound Signals. *Phys. Rev.* **25**, pag. 141, 1907.

Wagner R. Die Schallenergie des elektrischen Funkens. *Wien. Anz.* pag. 300, 1907.

– Submarine Signalling. *West. Elect.* **40**, pag. 570, 1907.

2. Acustica fisiologica.

Glover J. Les moyens de cultures physique de la Voix. *Rev. gén. des Scienc.* **18**, N. 14, 1907.

3. Acustica musicale.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Shule W. Dynamique de l'écoulement de la vapeur dans les machines à piston. *Rev. de Mécanique.* **20**, N. 6, 1907.

Bernoulli A. L. Eine thermodynamisch-begründete Rekursionsformel der Atomgewichte. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, N. 33, 1907.

Pictet R. Entwickelung der Theorien und Verfahrungsweisen bei der Herstellung der flüssigen Luft. 137 pag. Weimar, 1907.

Born M. und **Oettinger E.** Variationsprinzipe der Wärmetheorie. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 572, 1907.

2. Teoria cinetica della materia.

Boltzmann L. und **Nabl J.** Kinetische Theorie der Materie *Enzyklop. d. math. Wiss.* **5**, (1), pag. 493, 1907.

3. Dilatazione e termometria.

Wagner. Ueber die Bestimmung des linearen Ausdehnungskoeffizienten und dessen Abhängigkeit von der Spannung durch Temperaturänderungen bei der Dehnung von Hartgummistäben. *Ak. d. Wiss. Wien.* 6 Giugno 1907.

Dorsey H. G. Coefficient of linear Expansion at low Temperatures. *Phys. Rev.* **25**, pag. 88, 1907.

Buckingham E. On the establishment of the thermodynamic scale of temperature by means of the constant pressure thermometer. *Bull. Bureau of Standards.* **3**, pag. 237, 1907.

4. Calorimetria.

Guinchant M. Azotate d'argent. Calorimétrie à haute température. *Compt. Rend.* **145**, pag. 320, 1907.

Rohland P. Ueber das Gesetz von Dulong-Petit. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 512, 1907.

White W. P. An accurate calorimeter. *Phys. Rev.* **25**, pag. 1907.

Kapp J. Versuche über das Verhältniss der spezifischen Wär eines Gasgemisches, 52 pag. Diss. Marburg. 1907.

Bilbrough S. E. Specific Heat of superheated Steam. *Eng.* **16**, pag. 433, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei ga

Trouton F. T. On the two Modes of Condensation of Water pour on glass Surfaces, and their Analogy with James Th son's Curve of Transition from Gas to Liquid. *Proc. Roy.* (A), **79**, pag. 383, 1907.

Rozic J. Beitrag zur Theorie der Lindeschen Luftverflüssigun maschine. *Zeit. f. Kompr. u. flüss. Gase.* **10**, pag. 117, 19

Baxter G. P., Hickey C. H. and **Holmes W. C.** Der Dampfdr des Jods. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, pag. 126, 1907.

Kamerlingh Onnes H. and **Braak C.** Isotherms of diatomic ses and their binery mixtures. VI. *Comm. Leiden.* N. 1907.

Kamerlingh Onnes H. Contributions to the knowledge of ψ-surface of Van der Waals XI. *Comm. Leiden.* N. 96, 19

Kamerlingh Onnes H. and **Keesom W. H.** Contributions to knowledge of the ψ-surface of Van der Waals. *Comm. Lei* N. 96, 1907.

Keesom W. H. Contributions to the knowledge of the ψ-surf of Van der Waals XIII. *Comm. Leiden.* N. 96, 1907.

Wartenberg H. Der Schmelzpunkt des reinen Wolframs. *Ch Ber.* **40**, pag. 3287, 1907.

Joung S. W. and **Burke W. E.** Further Studies of supercoo Liquids. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, pag. 329, 1907.

Mendenhall E. E. and **Ingersoll L. R.** The melting Points Rhodium and Iridium. and the Use of the Nernst glowe High Temperature Measurements. *Phys. Rev.* **25**, pag. 1907.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Mache H. und **Tagger J.** Eine einfache Methode zur Best mung der Wärmeleitungskonstante von Flüssigkeiten. *Ak der Wiss. Wien.* 4 Luglio 1907.

8. Calore raggiante.

Bottomley J. T. and **King F. A.** Thermal Radiation in absol Measure at very low Temperatures. *Roy. Soc. London.* Giugno 1907.

Waidner C. W. and **Burgess G. K.** The radiation from and the melting point of palladium and platinum. *Bull. Bur. of Standards.* **3**, pag. 163, 1907.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Guillet L. Sur l'obtention des températures élevées dans les recherches de laboratoires. *Compt. Rend.* **145**, pag. 334, 1907.

Féry C. Les nouvelles méthodes pyrométriques. *Rev. Scient.* (5), **8**, pag. 264, 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Mandelstam L. Ueber optisch homogene und trübe Medien. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 626, 1907.

Laub J. Zur Optik der bewegten Körper. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 738, 1907.

Grimsehl E. Optische Demonstrationsversuche. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 209, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Fritsch C. Ueber ultraviolettes Licht durchlassende Gläser. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 518, 1907.

Hutchinson A. Die optischen Eigenschaften des Antimonits. *Zeit. f. Krystall.* **43**, pag. 461, 1907.

Krenner J. Die Krystallform und optischen Eigenschaften des Schullerschen Arsensulfides. *Zeit. f. Krystall.* **43**, pag. 476, 1907.

Coblentz W. W. Influence of atomic Weight upon the maxima of Absortion and Reflection Bands. *Phys. Rev.* **25**, pag. 136, 1907.

Kynast R. Ueber die Reflexion an isotropen durchsichtigen Medien. 47 pag. Breslau, 1907.

Scheel K. Bestimmung der Brechungsexponenten von Gasen bei Zimmertemperatur und bei der Temperatur der flüssigen Luft. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 447, 1907.

Foix M. Théorie du rayonnement des manchons à incandescence. *Compt. Rend.* **145**, pag. 461, 1907.

Scheel K. Determinazione degli indici di rifrazione dei gas alla temperatura ordinaria e a quella dell' aria liquida. *Zeit f. Elektrochemie.* **13**, 19 Luglio 1907.

Keferstein H. Die Strahlenbegrenzung für Hohlspiegelbilder. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 221, 1907.

Stroman A. Versuche zur Farbenzerstreuung. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 240, 1907.

3. Spettroscopia.

Messerschmitt J. Die Emissionsspektren des Selens. *Zeit. f. wiss Phot.* **5**, pag. 249, 1907.

Wood R. W. Die Temperaturstrahlung des Joddampfes. *Phys. Zeit* 8, pag. 517, 1907.

Pfund A. H. A redetermination of the Wave-Lengths of the Iron Lines. *Phys. Rev.* **25**, pag. 140, 1907.

v. Baeyer O. On the structure of the finest spectral lines. *Astrophys. Journ.* **25**, pag. 267, 1907.

Jechel P. Untersuchungen über das Spektrum von Sr im Orangen und Roten. **29** pag. Diss. Bonn, 1907.

Hartley W. N. Some devices for facilitating the study of spectra. *Roy. Dublin Soc.* 21 Mag. 1907.

Hartley W. N. Note on the spectra of calcium and magnetim. *Roy. Dublin Soc.* 21 Mag. 1907.

Kühne G. Ueber das Bandenspektrum des Bor. 31 pag. Bonn, 1907.

Beetz W. Ueber die bisherigen Beobachtungen im ultraroten Spektrum. 45 pag. Leipzig, 1907.

Goldstein E. Ueber zweifache Linienspektra chemischer Elemente. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 321, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

— Ueber den Wirkungsgrad der gebräuchlichsten Lichtquellen. *Zeit. f. Beleuchtungsw.* **13**, pag. 165, 175, 185, 1905, 1907.

Hyde E. P. An explanation of the short life of frosted lamps. *Bull. Bur. of Stand.* **3** pag. 341, 1907.

5. Luminescenza.

De Kowalski J. et **Garnier C.** Sur l'optimum de phosphorescence *Compt. Rend.* **145**, pag. 391, 1907.

Morse H. W. Studies on fluorite. IV. *Proc. Amer. Acad.* **43**, pag. 1, 1907.

Trautz M. Bericht über die Lumineszenz bei chemischen Vorgängen. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elehtronik.* **4**, pag. 136, 1907.

6. Fotografia.

Lehmann H. Ueber eine neue Kornlose Platte für Lippmann-Photographie. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 279, 1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

Gehrke E. und **Reichenheim O.** Interferenzen planparalleler Platten in kontinuirlichen Spektrum. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 745, 1907.

Mach E. Die Phasenverschiebung durch Reflexion an den Jaminsche Platten. *Ak. d. Wiss. Wien.* 4 Luglio 1907.

Cajal S. R. Die Struktur der Lippmannschen Photochromien. *Zeit. f. wiss. Phot.* 5, pag. 213, 1907.

Lord Rayleigh. On the Dynamical Theory of Gratings. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

Giesing R. Investigations on plane reflection gratings with reference to their use in the absolute determination of wavelengts. *Astrophys. Journ.* **25**, pag. 237, 1907.

Maey E. Anfertigung von Interferenzprismen. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 239, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Cesaro G. Lignes incolores des lames biaxes parallèles au plan des axes optiques. *Bull. Ac. Roy. Bruxelles.* N. 5, 1907.

Terradas E. Su alcuni fenomeni di polarizzazione in luce convergente osservabili in lamine di quarzo destrogiro sovrapposte, di eguale spessore, normali all'occhio, intercalando delle lamine di mica di $\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{3}{8}$ o $\frac{1}{8}$ di λ. *Ann. de la Soc. espan. de Fis. y Quim.* (Madrid), **5**, N. 44, 1907.

Filon L. N. G. Preliminary Note on a new Method of measuring directly the double Refraction in strained Glass. *Proc. Roy. Soc.* **79**, pag. 440, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Scholtz M. Die optisch-aktiven Verbindungen des Schwefels, Selens, Zinnes, Siliciums und Stikstoffs, 40 pag. Stuttgart, 1907.

Brühl J. W. Remerkungen zu O. Schmidts Beiträgen zur Spektrochemie des Stickstoffs. *Zeit. f. phys. Chem.* **59**, pag. 507, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Burch G. J. Cases of Color Blindness. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

11. Apparecchi.

Culmann P. Spectrographe pour les spectres visible et ultraviolet. *Bull. Soc. franc. de Phys.* pag. 60, 1907.

Houdaille M. Obbiettivo fotografico con una lente di vetro d'Uranio. *Bull. Soc. franc. de Phot.* **23**, pag. 219, 1907.

Féry C. Spectrophotomètre pour l'étude des gaz incandescents. *Soc. franc. de Phys.* 5 Luglio 1907.

Mullendorff A. Les lunettes à prismes. *Arch. trim. Inst. Grand-Ducal de Luxembourg.* **3**, **4**, pag. 8, 1907.

Haber F. Das Gasrefraktometer. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 460, 1907.

Klima J. Etwas vom Hohlspiegel. *Zeit. f. Lehrm. w. u. pädagog. Lit.* **3**, pag. 7, 39, 1907.

Yves F. E. Un nouveau calorimètre. *Journ. of the Franklin* **164**, N. 1, Luglio 1907.
v. Rohr M. Ueber ein neues Spiegelstereoskop nach S. Pi *Zeit. f. Instr. Kunde*, **27**, pag. 255, 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Weiss P. L'hypothèse du champ moléculaire et la proprieté magnetique. *Bull. Soc. franc. de Phys.* pag. 95, 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Weiss P. Électroaimant de grande puissance. *Bull. Soc. fra Phys.* pag. 124, 1907.
Gans R. Ein Étalon für variable magnetische Fedstärken. *Zeit.* 8, pag. 523, 1907.
Donati L. Esperienze sulla propagazione di flussi magnetic ternativi lungo un fascio di fili di ferro. *Elettricista.* (pag. 241, 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Kolácek F. Zur Theorie der elektromagnetischen Gleichung bewegten Medien. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 698, 190
Levi-Civita T. Sur le mouvement de l'électricité sans liaiso forces extérieures. *Comp. Rend.* **145**, pag. 417, 1907.
De Heen P. L'energie matière. La théorie des électrons théorie du potentiel. *Bull. Ac. Roy. Belg. Bruxelles.* 1907.
Searle G. F. C. On the Force required to stop a moving el fied Sphere. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.
Larmor J. On the range of Freedom of Electrons in Metals. *Mag.* (6), **14**, pag. 312, 1907.
Guillet A. Électrobalistique. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 1907.
Planck P. Nachtrag zu der Besprechung der Kaufmanns Ablenkungsmessungen. *Verh. c. Deut. phys. Ges.* **5**, pag. 1907.
Righi A. Sull'ipotesi della natura elettrica della materia. 59 Bologna. N. Zanichelli, 1907.
Becquerel H. Sur les électrons. *Bull. des Électr.* (2), **7**, pag. 1907.
Carpini C. Gli elettroni e la trasformabilità dei corpi. 15 Chieti. C. Di Sciullo, 1907.

Lorentz H. A. Ueber positive und negative Elektronen. *Jahrb. d. Rad. u. Elektr.* 4, pag. 125, 1907.

Koenigsberger J. Stand der Forschung über die Elektrizitätsleitung in festen Körpern und ihre Beziehung zur Elektronentheorie. *Jahrb. d. Rad. u. Elektr.* 4, pag. 158, 1907.

Mathy E. Potential d'une couronne circulaire électrique de largeur infinitement mince et de densité superficielle égale à l'unité. *Nouv. Ann. de Mathém.* (4), 7, Giugno 1907.

2. Elettrostatica. Macchine elettriche.

Wommelsdorf H. Ueber die Abhängigkeit von Polarisator-widerstand, Scheibendicke und Scheibenabstand der Influenzmaschinen. *Ann. der Phys.* (4), **23**, pag. 601, 1907.

Wommelsdorf H. Eine neue Art von Influenzmaschinen mit allseits in festes Isolationsmaterial eingebetteten Sektoren. *Ann. der Phys.* (4), **23**, pag. 609, 1907.

Eickhoff W. Ueber Messung des Funkenwiderstands in Kondensatorkreisen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 494, 1907.

Eickhoff W. Ueber Messung an unterteilten Funkenstrecken. *Phys. Zeit.* 8, pag. 497, 1907.

Benoist L. Utilisation rationelle des électromètres à feuille mobile. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 604, 1907.

v. **Lang V.** Versuche im elektrostatischen Wechselfelde. *Wien. Anz.* pag. 278, 1907.

Lampa A. Ueber eine einfache Anordnung zur Herstellung eines elektrostatischen Drehfeldes. *Wien. Anz.* pag. 278, 1907.

Melander G. Ueber die Erregung statischer elektrischer Ladungen durch Bestrahlung. II. *Ofvers. Finsk. Vet. Soc. Förhandl.* **49**. N. 13, 1907.

Kennelly A. E. et **Whiting E. S.** Capacità elettrostatica fra un cilindro metallico verticale e il suolo. *Electr. Rev.* **61**, N. 1547, 19 Luglio 1907.

Grover F. W. The simultaneous measurement of the Capacity and Power Factor of Condensers. *Phys. Rev.* **25**, pag. 74, 1907.

Lutz C. Elektrizitätserregung durch Reibung von Wasser an Paraffin. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 234, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Occhialini A. La scintilla fra elettrodi roventi. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 191, 2° sem. 1907.

Maresca S. La quantità di elettricità cui dà passaggio la scintilla d'induzione a basse pressioni. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 113, 2° sem, 1907.

Wagner H. Sur la loi de Paschen. *Journ. de Phys.* (4), **6**
615. 1907.

Wilson H. A. and **Martyn G. H.** On the Velocity of Ro
of the electric Discharge in Gases at low Pressures in
dial magnetic Field. *Proc. Roy. Soc.* **79**, pag. 417, 190

Schuster A. Velocity of metallic Particles in Spark Discl
Astrophys Journ. **25**, pag. 277, 1907.

Eickhoff W. Ueber das Sprühen von Kondensatoren. *Phys.*
8. pag. 564, 1907.

4. Sorgenti di elettricità. Polarizzazione.

Wiechmann. L'élément Delef. *Elektrochem. Zeit.* **14**, N. 4,

Stähli F. Spannungs-und Kapazitätsmessungen an Trockenel
ten. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 869, 1907.

Hulett G. A. Mercurous Sulphate, Cadmium Sulphate an
Cadmium Cell. *Phys. Rev.* **25**, pag. 16, 1907.

5. Conducibilità. Resistenza.

Niccolai G. Sulla resistenza elettrica di leghe molto resist
temperature molto alte e molto basse. *Rend. Acc. Lince*
16, pag. 185, 2° sem. 1907.

Blake F. C. Der Einfluss von Temperatur und Quermagn
rung auf den Widerstand des Wismuts und Nickels. *V*
deut. phys. Ges. **5**, pag. 294, 1907.

Rosa E. B. and **Babcock H. D.** On the Variations of Res
ces with atmospheric humidity. *Phys. Rev.* **25**, pag. 71,

6. Fenomeni termici.

Cermak P. Der Peltiereffekt Ni-Cu zwischen 20° und 450
d. Wiss. Wien. 20 Giugno 1907.

Radakovits J. Ueber eine Beziehung zwischen Wärmeleitun
Thomsön-Effekt. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 505, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Cohen L. The Influence of Frequency on the Resistance a
ductance by Coils. *Phys. Rev.* **25**, pag. 143, 1907.

Wagner K. W. Zu den Vorschlägen zur Definition der In
vitäten gestreckter Leiter. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 673,

Rosa E. B. The mutual inductance of a circle and a coaxi
gle layes coil, the Lorenz apparatus and the Ayrton
absolute electrodynamometer. *Bull. Bur. of Stand.* **3**, pa
1907.

Cohen L. An exact formula for the mutual inductance of c
solenoids. *Bull. Bur. of Stand.* **3**, pag. 295, 1907.

Rosa E. B. and **Cohen L.** The mutual inductance of coaxial solenoids. *Bull. Bur. of Stand.* **3**, pag. 305, 1907.

Cohen L. An exact Formula for the mutual Inductance of coaxial Solenoids. *Phys. Rev.* **25**, pag. 78, 1907.

Rosa E. B. A new Method for the absolute Measurement of inductance. *Phys. Rev.* **25**, pag. 79, 1907.

Rosa E. B. The Lorenz apparatus. *Bull. Bur. of Stand.* **3**, pag. 209, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

Tissot C. Réalisation de la syntonie par l'émploi de détecteurs bolométriques. *Bull. Soc. Franc. de Phys.* pag. 28, 1907.

Jollos A. Ueber Hochfrequenzladung. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 719, 1907.

Turpain A. La production des ondes électriques entretenues et la télégraphie sans fil syntone. *Rev. électr.* **7**, N. 84, 1907.

v. **Traubenberg H.** und **Hahnemann W.** Untersuchungen der Dämpfung von Funkenstrecken in Schwingungskreisen der Hochfrequenztechnik. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 498, 1907.

Fleming J. A. Some Observations on the Poulsen Arc as a means of obtaining Continuous Electrical Oxcillations. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 254, 1907.

Eisenstein S. Versuche mit ungedämpften Schwingungen. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 830, 1907.

Coffin J. G. The Effect of frequency upon the Capacity of Absolute Condensers. *Phys. Rev.* **25**, pag. 123, 1907.

White W. P. On the measurement of the Intensity and Damping of Hertzian Waves in Air. *Phys. Rev.* **25**, pag. 138, 1907.

Diesselhorst H. Analyse elektrischer Schwingungen mit dem Glimmlichtoszillographen. *Verh. d. Deut. phys. Ges.* **5**, pag. 318, 1907.

Russel J. The superposition of mechanical vibrations, electrical oscillations upon magnetisation, and conversely, in iron, steel and nickel. *Electrician.* **59**, pag. 480, 1907.

Austin L. W. The production of high frequency oscillations from the electric arc. *Bull. Bur. of Stand.* **3**, pag. 325, 1907.

Soisson G. Les mouvements oscillatoires et l'électricité. *Arch. trimestr. Inst. Grand Ducal de Luxembourg.* **3**, **4**, pag. 14, 1907.

Laugwitz M. Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten nichtmetallischer Gitter gegenüber elektrischen Wellen. 44 pag. Breslau, 1907.

Tissot C. Ueber die Prüfung des Gesetzes des Quadrates der Entfernung in der Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen mittels des Bolometers. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 889, 1907.

Pierce W. G. Crystal Rectifiers for Electric Currents and tric Oscillations. I. *Phys. Rev.* **25**, pag. 31, 1907.

Cartmell W. B. The Extra-transmission of electric Waves. *Rev.* **25**, pag. 64, 1907.

Coffin J. G. The effect of frequency upon the Capacity of lute Condensers. *Phys. Rev.* **25**, pag. 71, 1907.

Taylor J. E. Electric Wane Propagation. *Electr. Rev.* **60**, pa 698, 743. 781, 1907.

Austin L. W. The Arc Method of producing electric Oscill *Electrician.* **59**, pag. 632, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Geiger L. Ueber die Begleitererscheinung des inversen lo dinalen Zeamaneffectes. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 758

Paschen F. Ueber die absolute Messung des Zeeman-Ef *Phys. Zeit.* 8, pag. 522, 1907.

Zeemann P. Neuere Fortschritte in der Magneto-Optik. *N Rund.* **22**, pag. 390, 1907.

Becquerel J. Sur les variations des bandes d'äbsortion de staux de parisite et de tysonite dans uu champ magné la température de l'air liquide. *Compt. Rend.* **145**, pa 1907.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Stark J. Bemerkung zu Hrn. Paschens Mitteilung über de pler-Effekt bei den Kanalstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), 2 798, 1907.

Innes P. D. On the Velocity of the Cathode Particles emi various Metals under the Influence of Röntgen Rays Bearing on the Theory of Atomic Disintegration. *Ro London.* 27 Giugno 1907.

Jorissen W. P. und **Ringer W. E.** Die Wirkung von Kat strahlen auf Uranoxyduloxyd. *Chem. Zentralbl.* **1.** pag 1907.

Fürstenau R. Der Röntgentiefenmesser. *Der. Mecan.* **15**, p 1907.

Adams J. M. A Spectrum of the Röntgen Rays from a Tube, and the Relatively Selective Absorption of R Rays in certain Metals. *Sill. Jcurn.* (4), **23**, pag. 91,

Sterba J. Ueber chemische Einwirkung der Kathodenst *Monatsh. f. Chem.* 28, pag. 397, 1907.

Campbell A. A. S. The mechanical Effects of canal-ray *Soc. London.* 6 Giugno 1907.

Wind C. H. Origin of Röntgen Rays. *Proc. Acad. Amster* pag. 714, 1907.

13. Radioattività e ionizzazione.

Schmidt H. W. Ueber Reflexion und Absorption von β-Strahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 671, 1907.

Ramsay W. Ueber Radiumemanation. *Phys. Zeit.* 8, pag. 521, 1907.

Innes P. D. On the velocity of the kathode Particles emitted by various Metals under the Influence of Röntgen Rays, and its bearing on the Theory of Atomic Disintegration. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

Occhialini A. Sulla dispersione elettrica dei metalli riscaldati. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 119, 2' sem. 1907.

Sarazin E. et **Tommasina T.** Sur quelques modifications qui produisent le dédoublement de la courbe de désactivation de la radioactivité induite. *Compt. Rend.* **145**, pag. 420, 1907.

Curie S. Sur le poids atomique du radium. *Compt. Rend.* **145**, pag. 422, 1907.

Kolowrat L. Sur le dégagement de l'émanation par les sels de radium à diverses températures. *Compt. Rend.* **145**, pag. 425, 1907.

Voller. La radioattività. *Zeit. für Elektr.* **13**, N. 27, 1907.

Marckwald W. La conduite chimique des substances radioactives. *Zeit. für Elektr.* **13**, N. 27, 1907.

Meyer G. Svolgimento di He dalle sostanze radioattive. *Zeit. für Ele.tr.* **13**, N. 27, 1907,

Henrich B. L'attività dell'aria e delle acque di sorgente. *Zeil. für Elektr.* **13**, N. 27, 1907,

Meitner L. Ueber die Zerstreuung der α-Strahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 489, 1907.

Costanzo G. und **Negro C.** Ueber die durch die Blätter der Pflanzen hervorgerufene Ionisation. *Phys. Zeit.* 8, pag. 491, 1907.

Moulin M. Rayon secondaires cathodiques des rayons α. *Soc. franc. de Phys.* 5 Luglio 1907.

v. **Sury J.** Radioactivité de quelques sources minérales suisses. *Archives de Genève.* 15 Luglio 1907.

Thomson J. J. On the electrical Origin of the Radiation from hot Bodies. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 217, 1907.

Eve A. S. and **Mc Intosch D.** The Amount of Radium present in Typical Rocks in the immediate Neighbourhood of Montreal. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 231, 1907.

Soddy F. and **Mackenzie T. D.** The Relation between Uranium and Radium. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 272, 1907.

Thomson J. J. Rays of Positive Electricity. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 295, 1907.

Griffith I. O. The Relation between the Intensity of the Ultraviolet Light falling on a Negatively-charged Zinc Plate and

the Quantity of Electricity which is set free from th face. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 297, 1907.

Martyn H. G. The Discharge of Electricity from hot I *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 306, 1907.

Holman W. F. Fatigue and Recovery of the Photoelectric rent. *Phys. Rev.* **25**, pag. 81, 1907.

Winchester G. The Effect of Temperature upon the Disch Electricity from Metals Illuminated by Ultraviolet Light. *Rev.* **25**, pag. 103, 1907.

v. Lerch E. Die Natur der radioaktiven Strahlung. *Zeit. f. trochem.* **13**, pag. 372, 1907.

Mügge O. Radioaktivität als Ursache der pleochroitischen des Cordierit. *Zentralbl. f. Miner.* pag. 397, 1907.

Cameron A. T. and **Ramsay W.** Some Properties of Radi manation. *Chem. News.* **96**, pag. 8, 1907.

Boltwood B. B. On the Ultimate disintegration Products Radioaktive Elements. II. The Disintegration Products ranium. *Sill. Journ.* (4). **23**, pag. 78, 1907.

Giesel F. Ueber die ersten Zerfallsprodukte des Aktinium eine neue Emanation und über Bildung von Helium aus nium. *Chem. Ber.* **40**, pag. 3011, 1907.

Strong W. W. Ionisation in closed vessels. *Science.* (N. S pag. 52, 1907.

Halm O. Ueber die Strahlung der Thoriumprodukte. *Chem* **40**, pag. 3304, 1907.

Hofmann K. A. und **Wölfl V.** Radioactive lead and Grig reaction. *Chem. News.* **96**, pag. 13, 1907.

Curie S. Actien de la pesanteur sur le dépôt de la radioa induite. *Compt. Rend.* **145**, pag. 477, 1907.

Szilárd B. Sur la radioactivité du molybdate d'uranyle. *C Rend.* **145**, pag. 480, 1907.

Sarasin E. et **Tommasina T.** De l'effet des écrans en toi tallique sur le rayonnement secondaire de radioactivi duite. *Compt. Rend.* **145**, pag. 482, 1907.

Giesel F. Sui primi prodotti di decomposizione dell'attinio nium), su una nuova emanazione e sulla formazione de per mezzo dell'attinio. *Ber. d. deut. Chem. Ges.* **40**, 6 Luglio 1907.

Tufts F. L. The relation between Luminosity and electrica ductivity of flames. *Phys. Rev.* **25**, pag. 70, 1907.

Hoffmann G. Ionenbeweglichkeit und Wertigkeit von Thori *Phys. Zeit.* 8, pag. 553, 1907.

Mc Lennan J. C. Die Radioaktivität des Bleies und andere talle. *Phys. Zeit.* 8, pag. 556, 1907.

Boltwood B. B. Ueber die Radioaktivität von Thoriumsalzen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 556, 1907.

Przibram K. Ueber die Kondensation von Dämpfen in ionisierten Gasen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 561, 1907.

Stark J. und **Giesel F.** Die Lichtemission von Luft und Helium unter dem Einfluss der α-Strahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 580, 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Berndt G. W. Ueber Stromschwankungen an Gleichstromdynamos. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 805, 1907.

Duddell W. The Arc and the Spark in Radiotelegraphy. *Nature.* **76**, pag. 426, 1907.

Villard P. Sur une génératrice destinée à la télégraphie sans fil. *Compt. Rend.* **145**, pag. 389, 1907.

Plivelic S. Die Uebertragung der elektrischen Signale mittels eines Drahtes, ohne Benutzung der Erde, beziehungsweise drahtlos durch Wasser, Erde u. s. w. *Ak. d. Wiss. Wien.* 6 Giugno 1907.

Koppes J. Nouvelle forme de cohéreur pour la télègraphie sans fil, *Arch. trim. Inst. Grand Ducal de Luxembourg.* **3**, **4**, pag. 1, 1907.

Hytten E. Die neuesten Formen des Telegraphons. *Elektr. Zeit.* 28, pag. 870, 1907.

Pickard G. W. Use of a non-earthed closed Circuit as Receiving-circuit in Wireless Telegraphy. *Electr. Rev.* **50**, pag. 985, 1907.

Fessenden R. A. Wireless Telegraphy during Daylight. *Electrician.* **59**, pag. 604, 1907.

Cohen L. Inductive Disturbances in Telephone Lines. *Amer. Inst. Electr. Engin. Proc.* **26**, pag. 765, 1907.

Hettinger J. A selective Wireless Telegraph Method. *Electr. Eng.* **39**, pag. 860, 1907.

Lindemann R. Die Entwickelung der drahtlosen Telegraphie. *Deut. Mech. Zeit.* 1 Agosto 1907.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

Wulf T. Ein neues Elektrometer für statische Ladungen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 527, 1907.

Whithe W. P. Thermokraftfreie Kompensationsapparate mit kleinem Widerstand und konstanter Galvanometerempfindlichkeit. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, pag. 210, 1907.

Irwin J. I. Wattmetri ed oscillografi termici. *The Electrician,* 31 Maggio 1907 .

Armagnat H. Appareils de mesure divers. *Rev. électr.* **7**, 1907.

Abraham H. Rhéographe à induction Abraham-Carpentie dèle de projections. *Soc. franc. de phys.* 5 Luglio 190

Campbell A. On a Standard of Mutual Inductance. *Roy London.* 27 Giugno 1907.

Ayrton W. E., Mather T. and **Smith F. E.** A new C Weigher. *Roy. Soc. London.* 27 Giugno 1907.

Taylor Jones E. A short-period Electrometer and its use termining the Frequencies of slow Electrical Oxcillation. *Mag.* (6), **14**, pag. 238, 1907.

Wenner F. The Effect of the Time of Passage of a Quant Electricity on the Throw of a Ballistic Galvanometer. *Rev.* **25**, pag. 139, 1907.

Goldstein E. Notiz über Schaltvorrichtungen für Entladung en. *Verh. d. Deut. phys. Ges.* **5**, pag. 315, 1907.

Porter R. A. Laboratory apparatus for measurement of the on a current-carrying conductor lying in a magnetic *Science* (N. S), **26**, pag. 53, 1907.

Nesper E. Ein Universal-messinstrument der Hochfreque chuik. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 849, 1907.

Taylor A. H. Theory of Control of the alternating Curren vanometer. *Phys. Rev.* **25**, pag. 61, 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teorie.

Alippi T. Sur un phénomène acoustique d'origine terrest atmosphérique. *Ciel et Terre.* **28**, N. 9, 1907.

Bracke A. Trainées de pluie èquidistantes. *Rev. néphol.* 1907.

Murray J. and **Pullar L.** Studio batimetrico dei laghi d' dolce di Scozia. *The Scott. Geogr. Mag.* **22**, N. 7, 190

Maurer J. Ueber die Strahlung einer freien Schneefläche soluten Masse und die Schneefälle im Winter 1906|07 Schweiz. *Met. Zeit.* **24**, pag. 295, 1907.

Trabert W. Zur Messung der Tropfengrösse bei Regenfällen. *Zeit.* **24**, pag. 320, 1907.

Störmer C. Sur les trajectoires des corpuscules électrisés l'espace sous l'action du magnétisme terrestre avec ap tion aux aurores boréales. *Arch. de Genève.* 15 Luglio 1

v. Hermann C. F. Problems in meteorology. *Month. Weath.* **35**, pag. 18 1907.

Rotch A. L. The danger of overspecialization. *Science.* **25**, 841, 1907.

— Problems in Mixtures of air und vapor. *Month. Weath. Rev.* **35**, pag. 19, 1907.

Proctor W. F. The growth of fog in unsaturated air. *Month. Weath. Rev.* **35**, pag. 22, 1907.

Gardiner J. S. Measurement of the height of clouds by reflectores. *Geogr. Journ.* **29**, pag. 233, 1907.

Garriot E. B. Forecast and Warnings. *Month. Weath. Rev.* **35**, pag. 1, 1907.

Börnstein R. Wetterdienst. *Wetter.* **24**, pag. 119, 1907.

Barus C. Changes of the colloidal nucleation of dust-free wet air in the lapse of time. *Amer. Journ. of Science.* **23**, pag. 202. 1907.

Nagaoka H. Note on the Propagation of Oceanic Waves. *Proc. of the Tokyo Math. phys. Soc.* (2), **4**, N. 5, pag. 113, 1907.

Terada T. Notes on seiches. *Proc. of the Tokyo. Math. phys. Soc.* **3**, pag. 174, 1907.

Kassner C. Schneginrlanden. *Wetter.* **24**, pag. 141, 1907.

Cornish V. Les ondes progressives et stationnaires dans les rivières. *Engineezing.* **84**, N. 2166, 5 Luglio 1907.

Nagaoka H. Ocean Waves. *Phys.-math. Soc. Tokyo Proc.* **4**, **5**, pag. 113, 1907.

Ekman V. W. Waves produced by a given Distribution of Pressure which travels over the Surface of Water. *Ark. f. Mat. Astron. och Pysik. Stockholm.* **3**, pag. 1, 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Venturi A. Terza campagna gravimetrica in Sicilia. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 91, 1907, 2° sem.

Matha M. Résultats des observations d'intensité de la pesanteur effectuées à l'île Bocth-Wandel par l'expédition antarctique du Dr. Charcot. *Compt. Rend.* **145**, pag. 398, 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Ebert H. Concerning Pulsations of short Period in the Strenght of the Earth's magnetic Field. *Terr. Magn.* **12**, pag. 1, 1907.

Nordmann C. Contribution to the Study of the Effects produced on the magnetic Declination by the total Solar Eclipse of August 1905. *Terr. Magn.* **12**, pag. 15, 1907.

van Bemmelen W. Note on the present Position of the Earth's magnetic axis derived from Declination Data alone. *Terr. Magn.* **12**, pag. 27, 1907.

Bauer L. A. What is the Earth's magnetic Axis and its secular Motion? *Terr. Magn.* **12**, pag. 32, 1907.

Lagrange E. Perturbations magnétiques et la télégraphie sans fil. *Bull. Soc. Belge d'Astr. Bruxelles.* N. 5, 1907.

Cree C. Kathode Rays and the Aurora. *Nature.* **76**, pag
1907.

Bartling W. The magnetism of Ships. *Electr. Eng.* **39**, pag
1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Tisserenc de Bort L. et **Rotch A. L.** Caractères de la ci
tion atmosphérique intertropicale *An. soc. mét. de Fran*
pag. 106, 1907.

Shaw W. N. On the Use of kites in meteorological Research
Journ. **11**, pag. 2, 1907.

Seux E. Dévelopment du réseau des stations d'ascensions
nationales. *Aérophile.* **15**, pag. 49, 1907.

Clayton H. H. Temperatures in the Front, the Rear, ar
central Area of anticyclones, at altitudes up to 12 km.
Weat. Rev. **35**, pag. 118, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Vent

Exner F. Grundzüge einer Theorie der synoptischen Luft
änderungen. II. *Ak. der Wiss. Wien.* 6 Giugno 1907.

Ménard A. Remarques sur les alizés. *Ann. soc. mét. de F*
55, pag. 115, 1907.

Trabert W. Innsbrücker Föhnstudien III. *Wien. Anz.* pag
1907.

Peppler W. Ueber die Schwankungszentren des Luftdruckes.
ter. **24**, pag. 121, 1907.

van der Stok J. P. The treatment of Wind Observations.
Akad. Amsterdam. **9**, pag. 684, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

Knott C. A. A note on a reflected mirage. *Roy. Soc. Edin*
8 Luglio 1907.

Besson L. Nouvelle théorie de l'anthélie, des paranthèlies
halos blancs de Bouguer et d'Helvélius. *Rev. néphol.*
1907.

Kassner C. Gewitterschirm und Sonnenringe. *Met. Zeit.* 2
301, 1907.

Giudicelli. Phénomène lumineux. *Ann. soc. mét. de Fran*
pag. 117, 1907.

Greury E. S. Observations sur la nature et intensité de
du ciel. *Bull. Soc. Belg. d'Astr.* **12**, pag. 74. 1907.

Mack. Die Halos und Nebensonnen vom 10 Feb. 1907. *Ja*
de Ver. vaterl. Naturk. in Württemberg. 1907.

7. Elettricità atmosferica.

Gold E. The Heating of a Balloon Wire by Lightning. N
76, pag. 413, 1907.

Schmidt W. Ueber Luftdruckschwankungen bei Blitzen. *Met Zeit.* **24**, pag. 320, 1907.

Gerdien H. Messungen des elektrischen Vertikalstromes in der Atmosphäre. I. *Götting. Nachr.* pag. 77, 1907.

8. Temperatura del suolo.

9. Terremoti e vulcani.

Riccò A. Les paroxysmes du Stromboli. *Compt. Rend.* **145**, pag. 401, 1907.

Rosenthal E. Ueber die Fortpflanzung der langen Erdbebenwellen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 510, 1907.

Heilprin A. The concurrence and interrelation of volcanic and seismic phenomena. *Pet. Mit.* **53**, pag. 100, 1907.

Guguen. Éruption sousmarine. *Ann. soc. mét. de France.* **55**, pag. 118, 1907.

Marvin C. F. The Kingston earthquake. *Month. Weath. Rev.* **35**, pag. 5, 1907.

Messerschmitt J. B. Ueber die Wellenbewegungen bei Erdbeben. *Naturw. Kund.* **22**, pag. 441, 1907.

Spitaler R. Neue Theorie der Geodynamik. *Wien. Anz.* pag. 226, 1907.

Rudzki M. P. Depth of the Hearth of the Calabrian Earthquake of Sept. 1905. *Acad. Scienc. Gracovie.* **1**, pag. 40, 1907.

10. Climatologia.

Halbfass. Klimatologische Probleme im Lichte moderner Seenforschung. *Globus.* **91**, pag. 387, 1907.

De Courcy R. W. The caracteristics of the zones. *Journ. of geogr.* **6**, pag, 395, 1906.

Allen E. Permanence of climatic conditions. *Month. Weath. Rev.* **35**, pag. 7, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Schneider und **Kremar J.** Absolute Messungen der nächtlichen Ausstrahlung in Wien. *Wien. Anz.* N. 9, pag. 125, 1907.

Millochau C. La température du Soleil. *Rev. scient.* (5), 8, pag. 297, 1907.

12. Apparecchi.

Gamba P. Su di una modificazione al nefoscopio di Besson. *Boll. Soc. ter. It.* **4**, pag. 220, 1907.

L. Storia della fisica.

Rey J. Découverte et preuve de la pesanteur de l'air (1630). Paris. Harmann A. XXVII+191 pag. 1907.

P. Die Physik Roger Bacos. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, 255, 1907.

M. Trattati.

Lorentz H. A. Lehrbuch der Physik. 2 vol. III+621 pag. I zig. J. Barth. 1907.

Mie G. Molecüle, Atome, Weltäther. IV+142 pag. Leipzig. I Teubner. 1907.

Graetz L. Die Elektrizität und ihre Anwendungen. XVI- pag. Stuttgart. J. Engelhorn. 1907.

Pricks J. Physikalische Technik oder Anleitung zu Experi talvorträgen sowie zur Selbstherstellung einfacher Demon tionsapparate. XVII+762 pag. Braunschweig. Vieweg & S 1907.

Briggs W. and **Bryan G. H.** Intermediate Hydrostatics. 272 London. 1907.

Pinto L. Trattato elementare di Fisica. 11.a ed. 324 pag. Na A. Moreno. 1907.

Langbein G. Handbuch der elektrolytischen Metallniedersch 6. ed. XVI+595 pag. Leipzig. J. Klinkhardt. 1907.

Götz H. und **Wetzstein G.** Lehrbuch der Physik. XL+414 München. G. Franz. 1907.

A. POCHETTIN

NOTIZIARIO

— Il Dott. M. Abraham è stato nominato professore alla Università di Göttingen.

— L'Università di Oxford ha conferito il titolo di Dottore « honoris causa » al Dott. L. Mond, il grande fabbricante di Soda.

— In occasione del suo giubileo, l'Università di Liverpool ha conferito il titolo di Dottore « honoris causa » a Lodge, Ostwald, Ramsay, Musspratt e Laveran.

— È morto a Slough il celebre astronomo A. Herschel.

— È morto il Dott. H. F. L. Matthiessen ex-Professore di Fisica all'Università di Rostock.

— La Società chimica di Roma ha posto presso l'Accademia delle scienze di Stocolma la candidatura del Prof. Cannizzaro al premio Nobel per la Chimica.

— Ad Heidelberg si sta innalzando una statua al celebre chimico R. Bunsen (n. 1811, m. 1899).

— In occasione del proprio giubileo l'Università di Giessen ha nominato Dottori « honoris causa » i Proff. Rutherford, Merck, Himstedt e Wiener.

— Per l'ingrandimento dell'Università di Londra vennero elargiti 60000 M. dal Dott Mond e 40000 Mk. dal Dott. Plummer.

— Secondo recenti statistiche il numero delle stazioni radiotelegrafiche sarebbe: Stati Uniti 88, Inghilterra 43, Italia 18, Russia 8, Olanda 8, Turchia 7, Francia 6.

— È bandito un Concorso al premio della fondazione Knust sul tema: Determinazione della grandezza delle molecole nelle soluzioni a temperature molto alte e molto basse. Scadenza: 24 Giugno 1910. Per informazioni rivolgersi al Prof. E. Beckmann di Lipsia.

— La Società degli Amici dell'Università di Parigi, il cui fine è quello di contribuire alle spese per detta Università, ha

fra altri doni accordato: 1000 fr. per l'insegnamento lingue moderne agli studenti della facoltà di Scienze: 20 al Prof. Lippmann per la costruzione di un elettrodinamo assoluto.

— L'Accademia delle Scienze di Vienna ha concess sovvenzione di: 2000 Cor. ai Sigg. Grau e Russ per lo delle combustioni nell'arco a fiamma: di 3500 Cor. all' Centrale di Meteorologia per l'acquisto di un sismometr ticale: e di 1000 Cor. al Prof. Kreidel per misure di meteorologica.

— Il Dott. Wolfskehl ha lasciato 100.000 M. all'Acca delle scienze di Göttingen per un premio a chi dimostr teorema di Fermat: l'equazione $x^n + y^n = z^n$ $(n > 2)$ n può risolvere per numeri intieri. Finchè non sia confer premio, gli interessi del capitale devono essere destin progresso delle scienze matematiche.

— Il Sig. Brenier ha donato 600.000 fr. alla Città d noble per fornire di degna sede l'Istituto di Elettrote della città.

— Il Sig. W. M. Dann riferisce numerosi dati sul della corrente elettrica per disgelare le condotte d'acqu cone alcuni:

Diametro della condotta mm.	Lunghezza m.	Durata della corrente in 1'	Intensità Ampères
25,4	14	17	140
»	78	20	500
»	210	300	175
50,7	90	150	250
152,4	120	130	800

— La « Montana Copper and Silver Mining Comp sta costruendo un camino che sarà il più grande del m

Alto m. 154, con un diametro alla bocca di m. 15,2 teramente costruito in mattoni, esso peserà 17.000 tonn e avrà un tiraggio di 113.624 metri cubi al minuto.

— Gli impianti idroelettrici più importanti in America sono:

	Niagara	Sault S. Marie	Montréal	Buffalo	S. Francisco
Forza in HP	55000	50000	46000	40000	15000
Distanza dell'impianto in km.	—	3	135	36	350

Nel 1910 i soli Stati Uniti avranno una potenza idraulica utilizzata di 2.500.000 cavalli.

— Secondo il censimento del 1901 in Francia esistono 449099 persone dedicate all'insegnamento.

— Secondo recentissime esperienze di Reiss la legge di Nernst sull'azione fisiologica delle correnti alternanti, secondo la quale l'intensità dell'eccitazione è proporzionale alla radice quadrata del numero delle oscillazioni, è abbastanza corrispondente alla realtà per frequenze fra 100 e 4300 alternazioni al 1", almeno per quel che riguarda l'eccitazione negli animali; non così nelle piante per le quali si trovò che col crescere della frequenza bisogna aumentare l'intensità della corrente per ottenere effetti corrispondenti.

— Il Perman studiando le reazioni chimiche fra i sali allo stato solido arriva alla conclusione che se i sali sono completamente disseccati non c'è più reazione e che quindi le reazioni fra sali solidi sono della stessa specie di quelle fra i sali in soluzione.

— La Signora Curie ha nuovamente determinato il peso atomico del Radio dosando allo stato di cloruro d'Argento il Cloro contenuto in un peso noto di cloruro di radio anidro; assumendo $Ag = 107,8$, $Cl = 35,4$ ha trovato $Ra = 226,2$ con un errore probabile inferiore a $\pm 0,5$.

— Il motore « Antoinette 1907 » a 16 cilindri, della forza di 100 cavalli pesa soltanto 120 Kg!

— Secondo le misure di Gerdien la densità media della corrente elettrica verticale nell'atmosfera sarebbe di $8,000.10^{-7}$

unità elettrostatiche, le velocità specifiche degli ioni sarebb

$v_+ = 1{,}09 \frac{cm}{sec} \Big| \frac{volt}{cm}$ e $v_- = 1{,}31$; e le rispettive cariche:

$$E_+ = 0{,}354.10^{-6} \text{ e } E_- = 0{,}287.10^{-6}.$$

— Secondo Duhem la scoperta del peso dell'aria sar dovuta al Dott. J. Rey nel 1630.

— Dalle ricerche del Maurer risulta che la radiaz emessa da un centimetro quadrato di neve in un minuto p verso il cielo sereno di notte è di 0,115 (cm. gr. minuto pri

— Dalle osservazioni sugli aloni solari prima e do temporali il Kassner conchiude che i cosidetti « falsi ci dei temporali sono costituiti di ghiaccioli e quindi sono v propri cirri.

— La nave « Galilée » armata dalla Carnegie Institu di Washington per fare la carta magnetica del Pacific ora quasi compiuta la sua terza crociera di 30,000 miglia

— La temperatura sui pianeti si calcola ordinariam basandosi sulla loro distanza dal sole, ma molte altre son circostanze che possono avere influenza: specialmente le prietà fisiche delle diverse atmosfere e l'albedo dei di suoli. Fondandosi su analogie con la terra il Lowel ca che su Marte la temperatura media sia di 9°, il punto di lizione dell'acqua 44°; la quantità d'aria per unità di su ficie $\frac{2}{9}$ della corrispondente per la terra.

— L'ammiragliato inglese ha ordinato a tutti i co danti di navi munite di apparecchi radiotelegrafici di tras tere a tutte le stazioni con cui possono comunicare i dati teorologici più interessanti. La marina da guerra diviene un potente aiuto degli studi meteorologici.

— Come a Zurigo ed a Berlino esiste a Parigi un O vatorio astronomico popolare: il suo accesso è gratuito il tedì sera. A disposizione dei visitatori si trovano due eq riali dei quali uno fotografico, un circolo meridiano, un scopio, biblioteca, sala per conferenze (ogni domenica le gratuite) gabinetti fotografici, ecc. ecc.

— Al Dott. Heyl, del Politecnico di Filadelfia, è stato ferito il premio di 1000 Dollari, fondato dal Sig. Boyden

l 1859 per quel cittadino americano il quale avesse dimo-
rato sperimentalmente se tutte le radiazioni dello spettro si
opagano colla stessa velocità nel vuoto; il Dott. Heyl è riu-
to a dimostrare che i raggi ultravioletti assorbiti dal vetro
nno negli spazi interplanetari la stessa velocità dei raggi
ibili dello spettro. Come sorgente luminosa egli scelse la
lla variabile Algol della costellazione del Perseo, ne decom-
se la luce con un reticolo e ne concentrò la parte ultravio-
ta con una lente di quarzo su una lastra fotografica. È noto
ne il periodo di variabilità di Algol sia di circa 6 ore; eb-
ne durante questo periodo l'Heyl fece una serie di fotogra-
dell'astro nella luce ultravioletta di mezz'ora in mezz'ora;
la lastra egli ottenne così una serie di immagini che pre-
tavano benissimo la variazione periodica d'intensità. Ripe-
do più volte l'esperienza egli potè constatare che i minimi
ografici coincidevano sufficientemente nel tempo coi minimi
l'intensità dei raggi visibili. Siccome la differenza di epoca
i due minimi non sorpassò mai un'ora e poichè la luce
piega 40 anni per giungere da Algol a noi, si può conclu-
e che la differenza fra le velocità dei raggi ultravioletti e
raggi visibili dello spettro non può superare $\frac{1}{350.000}$, quindi
può ammettere la loro eguaglianza.

— Secondo le ricerche spettroscopiche recenti dello Sli-
r gli spettri di Saturno, Urano e Nettuno presenterebbero
le bande che mancano completamente nello spettro solare,
tutti viceversa mancano del tutto le linee del vapor d'ac-
. La grande intensità della H_β nello spettro di Urano fa
itare della presenza di idrogeno libero nell'atmosfera di
sto pianeta.

— Ecco le Università austro-ungariche e russe pi
portanti:

Città	Anno fondazione	Numero Studenti	Città	Anno fondazione
Vienna	1365	6205	Helsingfors	1632
Lemberg	—	2732	Kharkow	1804
Graz	1586	1913	Dorpat	1632
Innsbruck	1673	1058	Kiew	1832
Praga tedesca	1348	1335	Mosca	1755
Praga czeca		3487	Odessa	1865
Budapest	—	6551	Pietroburgo	1819
Koloszvar	1872	2145	Varsavia	1869

— Secondo le vedute di Lodge la densità dell' ete
rebbe circa $10^{-12} \frac{gr}{cm^3}$ e l' ampiezza delle vibrazioni dell
sarebbe al massimo 10^{-17} della lunghezza dell'onda.

— Le esperienze di v. Wartenberg sul peso mol
del vapore d'argento portano alla conclusione che il
di argento in vicinanza del punto di ebollizione (circa
è monoatomico.

— Togliamo da un lavoro di van Bemmelen i s
dati circa la posizione dei poli magnetici:

Polo Nord

Epoca	long. E	lat. N	Osservazioni
1600	234°	82°	Per estrapolazione
1650	253°	80°	»
1700	264°	77°	»
1831	263°.15'	70°.5'	Ross
1885	262°.20'	70°.30'	Neumayer

Polo Sud

Epoca	long. E	lat. N	O
1841	154°.8'	75°.5'	
1841	147°.7'	73°.30'	
1885	146°.15'	73°.39'	I
1900	152°.30'	71°.40'	

— Secondo il capitano Péroux per osservare le nubi molto
nui come i cirri è bene armare l'occhio di un vetro violetto
= 440 — 400).

— Il Sig. Fritsch ha trovato una specie di vetro molto
asparente per la luce ultravioletta fondendo insieme 6 parti
$CaFl_2$ del commercio con 14 parti di acido borico.

— Secondo Okada la miglior sostanza per avvolgere il
ılbo del termometro bagnato dello psicrometro è la carta
apponese; si ottiene così maggiore sensibilità e migliori in-
cazioni anche a temperature sotto lo zero.

— Il Signor Albrecht dell'Istituto Geodetico Prussiano ha
ato con successo le trasmissioni radiotelegrafiche nella de-
rminazione della longitudine.

— Secondo le ricerche di Pierce il carborundum possiede
conducibilità elettrica unipolare come lo psilomelano di
aun.

— Jaeger ha scoperto che l'Antimonite gode della pro-
ietà di abbassare la propria resistenza elettrica alla luce.

— Secondo Campbell il potassio emette continuamente dei
ggi β di velocità inferiore a quelli corrispondenti dell'U-
nio.

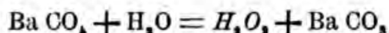
— Jewell ha trovato che i cristalli incolori di Carboran-
m della Carborundum Company of Niagara Falls hanno un
dice di rifrazione maggiore di quello del Diamante.

— Sono noti i diversi metodi di calcolare la temperatura
l sole; in una recente pubblicazione il Millochau li passa in
ssegna e ne riassume i risultati così:

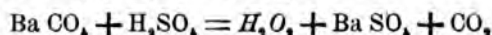
. Partendo dalla legge di Stephan	metodo dinamico (Le Chatelier)	5600°
	metodo statico (Wilson) . .	5573°
. Paragone diretto o metodo pireliometrico (Fery-Millochau)		5480°
. Metodo della legge dello spostamento (Millochau).		5800°.

— Ecco secondo Emmerson Dowson un paragone fra il
ndimento di due motori uno a gas e uno a vapore della co-
ıne Potenza effettiva di 90 H. P: Nel motore a vapore: su
20 calorie somministrate sono utilizzabili all'albero 100; nel
ıtore a gas 100 su 525 somministrate.

— Per la preparazione dell'acqua ossigenata pura consiglia di operare così: Si prepari del Ba CO_4 facend sare una corrente di acido carbonio sul perossido di ba acqua raffreddata. Questo Ba CO_4 trattato con acqua o solforico diluito dà:



$$\mathrm{Ba\,CO_4 + H_2O} = H_2O_2 + \mathrm{Ba\,CO_3}$$



$$\mathrm{Ba\,CO_4 + H_2SO_4} = H_2O_2 + \mathrm{Ba\,SO_4 + CO_2}$$

un semplice filtramento separa il Ba CO_3 o il Ba SO_4.

— Cole e Barnes hanno ideato un nuovo elemento Allu Magnesio, l'elettrolita è l'allume; usando un convenie polarizzatore, quest' elemento dà una F. E. di 2 Volta sione notevole se si pensa alla vicinanza di Al e Mg ne rie di Volta; questa tensione elevata è forse dovuta a che il Mg decompone l'acqua acidulata e quindi l'elem da considerarsi come una pila a gas.

— Ci affrettiamo a correggere un' inesattezza in cui incorsi nell'annunzio delle elezioni all' Accademia dei avvenuta nel Notiziario del fascicolo di Settembre. Il sore *G. Morera* è stato nominato *socio nazionale* e no rispondente.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile.*

ONORANZE AL PROF. ALFONSO SELLA

La Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della Università di Roma, profondamente addolorata per la morte immatura del **Prof. Alfonso Sella,** *docente di Fisica complementare, desiderosa di onorarne degnamente la memoria, e sicura di interpretare il pensiero dei colleghi, amici ed allievi, si fa iniziatrice di una sottoscrizione per erigere un ricordo nell'Istituto Fisico che, per il periodo di 17 anni, fu il campo della sua feconda ed instancabile operosità scientifica.*

Roma, 26 Novembre 1907.

LA COMMISSIONE PER LE ONORANZE

V. Volterra
A. Tonelli
P. Blaserna
V. Cerruti
V. Reina

Le offerte vengono ricevute dal Prof. V. Reina - *Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri* - Roma.

ALFONSO SELLA

Il giorno 25 Novembre u. s. si spense in Roma, dopo brevissima malattia, e nel fiore delle sue attività, il Prof. **Alfonso Sella** nella età di soli 42 anni. Nel dare coll'animo straziato il tristissimo annunzio ai Soci della Società Italiana di fisica ed ai Lettori del Nuovo Cimento, i quali avevano ben potuto apprezzare le doti del Suo altissimo intelletto e del Suo nobile carattere e che con noi ne piangeranno la immatura perdita, facciamo noto che nel prossimo fascicolo verrà pubblicata la notizia biografica dell'amato Collega.

La Direzione.

OGRESSI E SVILUPPO DELLA TEORIA MATEMATICA DELLA ELASTICITÀ IN ITALIA (1870-1907).

Prof. ROBERTO MARCOLONGO.

porto alla Società Italiana di Fisica — Congresso di Parma. (Settembre 1907).

Le prime ricerche sulla resistenza dei materiali, imper-i e incerti tentativi per studiare l'elasticità dei corpi, sono ute agli italiani.

Leonardo da Vinci, leggendo e commentando due delle stioni meccaniche di Aristotele, riportate nel libro « De nderibus » del suo precursore (secondo la denominazione Duhem), si occupava della flessione delle aste fissate per estremi o nel loro mezzo; e Galileo dedicava le due prime rnate dei suoi famosi dialoghi sulle due nuove Scienze al blema della trave incastrata per un estremo e sollecitata l'altro da un peso che la inflette, a quello del solido di e-l resistenza, ecc. Queste ricerche, che nella mente profetica Galileo dovevano costituire, come quella del moto, una va scienza, ebbero nel Marchetti, nel Viviani, nel Grandi, Poleni cultori valorosi; e per quanto imperfette, non te-dosi conto della inestendibilità delle fibre, del peso della re, ebbero il merito, riconosciuto dagli storici, di richia-re l'attenzione dei fisici e dei matematici sui problemi della va Statica.

Ma nel lungo periodo che va dalla fine del secolo XVII rimi anni del XIX, gli scienziati italiani non portarono ricco contributo alle ricerche dei Bernoulli e di Euler sui blemi della curva e delle superficie elastiche, della corda ella lamina vibranti.

Peraltro, oltre i lavori di Lagrange sulla forza delle co-ne che iniziano le ricerche sulla stabilità elastica, si pos-o citare con onore Jacopo Riccati che pel primo tentò una ia dinamica dell'elasticità; il Paradisi (173) che eseguì ac-

curate e belle esperienze sulle vibrazioni delle lamine
che; e i lavori del Plana sulla curva elastica (174) e d
sotti (152) sul movimento di un elice che si scatta.

Due secoli dopo Galileo, nel 1821, Navier fonda la
matematica dell' Elasticità e da quell' anno fin quasi
l'attenzione dei matematici e dei fisici fu rivolta sopra
nuovi e grandi problemi della teoria generale. E per
complessiva di Navier, Poisson, Cauchy, Lamé, Duham
Venant, Boussinesq in Francia; Neumann, Clebsch, Ki
in Germania; Green, Stokes, Thomson in Inghilterra;
luppa la teoria delle deformazioni, delle pressioni e de
librio dei corpi deformabili; quella della flessione e de
sione; dell' equilibrio delle superficie e delle verghe el
Le prime discussioni sulla teoria delle rari e delle pl
stanti; la teoria elastica della luce sono origine dei
lavori sperimentali dei fisici inglesi, francesi e tedesch

A questo grande movimento scientifico; a queste r
fondamentali il nostro paese è restato estraneo o qua
tavia non sono da passare sotto silenzio i lavori de
(176-177) sulle equazioni generali dell' equilibrio di un
continuo ed ispirati ai metodi della Meccanica Anal
Lagrange; alcuni studi dello Zurria sulla diffrazione del
una breve nota del Bellavitis che, prima del St. Ven
scoperto e rettificato un errore del Poisson sulla cur
stica a doppia curvatura (20); le ricerche sperimentali d
sulla resistenza del ferro gettato (a. 1840) e sulla torsi
fili metallici (a. 1842), così spesso citate e lodate dal
nant, e quelle di Pacinotti e Peri sulla resistenza elas
legno (a. 1845).

Una menzione speciale meritano i lavori del Men
del Castigliano. Il Menabrea fin dal 1858 formulò il p
di elasticità o teorema del minimo lavoro. Esso espri
in un sistema di punti materiali fra loro collegati da
elastici supposti rettilinei, deformato dall' azione di f
sterne, alle quali fanno equilibrio le forze interne (tens
vincoli), il lavoro sviluppato dalla resistenza di quei
per effetto della deformazione proveniente dalle forze
è un minimo (139-143).

Questo teorema, che diè luogo in sul primo a vive discusni, coincide in fondo col teorema del potenziale delle forze stiche; fu oggetto di studio del Castigliano (52), del Cerruti), e in questi ultimi tempi del Donati (88-90) e del Siacci 3).

Il Castigliano, così presto rapito alla scienza, dopo aver ervato che in un sistema elastico vi ha corrispondenza unia tra forze e spostamenti relativi, di guisa che il potenle delle forze elastiche può considerarsi funzione di detti stamenti, dimostrava il teorema (53-54) che le derivate del oro di deformazione, espresso per gli spostamenti (o per le ze esterne), rispetto agli spostamenti (o rispetto alle forze) o eguali alle forze (o agli spostamenti).

Accettato quasi subito nel nostro insegnamento politecnico, libri di testo, nei manuali, questo teorema semplice e noolissimo ha ricevuto per opera dello stesso Castigliano e tuttora applicazioni svariate in numerose questioni della nza delle costruzioni e nella teoria della resistenza dei teriali sopratutto in Italia e in Germania.

Coi lavori del Betti si apre una nuova era; l'Italia viene iprendere il proprio posto nel comune lavoro scientifico e nazioni e da matematici italiani si scrive uno dei più ressanti capitoli della teoria matematica dell'elasticità.

Di questo periodo appunto noi dobbiamo occuparci in quebreve rapporto.

I lavori dei matematici italiani, originati quasi esclusivate dal grande impulso dato dal Betti, si possono così ragppare:

I. Ricerche generali sulle equazioni dell' equilibrio dei i isotropi e cristallini;

II. Risoluzione di problemi particolari di equilibrio;

III. Ricerche sulle equazioni del moto;

IV. Ricerche sugli integrali delle equazioni della elastie teoremi di esistenza;

V. Ricerche di Volterra sui corpi elastici più volte con-i.

I.

I lavori del Betti (35-36) datano dal 1872; essi rig
la estensione all'elasticità dei metodi escogitati da G
poi per i problemi della teoria del potenziale e costi
il primo dei metodi generali per la integrazione dell
zioni dell'equilibrio elastico per i più comuni dati
torno.

Nella teoria del potenziale è ben nota la import
certa identità detta il lemma di Green. Il Betti ha
un teorema famoso, detto di reciprocità, che per le e
dell'elasticità ha lo stesso ufficio del lemma di Green

Questo teorema, nella sua forma più generale e
prensiva, esprime che se un corpo elastico qualunqu
getto a due sistemi di forze, il lavoro compiuto da
del primo sistema quando gli spostamenti sono quelli
al secondo, è uguale al lavoro compiuto dalle forze
condo quando gli spostamenti sono quelli spettanti al

Ritrovato dopo alcuni anni dal Lévy, generali
Lord Rayleigh, è entrato a far parte del nostro inseg
di Meccanica ed ha applicazioni innumerevoli. Note
le altre, la determinazione della dilatazione cubica
corpo elastico qualunque.

Il Betti quindi osserva che alle equazioni indefi
l'equilibrio, nell'assenza di forze di massa, si soddi
mendo lo spostamento eguale al grad $\frac{1}{r}$, oppure all
$m : r$ dove m è un vettore unitario fisso; tali spostame
una singolarità nell'origine, che è un punto qualu
corpo; il primo è privo di dilatazione e di rotazione, i
di dilatazione ma non di rotazione. Applica il teorem
procità a questi speciali spostamenti e ad uno gener
aver tolto dal corpo una piccola cavità contenente
singolare; passa al limite e trova la dilatazione e la
nell'origine in funzione degli *elementi fondamenta*
quilibrio, cioè delle forze di massa, delle tensioni e
stamenti al contorno. Un tal procedimento, così usat
lisi, è detto dagli inglesi delle *singolarità*.

Ma queste formule del Betti non permettono di conoscere la dilatazione, nè la rotazione; perchè nei due casi più tevoli dei problemi di equilibrio elastico non sono noti tutti elementi fondamentali; ma solamente, oltre le forze di ssa, gli spostamenti o le tensioni al contorno. Nel primo so dunque bisogna cercare di eliminare le tensioni, nel sendo gli spostamenti al contorno. Il Betti, a tal uopo, comia nuovamente le formule stabilite col teorema di reciprocità, mostra che in quei due casi la eliminazione dipende dalla erca di quattro gruppi di spostamenti (deformazioni ausilia-), corrispondenti a forze di massa nulle, e che in superficie umono valori particolari e semplici, oppure che corrisponno a tensioni date pure di forma particolare. Trovate queste formazioni ausiliarie (cioè in totale dodici funzioni) la risoione definitiva del problema dipende da uno dei problemi Dirichlet.

È evidente la analogia di questi procedimenti con quelli lla teoria delle funzioni armoniche e della elettrostatica.

Naturalmente per la ricerca delle quattro deformazioni siliarie, nè il Betti, nè altri a mia conoscenza, ha assegnato gole generali; ma non per questo le ricerche del Betti sono no fondamentali e per aver iniziato lo studio profondo delle uazioni dell'elasticità, e per aver mostrato la riducibilità del oblema generale dell'equilibrio ad altri di natura più seme. E i lavori successivi in Italia ed all'estero, fino a questi imi tempi, hanno mostrato luminosamente la grande efficadi tali metodi.

Le ricerche del Cerruti e del Somigliana seguirono assai vicino quelle del Betti.

Il Cerruti in una prima memoria si è occupato delle viazioni dei corpi elastici; in un'altra (a. 1882), di cui ora amente diremo, ha portato notevoli semplificazioni al melo del Betti (59). Infatti ha mostrato che, nel caso in cui al torno sono noti gli spostamenti, basta, per la completa soione del problema, assegnare una sola funzione, cioè la diazione cubica relativa ad una certa deformazione ausiliaria, ante volte si sappia risolvere il problema di Dirichlet; e se o note le tensioni, basta conoscere, per un'altra deforma-

zione ausiliaria, la dilatazione e la rotazione; le quali, volta, dipendono dalla conoscenza di una sola funzione nica. Analoghe semplificazioni si possono ottenere in qu blemi, detti alterni, in cui al contorno sono noti gli menti normali e gli sforzi tangenziali o viceversa (65).

Notiamo ancora la forma semplice ed elegante co Cerruti ha espresso i risultati del Betti: cioè la diverg la rotazione dello spostamento sono eguali, a meno di cienti costanti, alla divergenza e alla rotazione di un so tore, funzione degli elementi fondamentali e che può interpretato come somma di vettori potenziali di spa strato semplice e doppio.

Il metodo così modificato ha ricevuto ormai il nome di *Cerruti* e trovasi esposto per minuto nei più recenti t italiani e stranieri.

Il Somigliana (a. 1885) completava anzitutto le fo del Betti. Egli applica (184) direttamente il teorema di alla ricerca degli spostamenti che esprime in funzione elementi fondamentali e della dilatazione cubica, asseg così degli integrali funzionali delle equazioni dell'elasti

Ma è anche possibile eliminare da queste formule l tazione e giungere a veri integrali; e per far questo il gliana (a. 1889) ha applicato il metodo delle singolarità 191). Egli ha anzitutto assegnato degli integrali algebric equazioni di equilibrio in assenza di forze di massa, om di grado —1, con un punto singolare nell'origine in cu a differenza degli integrali da cui è partito il Betti, div infiniti di 1° ordine e che per la elasticità fanno lo stes cio del noto potenziale elementare; allora col metodo c delineammo si trovano gli spostamenti in funzione deg menti fondamentali. Le formule così ottenute, dette a di Somigliana, sono per l'elasticità le corrispondenti di di Green così nota ed utile nella teoria del potenziale, tricità, ecc., e, come questa, contengono termini che p interpretarsi come funzioni potenziali di strato semplice pio e di spazio.

La eliminazione anzidetta poi e più precisamente cerca della funzione potenziale di una massa che riem

azio occupato dal corpo e la cui densità è la dilatazione può
l resto esser fatta in modo diretto, con una nuova applica-
one del teorema di reciprocità, come in seguito ha fatto il
migliana stesso (199, nota 3).

La estensione di questi risultati ai corpi cristallini ha fatto
getto di ricerche di Gebbia e del Fredholm. Il Gebbia aveva
enuto i suoi risultati nove anni prima del Fredholm e li fè
noscere per esteso soltanto dopo la pubblicazione della me-
oria in cui il Fredholm, con elegante analisi, estese ai corpi
istallini i metodi del Betti e le formule del Somigliana.

Il Gebbia, con metodo profondamente diverso da quello
l Fredholm, considera (93, 95) un corpo elastico qualunque
definito e in questo studia tre deformazioni tipiche: la prima,
e può dirsi corrispondente alla funzione potenziale di spazio,
odotta da forze di massa distribuite con continuità in una
rte limitata di esso e studiata nel caso della isotropia da
omson e da Boussinesq; la seconda, corrispondente alla fun-
one potenziale di strato semplice, prodotta da forze distri-
ite con continuità sopra una superficie interna chiusa; fi-
lmente una terza eccitata da interposizione o soppressione
materia aderente ad una superficie chiusa tracciata pure
ll'interno del corpo e corrispondente alla funzione poten-
le di doppio strato e di cui le ricerche recenti di Volterra
nno mostrato la grande importanza; quindi, in modo diretto,
dimostrato che qualunque deformazione eccitata in un corpo
ito da forze di massa e da tensioni in superficie è la risul-
nte di tre deformazioni tipiche indotte nel corpo che si ot-
ne immaginando esteso in tutti i sensi quello dato.

La effettiva ricerca delle tre deformazioni tipiche per i
rpi isotropi conduce alle formule del Somigliana, i cui ter-
ni ricevono con ciò una nuova interpretazione. Nel caso
nerale (96) tale ricerca è fatta dipendere dalla costruzione
la così detta deformazione per sollecitazione elementare;
è provocata in un corpo elastico indefinito da una forza
ncentrata in un punto e considerata già da Stokes nel caso
moto; e questa a sua volta dipende da una speciale solu-
ne di un'equazione a derivate parziali del 6° ordine, trovata
re dal Fredholm, e assai prima ancora da Cauchy, e che il

Gebbia ha studiato nei casi particolari dell'isotropia, mezzo avente un asse di simmetria e nel mezzo elas Green.

II.

L'applicazione dei precedenti risultati o di metodi ha condotto i matematici italiani alle soluzioni più s ed eleganti di un buon numero di casi particolari.

Il Cerruti è stato il primo ad applicare i metodi de al problema del suolo isotropo, detto oramai problema d sinesq-Cerruti, cioè alla ricerca della deformazione di lido indefinito omogeneo isotropo limitato da un piano finito.

Il problema, nel caso in cui in superficie sono date sioni, era già stato trattato da Lamé e Clapeyron nella memoria del 1828; applicando il teorema di Fourier, spressero gli spostamenti per mezzo di integrali qua ma la trattazione non è rigorosa.

La ricerca della deformazione ausiliaria richiesta d todo generale, quando si conoscono al contorno gli sposta è fatta dal Cerruti in modo assai semplice (59, 65); al metodo Betti-Cerruti conduce speditamente ad assegn formule definitive degli spostamenti (formule del Cerrut le quali è necessaria la costruzione di tre sole funzioni ziali di strato semplice.

Nel caso in cui sono date le tensioni al contorno, dosi delle formule del caso precedente, si riesce pure a minare la deformazione ausiliaria e quindi gli spostamen formule un po' più complicate, in cui comparisce il 2° ziale logaritmico di Boussinesq, ma sempre assai sempl

Il problema di Cerruti, largamente commentato ne duzione del trattato del Clebsch fatta dal St. Venant, getto, poco dopo, dei grandi lavori del Boussinesq, cui è la considerazione degli altri problemi detti alterni e le cazioni numerosissime. Fu poscia risoluto in modo sem diretto con metodi svariatissimi.

Così ad esempio, nell'assenza di forze di massa — Thomson in poi (a. 1862) è noto che da queste si può

cindere — gli spostamenti sono funzioni biarmoniche e per-
come osservò Almansi (7), rappresentabili assai semplice-
te nella forma: $u' + u'' z$, ecc., essendo u', u''.... funzioni
oniche che si determinano subito.

Notiamo ancora i metodi proposti dal Tedone (210); egli
ime gli spostamenti in funzione degli elementi fondamen-
della dilatazione e della rotazione al contorno. La dila-
one resta determinata da una equazione funzionale che
edone tratta in alcuni casi, tra cui quello del suolo iso-
o.

Il Cesàro infine (73), ispirandosi ai recenti lavori del Korn,
caso in cui, p. e., al contorno sono dati gli spostamenti,
resenta le componenti dello spostamento generico con
e ordinate secondo le potenze ascendenti del rapporto
$1:(3-4k)$ in cui k è il rapporto di Poisson e ritrova su-
le formule del Cerruti; chè gli spostamenti, in quel caso,
funzioni lineari di l.

Una importante generalizzazione di questo problema è do-
al Somigliana. Valendosi dei risultati del Fredholm sulla
tenza degli integrali delle equazioni dell'equilibrio di un
o cristallino qualunque, che in un punto del corpo diven-
infiniti di 1° ordine, colla solita applicazione del teorema
Betti, egli ha mostrato come risolvere i problemi alterni
quilibrio di un suolo elastico cristallino di cui il piano di
metria elastica è il piano limite; e quelli per un diedro
edro) retto indefinito con due (tre) piani di simmetria pa-
eli alle faccie del diedro (triedro). Questi lavori (195, 196,
) costituiscono una estensione all'elasticità del metodo delle
nagini di Thomson così utile in elettrostatica.

Nel caso della isotropia, i nuovi problemi si risolvono pure
idamente con il metodo classico, approfittando di una no-
ole relazione tra la deformazione ausiliaria e la funzione
Green (135, 154).

I casi in cui sulle faccie del diedro (triedro) sono noti gli
stamenti o le tensioni furono risoluti dal Tedone, col me-
già delineato, e con successive approssimazioni (209).

L'equilibrio di una lastra isotropa (spazio compreso tra
piani paralleli) fu studiato, ma non rigorosamente, da

Lamé e Clapeyron; fu oggetto di ricerche, rimaste ine
Cerruti (60); di Somigliana (184), e in questi ultimi te
Tedone (212, 213) e dell' Orlando (155, 158, 160, 161,
in Inghilterra del Lamb e del Dougall. Ma le soluzi
tenute sono complicate, per quanto ingegnose. L' Orla
inoltre applicato il metodo classico alla risoluzione dei p
alterni della lastra e del parallelepipedo rettangolo (16

Queste ricerche hanno numerose applicazioni. Her
cupava di un caso speciale di deformazione del suolo is
quando su di una parte del piano limite si esercita un
pressione, dovuta p. e. a quella di un corpo a contatt
faceva applicazione alla teoria dell' urto; e Boussinesq
deva ed approfondiva le ricerche di Hertz. Recentem
De Marchi applicava gli stessi risultati allo studio dell
cazioni tectoniche (87^1, 87^2) e dell' isostasi terrestre. I p
alterni pel parallelepipedo rettangolo, osservava il Canto
sono essere proficuamente invocati nello studio della
zione di resistenza dei materiali da costruzione alla
per compressione; perchè quando si inseriscono fra i
della macchina ed il parallelepipedo del materiale da
mentare, dei sottili fogli di piombo, le due faccie del p
lepipedo si trovano soggette ad una pressione norma
uno stiramento tangenziale. E possono ancora farsi (m
di una gentile comunicazione di Gebbia) altre applicazio
voli a problemi di ingegneria pratica, alla spinta delle ter

Anche il problema della deformazione della sfera i
ha costituito un campo di estese ricerche.

È stato risoluto pel primo da Lamé, che valendosi
dinate polari e del metodo classico d' integrazione per s
semplici, espresse gli spostamenti mediante serie dopp
scia da Thomson, da Darwin, da Chree, da Borchardt c
la prima soluzione per integrali definiti.

I geometri italiani hanno risoluto questo proble
metodi svariati ed eleganti, e mediante integrali definit
assegnate, per i casi più comuni, le formule risoluti
semplici.

L' applicazione del metodo classico, anche al caso
volucro, quando sono noti gli spostamenti o le forze

no, è stata fatta dal Cerruti (61-62-63-64-66-67); tale appli-
ione non è così semplice come nel caso del suolo isotropo;
senta non poche difficoltà che il Cerruti ha superate, pur
giungendo alle formule risolutive più semplici. Per limi-
i al caso della sfera non soggetta a forze, quando al con-
no sono noti gli spostamenti, la soluzione del Cerruti con-
e a dare agli spostamenti la forma:

$$(r^2 - a^2) \text{ grad W} + \text{V}$$

e le componenti del vettore V sono funzioni armoniche
si determinano subito cogli spostamenti al contorno, e la
zione armonica W dipende dalla dilatazione cubica otte-
a per mezzo della formula di Betti.

Il Somigliana, poco dopo, fondandosi in parte solamente
metodi del Betti, esponeva un'altra soluzione; la quale, nel
o degli spostamenti dati al contorno, conduce alla stessa
ma del Cerruti e in cui W e V sono pure espresse in modo
nplice per integrali definiti (185).

Le proprietà delle funzioni biarmoniche hanno permesso
ottenere altre semplificazioni, anche nel caso in cui al con-
no sono date le tensioni. Infatti agli spostamenti e alle ten-
ni è sempre possibile dare la forma incontrata dal Cerruti
al Somigliana.

L'Almansi (4-5) ha mostrato come la determinazione delle
zioni incognite possa esser fatta con metodi diretti ed ha
e delle formule veramente semplici e compatte per la ri-
zione del problema di Lamé e di Thomson.

Altri metodi diretti sono stati proposti da Volterra (espo-
da Lauricella), da Tedone, da Boggio, ecc.

Il metodo Betti-Cerruti è stato applicato ai problemi alterni
la sfera; p. e. quando al contorno si conoscono due delle
nponenti ortogonali delle forze e una degli spostamenti e
iprocamente (131); ed è stato anche risoluto il problema,
camente più importante, quando al contorno sono noti gli
stamenti tangenziali e le tensioni normali e viceversa (133):
blema su cui scrissero ancora il Tedone (211) e l'Hada-
rd.

Il passaggio da coordinate ortogonali a quelle pola mise di dare una semplice dimostrazione delle formule il Borchardt aveva fondato la sua soluzione (134) e di o gli sviluppi in serie analoghi a quelli del Darwin e de (114), che hanno importanti applicazioni a problemi d terrestre.

L'applicazione dei metodi generali a casi più cor non è stata fatta, anche perchè non si hanno ancora s molto semplici e compatte del problema di Dirichlet. C todi diretti il Tedone ha trattato il caso del cilindro ci indefinito (214), del cono rotondo (216), dell'ellissoide zione (215); ed il Boggio ha studiato il caso di un el soggetto a tensioni espresse da polinomi di grado n coordinate (47).

Infine ricordiamo i lavori dell'Almansi sul probl St. Venant (10, 13). Almansi ha ridotto lo studio della mazione di un cilindro elastico isotropo, quando sulla cie esterna agiscono delle tensioni espresse mediante p in z, ad un problema di St. Venant, cioè alla deforma un cilindro la cui superficie laterale è libera e le ba soggette a determinate tensioni. Ha pure studiato l'in delle deformazioni elastiche sul movimento di un pe reversione (8); problema su cui Helmert ha richiamat tenzione dei fisici.

Il Voigt, è ben noto, ha considerato una generaliz del problema di St. Venant; essa è importantissima in che ha permesso di assegnare dei metodi generali per terminazione delle costanti elastiche isotermiche ed adia dei cristalli ed ha quindi proiettato gran luce sulla di questione del numero di queste costanti, mostrando, mente nel caso notevole della pirite, che in generale n soddisfatte le sei relazioni di Cauchy-Poisson capaci di da 21 a 15 le costanti elastiche di un corpo cristallino que; ed importante ancora per l'applicazione allo stu fenomeni piezo e piro-elettrici dei cristalli. Il Voigt co un cilindro cristallino colle generatrici parallele all'a soggetto a forze distribuite in modo opportuno solamen due basi e cerca delle deformazioni le cui component

dipendenti da z e in cui inoltre le forze interne siano pallele all'asse z oppure contenute nel piano della sezione tta.

Il Somigliana (190), facendo seguito a queste ricerche, ha idiato alcune soluzioni del problema che potrebbe dirsi commentare di quello del Voigt, supponendo cioè il cilindro llecitato lateralmente; soluzioni del pari utili nello studio i fenomeni piezo-elettrici.

In questi ultimi tempi i geometri italiani: Volterra, Levivita, Almansi, Lauricella, Boggio ed altri hanno approfono una teoria iniziata già dal Mathieu; la teoria delle funni poliarmoniche con un numero qualunque di variabili, è di quelle funzioni che, in un certo campo, oltre alle so proprietà di essere regolari, uniformi, ecc., soddisfano le uazioni $\Delta_4 = 0$, o $\Delta_6 = 0$, ecc.

Questa teoria presenta stretta analogia con quella delle nzioni armoniche ed è di somma utilità per lo studio delle uazioni dell'equilibrio elastico; ha grandemente contribuito, ne fu già osservato, ad ottenere le soluzioni più semplici alcuni problemi classici.

Un'altra notevole applicazione è stata fatta ai problemi di uilibrio delle membrane e delle piastre elastiche piane. Ci iteremo a riassumere i principali risultati.

I problemi relativi alla deformazione delle membrane elache si riducono a problemi di equilibrio a due dimensioni. ando il contorno è sollecitato da forze contenute nel piano la membrana e si conoscono gli spostamenti dei suoi punti, problema può essere risoluto per integrali definiti per tutte lle aree di cui è possibile ottenere la rappresentazione conme su di un cerchio mediante polinomi o funzioni razioi (Boggio 40, 41). Il caso del cerchio è stato considerato Lauricella (108). E pure con integrali definiti furono trat i casi più difficili delle piastre incastrate o appoggiate pel torno se questo è circolare (Boggio, 42, 43, 44. Lauricella, 7). Il Boggio ha pure trattato della deformazione di una stra elastica cilindrica, per date forze agenti sulla superfi laterale parallelamente alle basi; ed applicando le formule bilite dal Morera (148, 149) per la soluzione generale delle

equazioni di equilibrio di un corpo continuo, ha ricon
problema alla integrazione della $\Delta_4 = 0$ nel campo della
retta, cogniti al contorno i valori della funzione e de
derivata normale (45); integrazione che pel caso del c
circolare è stata ottenuta da Lauricella ed Almansi m
integrali definiti.

III.

Poisson, nella sua gran memoria del **1829**, ha stu
vibrazioni radiali di una sfera elastica isotropa; e nella
dell'assenza di forze di massa ha assegnato, quasi co
raneamente ad Ostrogradsky, gli integrali delle equaz
moto di un corpo elastico in funzione dei dati inizial
cendo tutto alla integrazione della equazione *caratter*

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = a^2 \Delta_2 f \, ,$$

per la quale egli aveva già trovato una formula cele
gnita appunto col nome di Poisson) e che esprime
punto ed in un istante arbitrari mercè i valori inizial
della sua velocità.

La interpretazione di questi integrali, com'è noto,
dotto Poisson alla capitale osservazione che il movime
presso ad una porzione limitata d'un mezzo isotropo d
a due onde mobili propagantesi con velocità uniformi
verse; le une accompagnate da dilatazione e le altre
La distinzione più precisa in onde irrotazionali di dil
e in onde di distorsione equivoluminali è dovuta a Stok
memoria sulla diffrazione (a. 1849).

L'equazione caratteristica, generalizzazione di qu
mosa delle corde vibranti e detta ora dei potenziali ri
ha numerose applicazioni in ottica, in acustica, nell
degli elettroni ed è stata delle più approfondite.

Kirchhoff (a. 1882), osservando che si può soddisf
equazione caratteristica ponendo

$$f = \mathrm{F}\,(r + a\,t) : r \, ,$$

ha espresso f mediante i valori che essa e la derivata
al tempo e rispetto alla normale assumono sopra una

ie qualunque per ogni valore di t. Questa formula famosa Kirchhoff (da cui si può dedurre a sua volta quella di Pois- n) costituisce, com'è noto, l'espressione matematica del prin- pio di Huygens.

Si può ben dire che le ricerche sulle vibrazioni dei corpi stici isotropi abbiano avuto in sostanza di mira la esten- ne delle formule di Poisson e di Kirchhoff; e poichè è age- le, valendosi delle condizioni al contorno, eliminare le de- ate secondo la normale, tale estensione consisterà nell'e- imere spostamenti, velocità, ecc., in funzione degli elementi damentali del moto, cioè delle forze di massa, delle tensioni degli spostamenti al contorno, per qualunque valore del npo.

Il Cerruti, due anni prima della pubblicazione del Kirchhoff, il primo a tentare un simile problema in una memoria itta nel 1880 (58). Egli si propose appunto di estendere al o del moto i metodi generali del Betti fondati sull'uso del rema di reciprocità, che, salvo note modificazioni, sussiste turalmente anche nel caso del moto; e di assegnare quindi espressioni della dilatazione, della rotazione e degli sposta- nti di una particella qualunque, in un istante arbitrario, in zione degli elementi fondamentali del moto.

Considera a tal uopo un'onda sferica col centro in un ato O dello spazio occupato dal corpo e per la quale lo spo- mento, in un punto alla distanza r da O, è espresso dal ad $\{F(r+at):r\}$, oppure dalla rot $m\{F(r+bt):r\}$, dove b sono rispettivamente le velocità delle onde longitudinali rasversali ed m un vettore unitario fisso. Con questi spo- menti, nell'assenza di forze di massa, si soddisfa alle equa- ni del moto. Allora col solito metodo delle singolarità si va la dilatazione e la rotazione nel punto O, in funzione li elementi fondamentali. Ma per la dilatazione il Cerruti ha dato una formula completa, benchè il metodo conduca, ne si è detto, in modo spedito alla formula esatta. Dalle mule del Cerruti risulta che la rotazione della particella un punto qualunque del corpo è, a meno di un fattore co- nte, eguale alla rotazione di un vettore dipendente dagli nenti fondamentali del moto e somma di tre funzioni po-

tenziali di strato semplice, doppio e di spazio, e in cui le gra dezze dipendenti dal tempo debbono essere ritardate colla v locità b delle onde trasversali. Formule analoghe valgono p caso dell'equilibrio.

Spetta dunque al Cerruti il merito di aver iniziato que ricerche prima del Kirchhoff.

Dopo i lavori del Cerruti dobbiamo, in ordine di data, tare quelli del Volterra. Nella memoria (228) dedicata a studio delle equazioni di Lamé per la doppia rifrazione, V terra ha scoperto che gli integrali di Lamé non sono mo dromi ed ha quindi potuto correggere un errore in cui e incorsa la Kowalevskij; ma noi dobbiamo specialmente oc parci di quei lavori successivi in cui Volterra ha studiate equazioni delle vibrazioni di un mezzo elastico isotropo dip denti da due sole coordinate (moto per onde cilindriche) e p le quali egli dà un metodo generale d'integrazione, fond sulla teoria delle caratteristiche (230). La estensione a que caso delle due variabili della formula di Kirchhoff non agevole perchè non esiste un integrale analogo a quello cui il Kirchhoff prende le mosse; ma i metodi del Volte conducono invece speditamente a questa estensione.

L'efficacia dei metodi di Volterra si è ancora mostr nello studio delle vibrazioni dei corpi elastici isotropi. Inf il Tedone (202, 204), che si è occupato dell'applicazione questi metodi, ha potuto assegnare le formule per la di tazione e per la rotazione in funzione degli elementi fon mentali, nonchè le formule per gli spostamenti mercè i d iniziali e che perciò debbono ritenersi le corrispondenti de formula di Poisson e non di quella di Kirchhoff.

La estensione della formula di Kirchhoff al caso della i tropia elastica, cioè la ricerca degli spostamenti in funzi dei soli elementi fondamentali, è stata ottenuta recenteme dal Love (a. 1904). Il Love ha seguìto un metodo analog quello del Cerruti; ha applicato cioè il teorema di recipro ad un movimento qualunque e ad uno prodotto da una fo unica agente in un punto (moto per sollecitazione element di Stokes); ed ha ottenute le formule che dànno tutti

ıenti del moto in maniera identica a quella della formula
Kirchhoff.

Le formule del Love sono state poscia dedotte dal Somi-
na (198) e dal Tedone (218, 219) ed hanno dato origine a
vi lavori del Somigliana (199). Questi ha mostrato che la
ia del Betti per la statica, poteva essere estesa, coll'uso
potenziali ritardati di primo e di secondo ordine, anche
dinamica dei corpi elastici. In quella il punto di partenza
formula di Green: per questa il Somigliana ha subito ap-
ato la formula di Kirchhoff ed ha quindi date le compo-
i degli spostamenti in funzione degli elementi fondamen-
e della dilatazione (la quale sparisce senz'altro nel caso
importante delle vibrazioni trasversali); e da queste for-
ha desunto quelle per le componenti della rotazione sotto
forma analoga a quella del Cerruti per la dinamica e per
atica. Parimenti con procedimento diretto, già adoperato
caso dell'equilibrio, ha ottenuto in modo abbastanza sem-
l'espressione della dilatazione data dal Tedone, sempre
ınzione dei soli elementi fondamentali, e infine le formule
Love.

Se si riflette da ultimo che da Beltrami in poi (33, 34) la
strazione della formula di Kirchhoff è stata ridotta a una
dissima semplicità, deducendosi in modo rapido da una
ità, si comprende subito l'importanza ed il progresso rag-
to cogli ultimi lavori; i quali permettono inoltre di ab-
ciare, nella esposizione della teoria dei corpi elastici, i
casi dell'equilibrio e del moto con pari eleganza e spedi-
.

A ben comprendere poi tutta la portata di queste genera-
ne investigazioni, ricorderemo che esse hanno in modo
roso confermata la teoria di Stokes delle onde irrotazio-
ed equivoluminali; che le formule del Love hanno inoltre
esso di distinguere nell'espressione dello spostamento la
dovuta alla dilatazione e alla rotazione iniziali; e di con-
are il caso in cui la perturbazione iniziale è confinata in
parte limitata del corpo; allora, mentre sulla superficie
parazione gli spostamenti sono continui, la velocità e la
mazione sono discontinue e quindi nel mezzo isotropo si

propagano delle onde di discontinuità, analoghe a quelle studiate in un fluido da Hugeniot, Duhem e Hadamard.

Accenniamo infine che lo studio delle onde propagantesi alla superficie di un corpo elastico solido, iniziato da Lord Rayleigh e poi da Lamb, sembra avere notevoli applicazioni alla teoria dei movimenti sismici, come risulta ancora dai recenti studi del Rizzo.

IV.

Malgrado le numerose ricerche sui problemi speciali di equilibrio dei corpi elastici isotropi, sono assai limitati i casi in cui si è potuto risolvere il problema e limitatissimi quelli in cui la soluzione è stata presentata sotto forma semplice ed utile per le eventuali applicazioni. Di qui la necessità, specialmente per scopi pratici, di risolvere la questione con metodi fondati su sviluppi in serie e la cui importanza è duplice. Si cerca infatti di dimostrare la esistenza della soluzione e di trovare dei mezzi per ottenerla con procedimenti uniformi di calcolo.

La stessa via è stata battuta pei problemi assai più semplici detti di Dirichlet, pei quali Neumann e Robin proposero pei primi dei metodi generali, facendo numerose ipotesi restrittive sul contorno, sui valori assegnati in questo, ecc.; ipotesi che i geometri tentarono poscia, e, in parte, riuscirono a rimuovere.

Sebbene i lavori su questo argomento interessino, almeno fino ad ora, più l'analista che il fisico, crediamo tuttavia opportuno darne un breve cenno.

Si tentò anzitutto naturalmente di estendere alle equazioni della elasticità, nei due casi principali in cui al contorno sono noti gli spostamenti e le forze, i metodi della media di Neumann. Ma tale estensione, fatta dal Lauricella (104, 106), colle solite ipotesi restrittive al contorno, non è riuscita che nel caso in cui il rapporto tra la velocità delle vibrazioni trasversali e longitudinali sia sufficientemente prossimo all'unità oppure non oltrepassi certi limiti dipendenti dalla natura del contorno.

Ricordiamo poi che, eliminate le forze di massa, le equa-
ni dell'equilibrio di un corpo elastico isotropo assumono la
rma:

$$\Delta_2 s + h \operatorname{grad} \operatorname{div} s = 0,$$

cui s è lo spostamento in un punto qualunque e la costante
lipende in modo assai semplice dal rapporto k di Poisson.
ti al contorno i valori di s, l'equazione precedente ammette
più una soluzione purchè $-1 < h < \infty$, cioè per ogni va-
e di k non appartenente all'intervallo $\frac{1}{2}$, 1. Per i corpi
stici, com'è noto, k è compreso tra -1 e $\frac{1}{2}$. Ma le ricer-
recenti sulle equazioni dell'elasticità considerano tutti i
radetti valori di h. Il Lauricella ha cercato di esprimere
dilatazione e gli spostamenti mediante serie ordinate se-
ndo le potenze ascendenti di h', essendo h' un valore di h
npreso tra 0 e $\frac{1}{3}$. E da questi sviluppi ha cercato di trarre
la dimostrazione della esistenza degli integrali regolari
le equazioni dell'equilibrio per dati spostamenti al contorno
on ipotesi abbastanza generali sul contorno stesso.

Allo stesso genere di ricerche si riferiscono i lavori dei
elli Cosserat in Francia e quelli recentissimi del Korn; il
le ha proposto uno sviluppo secondo le potenze ascendenti
$m = h : (h + 2)$, valido per qualunque valore di h e quindi
m compreso tra -1 e $+1$. Dai lavori del Korn, condotti
sussidio dei metodi rigorosi iniziati dal Liapunoff nella
ria del potenziale, risulta una dimostrazione certamente
molto semplice, ma, pare, al coperto da qualsiasi critica,
la esistenza degli integrali già detti.

Del resto la teoria delle equazioni integrali, dovuta al
dholm, permette di ottenere la dimostrazione del teorema
esistenza con metodi assai più semplici e fu oggetto di studi
Lauricella e di altri.

Altri lavori del Lauricella hanno esteso alle equazioni del
o dei corpi elastici, alle equazioni delle vibrazioni delle
che incastrate, a quella delle vibrazioni di una membrana
tica, soddisfatte però alcune condizioni al contorno, i me-

todi di Schwarz, Poincaré e Picard relativamente a svilup
per soluzioni eccezionali.

V.

La dimostrazione del teorema che la soluzione gener
delle equazioni dell'equilibrio elastico, per un corpo cristalli
qualunque, è unica quando sono date le forze di massa e
tensioni al contorno, si riconduce agevolmente a ques
quando sono nulle le forze di massa e le tensioni al contor
le sei componenti di deformazione, cioè le tre dilatazioni
tre scorrimenti, sono nulle in ogni punto del corpo e qui
sono nulle tutte le tensioni interne, pel principio genera
zato di Hooke. Allora, *ammesso che gli spostamenti sia
funzioni monodrome, finite e continue dei punti*, si ded
che la deformazione è quella corrispondente ad un movime
rigido.

Ma ammesso che le componenti di deformazione siano
nite insieme colle loro derivate prime e seconde, gli spo
menti dei punti del corpo non sono necessariamente mo
dromi, finiti e continui.

Una questione analoga si presenta in Idrodinamica
moti irrotazionali, in cui il potenziale di velocità può ess
polidromo mentre sono finite, monodrome, ecc., le compon
della velocità. E più generalmente nella teoria dei campi
toriali è frequente il caso di considerare un vettore conti
la cui rotazione è nulla; in tal caso il vettore è sempr
gradiente di una funzione numerica che può essere monodr
o polidroma secondo che il campo in cui è definito il vett
è aciclico o ciclico.

Il Volterra, generalizzando un procedimento di St. Ven
Kirchhoff e Love, ha date, come base essenziale delle sue
cerche, alcune formule che esprimono lo spostamento in
corpo elastico qualunque mediante le sei costanti dello spo
mento rigido e le derivate delle sei componenti di defor
zione, supposte regolari, cioè monodrome, finite e conti
con le derivate prime e seconde. In queste espressioni f
rano degli integrali curvilinei; applicando il teorema di S
kes o della circuitazione, Volterra ha dedotto che, pur esse

ddisfatte le relazioni di St. Venant fra le componenti di de-rmazione, gli spostamenti sono monodromi se lo spazio oc-ipato dal corpo è aciclico; ma se lo spazio è ciclico, gli spo-amenti non sono necessariamente monodromi. E di qui ri-lta subito, per quanto fu detto in principio, che quando sono ılle le forze di massa e le tensioni al contorno, le tensioni terne saranno nulle (cioè il corpo sarà allo stato naturale) esso occupa uno spazio aciclico; mentre che le tensioni in-rne potranno non esser nulle se lo spazio è ciclico, pur es-ndo regolare la deformazione. E quindi ancora: a date forze i massa e a date tensioni al contorno corrisponderà o no una eformazione unica secondo che lo spazio è aciclico o ciclico.

Di qui una sostanziale differenza tra la teoria dei corpi astici aciclici e quella dei corpi elastici ciclici, fondata e stu-iata quasi esclusivamente dal Volterra.

Con opportune sezioni o tagli il corpo ciclico si può ri-ırre ciclico; ad ognuno di questi tagli corrispondono sei co-anti caratteristiche che individuano la polidromia degli spo-amenti e al tempo stesso la traslazione e la rotazione da cui sulta il moto relativo di due particelle qualunque situate da ırti opposte del taglio e che prima erano a contatto. Ese-uendo questi movimenti lungo ogni taglio, poscia ripristi-ındo la connessione e la continuità col togliere o aggiungere ella materia, si fa una distorsione (caratterizzata quindi dalle i costanti); e queste distorsioni inducono nel corpo, in assenza i forze esterne, uno stato di tensione.

Volterra ha applicato la sua teoria a vari casi particolari: e. a quello di un anello o cilindro cavo di rivoluzione da ıi sia asportata una fetta radiale o a faccie parallele e siano oi saldate le faccie libere. Nell'uno e nell'altro caso le faccie ldate risultano in parte tese e in parte compresse; ma per spetto alla deformazione ed alla distribuzione degli sforzi i ue casi sono essenzialmente diversi; nel primo caso la de-rmazione si conserva simmetrica, ma non nel secondo.

Nel caso del cilindro cavo di rivoluzione con fessura ra-iale o a faccie parallele (distorsioni di ordine 6 e 2), Volterra ı anche assegnate le componenti di spostamento che gli anno permesso di fare uno studio completo e profondo della

deformazione e di mettere a confronto i risultati previsti calcolo con quelli sperimentali.

Ha pure studiato altri casi di distorsione: p. e. quello vuto ad una fessura cuneiforme (d'ordine 4), trovando sem accordo completo tra teoria ed esperienza.

Le ricerche originali e profonde del Volterra sono, for il maggior contributo arrecato, dal Betti in poi, alla teo matematica dell'elasticità (231-238).

La importanza sempre crescente di questi studi, la nec sità di porre al corrente delle investigazioni scientifiche fis ed ingegneri, ha fatto sì che, sopratutto all'estero, siano so anche dopo quelli classici di Lamé e di Clebsch-St.Vena numerosi ed eccellenti trattati sulla teoria matematica dell lasticità; citiamo tra i migliori e più completi quello del Lo di cui l'anno scorso uscì la seconda edizione in inglese ed tedesco.

L'Italia possiede un vero gioiello; chè l'*Introduzione a teoria matematica dell'elasticità* del Cesàro espone con dute proprie, originali, con quella chiarezza e con quell'e ganza in cui pareva maestro insuperabile il solo Beltrar quanto è necessario conoscere da chi si inizia in questi stu Il Cesàro, preparandosi a salire sulla cattedra di meccanica Bologna, era tornato agli studi di elasticità; i suoi ultimi vori riguardano appunto il problema dei suoli isotropi e formule del Volterra; e se quella sventura che fece piange ogni cuore gentile, non avesse privato l'Italia del giovane geniale matematico, non v'ha dubbio ch'egli avrebbe aggiun nel campo delle applicazioni, più d'una foglia alla corona suoi lavori.

I limiti di questo rapporto, e sopratutto la mia incom tenza, non mi consentono di dare nemmeno un cenno dei vori sperimentali compiuti dal Cantone, in prima linea, e poi Sella, dal Cardani, da Ercolini, ecc. Diciamo solamente che lavori fondamentali del Voigt sulla determinazione delle stanti elastiche dei cristalli formarono oggetto di studio Sella, cui è pure dovuta una lucida esposizione delle delica

erienze del Voigt, e del Maresca che alcune di queste espe-
nze ripetè e confermò.

La teoria classica, nel caso delle deformazioni infinita-
nte piccole e nei limiti della validità della legge di Hooke,
reso, è vero, grandissimi servigi. Essa è ancora ben lungi
lo spiegar tutto ed il fenomeno della deformazione elastica
n realtà assai complicato. I lavori del Brillouin sulla legge
Hooke e sulla teoria delle deformazioni permanenti; quelli
entissimi del Bouasse e del Thompson hanno mostrato la
essità di estendere la teoria classica in modo da compren-
e i casi più estesi e ben più difficili delle deformazioni fi-
e. E questa teoria, che fu oggetto di studi di Kirchhoff e
Boussinesq, è stata ripresa recentemente dai fratelli Cosse-
e dal Duhem che ha considerato le leggi della viscosità
mezzi elastici e l'equilibrio e il moto dei così detti mezzi
rei. Su questo argomento noi non possiamo citare, tra gli
liani, che i lavori di Almansi sull'equilibrio dei sistemi di-
egati. Auguriamoci che l'esempio non sia infruttuoso.

Le teorie generali, molto spesso ed a torto disprezzate an-
da fisici di primo ordine, rendono al fisico servigi emi-
nti e per guidarlo nelle sue ricerche e per fornirgli uno
ema, sia pure imperfetto, dell'andamento del fenomeno che
i si propone di studiare. Non tutto è teoria, ma nemmeno
to è esperienza; e dall'accordo, dalla fusione della teoria
l'esperienza nasce il vero e reale progresso scientifico.

A questo progresso gl'italiani in questo ultimo trentennio
nno portato il loro contributo; mi sia permesso di conclu-
e coll'augurio che esso non si arresti e che anche nelle
ove vie che si aprono sull'orizzonte scientifico sia serbato
posto d'onore ai nostri studiosi.

Saggio di Bibliografia Italiana sulla Teoria matematica della Elasticità

Alibrandi Pietro. — Sulla elasticità dei solidi complicata da variazioni di temperatura. [*Giorn. di Matem.*, s. II, v. VII, pp. 77-91 (1900)].

2. **Allemannini Luigi.** — Risoluzione grafica di al
blemi riguardanti solidi soggetti a semplice
[*Politecn.*, a. XXX, pp. 179-193 (1882)].
3. » Le travi incastrate. [*Politecn.*, a. XXXII
80, 141-150 (1885)].
4. **Almansi Emilio.** — Sulla deformazione della sfera
[*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. VI, pp. 61-6
(1897)].
5. » Sulla deformazione della sfera elastica. [
Torino, s. II, t. XLVII, pp. 103-125 (189
6. » Sulla deformazione di una sfera elastica
al calore. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXII, p
(1896-97)].
7. » Sulla integrazione della $\Delta^{2n} = 0$. [*Ann.*
s. III, t. II, pp. 1-51 (1898)].
8. » Influenza delle deformazioni elastiche sul m
di un pendolo a reversione. [*N. Cimento*, s.
pp. 260-278 (1899)].
9. » Sulla torsione dei cilindri cavi a spessore
simo. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXV, pp. 39-
900)].
10. » Sopra la deformazione dei cilindri sollec
ralmente. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. X,
338, 400-408, 1° sem. (1901)].
11. » Introduzione alla Scienza delle costruzioni
Clausen (1901).
12. » Sull' equilibrio dei sistemi disgregati. [*Att*
rino, v. XL, pp. 707-734 (1904-1905)].
13. » Sulla flessione dei cilindri. [*Rend. Circ.*
lermo, t. XXI, pp. 36-55 (1906)].
14. » Sulle equazioni dell' elasticità. [*Rend. Ac*
s. V, v. XVI, pp. 23-26, 1° sem. (1907)].
15. » Sopra una classe particolare di deformazio
stamenti polidromi dei solidi cilindrici. [
Lincei, s. V, v. XVI, pp. 26-33, 1° sem.
16. » Un teorema sulle deformazioni elastiche
isotropi. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XVI
867, 1° sem. (1907)].
17. » Sull' equilibrio dei solidi elastici disgregat
mento, s. V, v. XIII, pp. 361-374 (1907)]
18. **Arzelà Cesare.** — Deformazione di un ellissoide
elastico isotropo per l' azione di forze, che
sopra tutti i punti della sua massa, e ch
tono una funzione potenziale della forma

$$f = Px^2 + Qy^2 + Rz^2 + V ,$$

rispetto alla quale la superficie dell' ellissoide sia di livello. [*Giorn. di Matem.*, v. XII, pp. 339-347 (1874].

19. **Barzanò Carlo.** — Cenni bibliografici degli studi intrapresi in Germania intorno ai teoremi dell' ingegnere Castigliano ed alle loro applicazioni [*Politecn.*, a. XXXIII, pp. 93-96 (1885].

20. **Bellavitis Giusto.** — Considerazioni sulle formule per l'equilibrio di una verga elastica che si leggono nella 2ª edizione (1833) della Meccanica di Poisson. [*Ann. d. Scienze del Regno Lombardo-Veneto*, v. IX, pp. 202 207 (1839)].

21. **Beltrami Eugenio.** — Sulle equazioni generali dell'elasticità. [*Ann. di Mat.*, s. II., t. X, pp. 188-211 (1880-1882); *N. Cimento*, s. III, t. XX, pp. 186-192 (1886); t. XXI, pp. 25 36, 113-121 (1887)].

22. » Sull' uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell' elasticità. [*Rend. Ist. Bologna*, a. 1884-85, pp. 76 78. *Mem. Ist. Bologna*, s. IV, t. VI, pp. 401-448 (1884). *N. Cimento*, s. III, t. XVIII, pp. 190-192, 228-246 (1885), t. XIX, pp. 90-95, 97-121 (1886)].

3. » Sulle condizioni di resistenza dei corpi elastici. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XVIII, pp. 704-714 (1885); *N. Cimento*, s. III, t. XVIII, pp. 145-155 (1885)].

4. » Sull' interpretazione meccanica delle formule di Maxwell. [*Rend. Ist. Bologna*, a. 1885-86, p. 47; *Mem. Ist. Bologna*, s. IV, t. VII, pp. 3-38 (1886); *N. Cimento*, s. III, t. XX, pp. 5-25, 97-111 (1886)].

5. » Sulla rappresentazione delle forze newtoniane per mezzo di forze elastiche. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XVII, pp. 581-589 (1884); *N. Cimento*, s. III, t. XVII, pp. 108-116 (1885)].

6. » Sulla teoria delle onde. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XIX, pp. 424-435 (1886)].

7. » Sul principio di Huygens. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XXII, pp. 428-438 (1889; *N. Cimento*, s. III, t. XXVI, pp. 233 243 (1889)].

8. » Note fisico-matematiche. [*Rend. Circ. Mat. Palermo*, t. III, pp. 67 79 (1889].

9. » Sulla teoria generale delle onde piane. [*Rend. Circ. Mat. Palermo*, t. V, pp. 227-235 (1891)].

0. » Intorno al mezzo elastico di Green. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XXIV, pp. 717-726, 779-807 (1891); *N. Cimento*, s. III, t. XXIX, pp. 241-251 (1891)].

31. **Beltrami Eugenio.** — Sull'espressione analitica del principio di Huygens. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. 99-108, 1° sem. (1892)].
32. » Osservazioni alla Nota del prof. Morera. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. 141-142, 1° sem. (1892)].
33. » Sull'espressione data da Kirchhoff al principio di Huygens. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. IV, pp. 29-31, 2° sem. (1895)].
34. » Sul teorema di Kirchhoff. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. IV, pp. 51-52, 2° sem. (1895)].
35. **Betti Enrico.** — Teoria della elasticità. [*N. Cimento*, s. II, t. VII-VIII, pp. 5-21, 69-97, 158-180 (1872); t. IX, pp. 34-43; t. X, pp. 58-84 (1873)].
36. » Sopra l'equazioni di equilibrio dei corpi solidi elastici. [*Ann. di Mat.*, s. II, t. VI, pp. 101-111 (1873-75)].
37. **Bisconcini Giulio.** — Sulle vibrazioni trasversali di una lamina, che dipendono da due soli parametri. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XII, pp. 385-389, 1° sem. (1903)].
38. » Sulle vibrazioni trasversali di una membrana che si possono far dipendere da due soli parametri. [*Mem. Acc. Torino*, s. II, t. LIV, pp. 51-80 (1902 903)].
39. **Bocci Davide.** — Formole matematiche delle varie resistenze che possono esercitare i solidi prismatici. [*Giorn. dell'Ingegnere*, a. XII, pp. 345-357, 715-733 (1864); a. XIII, pp. 143-152 (1865)].
40. **Boggio Tommaso.** — Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXV, pp. 219-239 (1899-900); *N. Cimento*, s. IV, t. XII, pp. 170-190 (1900)].
41. » Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane. Nota II. [*Atti Istituto Veneto*, t. LXI, pp. 619-636 (1901-902); *N. Cimento*, s. V, t. I, pp. 161-178 (1901)].
42. » Sull'equilibrio delle piastre elastiche piane. [*Rend. Ist. Lombardo*, s. II, v. XXXIV, pp. 793-808 (1901)].
43. » Sull'equilibrio delle piastre elastiche incastrate. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. X, pp. 197-205, 1° sem. (1901)].
44. » Sulla deformazione delle piastre elastiche soggette al calore. [*Atti Acc. Torino*, v. XL, pp. 219-240 (1904-905)].
45. » Sulla deformazione delle piastre elastiche cilindriche di grossezza qualunque. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 419-427, 2° sem. (1904)].

Boggio Tommaso. — Sulla deformazione di una sfera elastica isotropa. [*Atti Acc. Torino,* v. XLI, pp. 579-587 (1905-906)].

» Sulla deformazione di un ellissoide elastico. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. XV, pp. 104-111, 1° sem. (1906)].

Bottiglia Angelo. — Teoria e calcolo delle molle metalliche. [*Atti Acc. Torino,* v. XVI, pp. 424-453 (1881)].

Cafiero Domenico. — La deformazione finita di un mezzo continuo. [*Atti Acc. Peloritana,* v. XXI, f. I, pp. 179-228 (1906)].

Caluso (l'abbé de). — De la courbe élastique. [*Mem. Acc. Torino,* t. XVI, p. I, pp. 294-305 (1809)].

Canevazzi Silvio. — Sull'equilibrio molecolare. [*Mem. Ist. Bologna,* s. III, t. IX, pp. 493-533 (1878)].

» Contributo alla teoria dei sistemi elastici. [*Mem. Ist. Bologna,* s. IV, t. X, pp. 673-686 (1889)].

Castigliano Alberto. — Intorno ai sistemi elastici. Dissertazione presentata alla Commissione esaminatrice della R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri. Torino, 1873.

» Nuova teoria intorno all'equilibrio dei sistemi elastici. [*Atti Acc. Torino,* v. XI, pp. 127-286 (1875)].

» Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications. Turin, 1879.

Cavalli Ernesto. — Intorno alla resistenza dei recipienti cilindrici e sferici. [*Politecn.,* a. XXXII, pp. 454-468 (1884)].

Cerruti Valentino. — Sistemi elastici articolati. Dissertazione presentata alla Commissione esaminatrice della R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri. Torino, 1873; pp. 1-57.

» Sopra un teorema del sig. Menabrea. [*Atti Acc. Lincei,* s. II, v. II, pp. 570-581 (1874-75)].

» Sulle vibrazioni dei corpi elastici isotropi. [*Mem. Acc. Lincei,* s. III, v. VIII, pp. 361-389 (1879-80)].

» Ricerche intorno all'equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Mem. Acc. Lincei,* s. III, v. XIII, pp. 81-123 (1881-82)].

» Sulla deformazione di uno strato isotropo indefinito limitato da due piani paralleli. [*Atti Acc. Lincei,* s. IV, v. I, pp. 521-522 (1884-85)].

» Sur la déformation d'une sphère homogène isotrope. [*Ass. franc. pour l'avancement d. Sciences. Compte-Rendu de la 14e Session,* Grenoble, 1885, 2e partie, pp. 68-79)].

62. **Cerruti Valentino.** — Sulla deformazione d' una sfera o genea isotropa. [*Rend. Acc. Lincei,* s. IV, v. II, 461-469, 586-593, 1° sem. (1885-86)].
63. » Sulla deformazione di una sfera omogenea isot (per dati spostamenti de' punti della superficie traduz. dal francese). [*N. Cimento,* s. III, t. XX pp. 121 133 (1892)].
64. » Sulla deformazione di una sfera omogenea isot (per date forze applicate sulla superficie). [*N. mento,* s. III, t. XXXII, pp. 193 215 (1892)].
65. » Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo alcune speciali condizioni ai limiti. [*Rend. Acc. cei,* s. IV, v. IV, pp. 785-792, 1° sem. (1888); *Cimento,* s. III, t. XXXIV, pp. 115-124 (1893
66. » Sulla deformazione di un involucro sferico isot per dati spostamenti de' punti delle due super limiti. [*Rend. Acc. Lincei,* s. IV, v. V, pp. 189- 2° sem. (1889); *N. Cimento,* s. III, t. XXXIII, 5-14, 49-56 (1893)].
67. » Sulla deformazione di un involucro sferico isot per date forze agenti sulle due superficie li [*Mem. Acc. Lincei,* s. IV, v. VII, pp. 25 44 (1 *N. Cimento,* s. III, t. XXXIII, pp. 97-115, 145- 202-208, 259-268 (1893)].
68. **Cesàro Ernesto.** — Moti rigidi e deformazioni termiche gli spazi curvi. [*Rend. Acc. Lincei,* s. IV, v. IV 376-384, 2° sem. (1888)].
69. » Sulle variazioni di volume nei corpi elastici. [*R Acc. Lincei,* s. IV, v. V, pp. 259-264, 2° sem. (18
70. » Sul calcolo della dilatazione e della rotazione mezzi elastici. [*Rend. Ist. Lombardo,* s. II, v. X pp. 459-466 (1891)].
71. » Sulle equazioni dell'elasticità negli iperspazi. [*R Acc. Lincei,* s. V, v. III, pp. 290-294, 2° sem. (18
72. » Introduzione alla teoria matematica della elast Torino, 1894.
73. » Sul problema dei suoli elastici. [*Rend. Acc. Na* s. III, v. XII, pp. 199 206 (1906)].
74. » Sulle formule del Volterra fondamentali nella t delle distorsioni elastiche. [*Rend. Acc. Napoli,* s. v. XII, pp. 311-321 (1906); *N. Cimento,* s. V, t. pp. 143-154 (1906)].
75. **Cipolletti Domenico.** — Analisi delle formole di equil delle travi. [*Giorn. dell' Ingegnere,* a. XI, pp. 572, 635-646 (1863)].

Cipolletti Domenico. — Equilibrio di un solido appoggiato nelle estremità e caricato di *n* forze. [*Giorn. dell'Ingegnere*, a. XII, pp. 241-246, 307-311 (1864)].

» Equilibrio di un solido incastrato in una estremità e carico in *n* tratti di *n* pesi uniformemente distribuiti. [*Giorn. dell'Ing.*, a. VII, pp. 399-403 (1864)].

» Equilibrio di un solido incastrato nelle due estremità e carico di *n* pesi. [*Giorn. dell'Ingegn.*, a. XIV, pp. 76-88 (1866)].

» Equilibrio di un solido appoggiato in $n+1$ punti e caricato di un peso distribuito sulla sua lunghezza. [*Giorn. dell'Ingegn.*, a. XV, pp. 84-91, 357-370 (1867)].

Crotti Francesco. — Esposizione del teorema Castigliano e suo raccordo colla teoria dell'elasticità. [*Politecnico*, a. XXVII, pp. 45-52 (1879)].

» Valore degli spostamenti nei sistemi elastici. [*Politecnico*, a. XXXII, pp. 257-260 (1884)].

» Teoria dell'elasticità. Milano, 1882, Hoepli.

Curioni Giovanni. — Sulla resistenza trasversale dei solidi elastici. [*Atti Acc. Torino*, v. VII, pp. 597-614 (1872)].

« Sul lavoro della resistenza molecolare in un solido elastico qualunque sollecitato da forze comunque operanti. [*Atti Acc. Torino*, v. VIII, pp. 33-58 (1872)].

» Sulla equazione dei momenti inflettenti nelle sezioni corrispondenti a tre appoggi successivi di una trave prismatica caricata perpendicolarmente al suo asse. [*Atti Acc. Torino*, v. XV, pp. 775-784 (1880)].

» Studi sulla resistenza dei corpi solidi alla flessione. Equazioni di equilibrio col tener conto della diversità dei valori dei coefficienti di elasticità relativi alla tensione ed alla pressione. [*Atti Acc. Torino*, v. XVII, pp. 256-266 (1882)].

Delanges Paolo. — Intorno alla incurvazione dei solidi. [*Mem. Soc. Ital.*, s. I, t. XII, p. 1ª, pp. 1-7 (1805)].

De Marchi Luigi. — Teoria elastica delle dislocazioni tectoniche. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XVI, pp. 384-395, 1° sem. (1907)].

» La teoria elastica dell'isostasi terrestre. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XVI, pp. 910-916, 1° sem. (1907)].

Donati Luigi. — Sul lavoro di deformazione dei solidi elastici. [*Mem. Ist. Bologna*, s. IV, t. IX, pp. 345-367 (1888)].

» Illustrazione al teorema del Menabrea. [*Rend. Ist. Bologna*, a. 1888-89, pag. 97; *Mem. Ist. Bologna*, s. IV, t. X, pp. 267-274 (1889)].

90. **Donati Luigi.** — Ulteriori osservazioni intorno al teorema del Menabrea. [*Mem. Ist. Bologna*, s. V, t. IV, pp. 449-474 (1894)].
91. **Gabba Alberto.** — Cenno sul principio di elasticità e su talune sue applicazioni. [*Giornale di Artiglieria e Genio*, pp. 247-263 (1874)].
92. » Esposizione del principio di elasticità, e studi su talune sue applicazioni mediante i determinanti. [*Rend. Ist. Lombardo*, v. XIII, pp. 81-116 (1877)].
93. **Gebbia Michele.** — Proposizioni fondamentati della statica dei corpi elastici. [*Rend. Circolo Mat. Palermo*, t. V, pp. 320-324 (1891)].
94. » Sugli enunciati della nota: Proposizioni fondamentali della statica dei corpi elastici. [*Rend. Circolo Mat. Palermo*, t. VII, pag. 310 (1893)].
95. » Le deformazioni tipiche dei corpi solidi elastici. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. VII, pp. 141-230 (1902)].
96. » Le deformazioni tipiche dei corpi solidi elastici. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. X, pp. 157-202 (1904)].
97. **Guidi Camillo.** — Sopra un problema di elasticità. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXIV, pp. 376-377 (1898-99)].
98. **Lauricella Giuseppe.** — Sull' equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. II, pp. 298-305, 1° sem. (1893)].
99. » Sull' equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*N. Cimento*, s. III, t. XXXIV, pp. 141-148 (1893)].
100. » Equilibrio di un corpo elastico indefinito limitato da un piano. [*N. Cimento*, s. III, t. XXXVI, pp. 173-183 (1894)].
101. » Studio degli integrali del Somigliana relativi alla elasticità. [*N. Cimento*, s. III, t. XXXVI, pp. 225-235 (1894)].
102. » Formole generali relative all' integrazione delle equazioni dell' equilibrio dei corpi elastici. Applicazione al caso di un corpo elastico sferico. [*N. Cimento*, s. III, t. XXXVI, pp. 314-321 (1894)].
103. » Sull' integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici. [*N. Cimento*, s. IV, t. I, pp. 155-165 (1895)].
104. » Equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa*, v. VII, pp. 1-120 (1895)].
105. » Sulle equazioni del moto dei corpi elastici. [*Mem. Acc. Torino*, s. II, t. XLV, pp. 295-330 (1894-95)].
106. » Sull' integrazione delle equazioni dell'equilibrio elastico. [*Ann. di Mat.*, s. II, t. XXIII, pp. 288-308 (1895)].

7. **Lauricella Giuseppe.** — Sull' equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate. [*Mem. Acc. Torino*, s. II, t. XLVI, pp. 65-92 (1895-96)].

8. » Deformazione di un cerchio elastico isotropo per dati spostamenti al contorno. [*N. Cimento*, s. IV, t. I, pp. 87-96 (1895)].

9. » Sulle vibrazioni delle lamine elastiche incastrate. [*N. Cimento*, s. IV, t. IV, pp. 134-145 (1896)].

0. » Sulle vibrazioni dei solidi elastici. [*Ann. di Mat.*, s. II, t. XXVI, pp. 113-141 (1897)].

1. » Sugli sviluppi in serie di soluzioni eccezionali dell' elasticità. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXIV, pp. 5-24, (1898-99)].

2. » Sull'integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei solidi elastici isotropi per dati spostamenti in superficie. [*N. Cimento*, s. IV, t. IX, pp. 97-109; t. X, pp. 5-19 (1899)].

3. » Sulla convergenza delle serie degli spostamenti e delle velocità di un solido elastico isotropo vibrante. [*Atti Acc. Gioenia*, s. IV, v. XII, mem. II di pp. 9 (1899)].

4. » Sulla deformazione di una sfera elastica per dati spostamenti in superficie. [*Ann. di Mat.*, s. III, t. VI, pp. 289-299 (1900)].

5. » Sulla deformazione di una sfera elastica isotropa per date tensioni in superficie. [*N. Cimento*, s. V, t. V, pp. 5-26 (1903)].

6. » Sulle formule che dànno la deformazione di una sfera elastica isotropa. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 583-590, 2° sem. (1904)].

7. » Sulle equazioni della deformazione delle piastre elastiche cilindriche. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 605-612, 1° sem. (1905)].

8. » Sull' integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Ann. di Mat.*, s. III, t. XI, pp. 269-283 (1905)].

9. » Sui potenziali elastici ritardati. [*Atti Acc. Gioenia*, s. IV, v. XIX, mem. XIX di pp. 7 (1906)].

0. » Sull' integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XV, pp. 426-432, 1° sem. (1906)].

1. » Sulla risoluzione del problema di Dirichlet col metodo di Fredholm e sull' integrazione delle equazioni dell' equilibrio dei solidi elastici indefiniti.

[*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XV, pp. 611-619, 1° sem. (1906)].

122. **Lauricella Giuseppe.** — Sul problema derivato di Dirichlet, sul problema dell' elettrostatica e sull' integrazione delle equazioni dell'elasticità. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XV, pp. 75-83, 2° sem. (1906)].

123. » Alcune applicazioni della teoria delle equazioni funzionali alla fisica-matematica. [*N. Cimento*, s. V, t. XIII, pp. 104-118, 155-174, 237-262, 501-518 (1907)].

124. **Levi-Civita Tullio.** — Sul massimo cimento dinamico nei sistemi elastici. [*N. Cimento*, s. V, t. II, pp. 188-196 (1901)].

125. **Maggi Gianantonio.** — Sulla propagazione libera e perturbata delle onde luminose in un mezzo isotropo. [*Ann. di Matem.*, s. II, t. XVI, pp. 12-48 (1888-89)].

126. » Sull' interpretazione del nuovo teorema di Volterra sulla teoria dell'elasticità. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 409-411, 2° sem. (1905)].

127. **Mainardi Gaspare.** — Sulle vibrazioni di una sfera elastica. [*Ann. d. Scienze del Regno Lombardo-Veneto*, v. VIII, pp. 122-133 (1838)].

128. » Su le condizioni di equilibrio di una corda attorta e di una verga elastica sottile leggermente piegata. [*Mem. Soc. Ital.*, s. I, t. XXII, pp. 237-252 (1841)].

129. **Marcolongo Roberto.** — Su alcuni sistemi di equazioni alle derivate parziali. [*Rend. Acc. Napoli*, a. XXVIII, pp. 149-156 (1889)].

130. » Equilibrio di elasticità di un corpo isotropo indefinito limitato da un piano indefinito. [*Rend. Acc. Napoli*, a. XXVIII, pp. 205-219 (1889)].

131. » Sulla deformazione di una sfera omogenea isotropa per speciali condizioni ai limiti. [*Rend. Acc. Lincei*, s. IV, v. V, pp. 349-357 (1889)].

132. » Sulla deformazione di un corpo elastico isotropo indefinito limitato da un piano indefinito per speciali condizioni ai limiti. [*Rend. Acc. Napoli*, a. XXX, pp. 25-32 (1891)].

133. » Risoluzione di due problemi relativi alla deformazione di una sfera omogenea isotropa. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. 335-343, 1° sem. (1892)].

134. » Deformazione di una sfera isotropa. [*Ann. di Mat.*, s. II, t. XXIII, pp. 111-152 (1895)].

Marcolongo Roberto. — Les composantes de déformation d'un milieu continu. [*Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas*, t. XIII, pp. 161-165 (1897)].

» La deformazione del diedro retto isotropo per speciali condizioni ai limiti. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XI, pp. 318-324, 1° sem. (1902)].

» Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici. Milano, manuale Hoepli, 1904.

» Le formule del St. Venant per le deformazioni finite. [*Rend. Circ. Mat. Palermo*, t. XIX, pp. 151-155 (1905)].

» La teoria delle equazioni integrali e le sue applicazioni alla fisica-matematica. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XVI, pp. 742-749 (1907)].

Menabrea Luigi. — Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques. [*Comp. Rendus de l'Académie des Sciences*, t. XLVI, 1er sem., pp. 1056-1060 (1858)].

» Sul principio di elasticità. Dilucidazioni. (Contiene scritti di Parodi, Barsotti, Bertrand, Villarceau). [*Atti Acc. Torino*, v. V, pp. 686-710 (1870)].

» Étude de statique physique. Principe général pour déterminer les pressions et les tensions dans un système élastique. [*Mem. Acc. Torino*, s. II, t. XXV, pp. 141-180 (1871)].

» Correzione da introdursi nella sua Memoria: « Principe général pour déterminer les pressions et les tensions dans un systhème élastique ». [*Atti Acc. Torino*, v. X, pp. 45 46 (1874)].

» Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici. [*Atti Acc. Lincei*, s. II, v. II, pp. 201-229 (1874-75)].

Modigliano Cesare. — Sulle azioni esercitate dai carichi mobili in una trave sostenuta da due appoggi. [*Politecn.*, a. XXVI, pp. 702-712 (1878); a. XXVII, pp. 20 37 (1879)].

» Sulle forze interne. [*Politecn.*, a. XXIX, pp. 170-181, 310-322 (1881)].

Morandi Edmondo. — Sópra alcuni problemi di statica elastica. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. IX, pp. 161-183 (1903)].

Morera Giacinto. — Sulle equazioni generali per l'equilibrio dei sistemi continui a tre dimensioni. [*Atti Acc. Torino*, v. XX, pp. 43-53 (1884-85)].

148. **Morera Giacinto.** — Soluzione generale delle equazioni indefinite dell' equilibrio di un corpo continuo. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. 137-141, 1° sem. (1892)].

149. » Appendice alla Nota: Sulla soluzione più generale delle equazioni indefinite, ecc. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. 233-234, 1° sem. (1892)].

150. » Sull'espressione analitica del principio di Huygens. [*N. Cimento*, s. IV, t. II, pp. 17-25 (1895)].

151. » Intorno all' equilibrio dei corpi elastici isotropi. [*Atti Acc. Torino*, v. XLII, pp. 676-686 (1906-907)].

152. **Mossotti Ottaviano Fabrizio.** — Sul movimento di un'elice che si scatta. [*Mem. Soc. Italiana*, s. I, t. XVIII, pp. 243-268 (1820)].

153. **Nocciòli Giulio.** — Sopra alcuni casi del problema di St. Venant integrabili mediante le funzioni ellittiche e la rappresentazione conforme. [*N. Cimento*, s. III, t. XXXIII, pp. 208-222 (1893)].

154. **Orlando Luciano.** — Sulla deformazione di un triedro tri-rettangolo e di una lastra indefinita, elastici, isotropi. [*Rend. Circolo Mat.*, t. XVII, pp. 335-352 (1903)].

155. » Sulla deformazione di un solido isotropo limitato da due piani paralleli. [*N. Cimento*, s. V, t. VII, pp. 421-424 (1904)].

156. » Sopra alcuni problemi di equilibrio elastico. [*N. Cimento*, s. V, t. VII, pp. 161-165 (1904)].

157. » Sulla deformazione del suolo elastico isotropo. [*Rend. Circolo Matem.*, t. XVIII, pp. 311-317 (1904)].

158. » Sull' equilibrio elastico di una lastra indefinita. [*Giorn. di Matem.*, s. II, v. XI, pp. 239-247 (1904)].

159. » Sulla deformazione d' un diedro isotropo di ampiezza sottomultipla di π. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 513-516, 2° sem. (1904)].

160. » Sulla deformazione di un solido isotropo limitato da due piani paralleli, per tensioni superficiali date. [*Rend. Circolo Matem.*, t. XIX, pp. 66-77 (1905)].

161. » Sulla deformazione di un solido isotropo limitato da due piani paralleli, per tensioni superficiali date. Nota addizionale. [*Rend. Circolo Mat.*, t. XIX, pp. 78-80 (1905)].

162. » Integrazione della Δ_4 fra due piani paralleli. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 4-7, 1° sem. 1905)].

163. **Orlando Luciano.** — Sopra alcune funzioni ausiliarie. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 138-143, 1° sem. (1905)].

164. » Sopra alcune funzioni analoghe alla funzione di Green per un parallelepipedo rettangolo. [*Rendic. Circolo Mat.*, t. XIX, pp. 62-65 (1905)].

165. » Sopra alcuni problemi di fisica-matematica. [*Atti Acc. Peloritana*, v. XX, f. I, pp. 1-51 (1905)].

166. » Alcune applicazioni dell'integrale di Fourier. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XV, pp. 205-208, 1° sem. (1906)].

167. » Nuova applicazione della formula integrale di Fourier. [*Atti Acc. Peloritana*, v. XXII, f. I, pp. 87-94 (1907)].

168. **Padova Ernesto.** — Il problema di De St. Venant per un prisma rettangolare. [*N. Cimento*, s. III, t. X, pp. 102-113 (1881)].

169. » Sopra un teorema della teoria matematica dell'elasticità. [*N. Cimento*, s. III, t. XXIII, pp. 57-61 (1888)].

170. » Sulle deformazioni infinitesime. [*Rend. Acc. Lincei*, s. IV, v. V, pp. 176-178 (1889)].

171. » Estensione del problema di De St. Venant. [*Rend. Acc. Lincei*, s. IV, v. VI, pp. 95-102, 2° sem. (1890)].

172. **Panetti Modesto.** — Sul calcolo delle vibrazioni trasversali di una trave elastica urtata. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXVI, pp. 6-26 (1900-901)].

173. **Paradisi Giovanni.** — Ricerche sopra la vibrazione delle lamine elastiche. [*Mem. Ist. Naz. Ital.*, t. I, p. II, pp. 393-431 (1806)].

174. **Plana Giovanni.** — Équation de la courbe formée par une lame élastique, quelles que soient les forces qui agissent sur la lame. [*Mem. Acc. Torino*, t. XVIII, p. II, pp. 123-155 (1811)].

175. **Pietrocola Carlo.** — Ricerca grafica dei momenti flettenti di una trave rettilinea in più campate poggiata od incastrata agli estremi, qualunque sia la natura e la ripartizione del sopracarico. [*Politecn.*, a. XXXVII, pp. 595-613 (1889)].

176. **Piola Gabrio.** — La Meccanica de' corpi naturalmente estesi trattata col calcolo delle variazioni. [*Opusc. mat. e fisici*, t. I, pp. 201-236 (1832)].

177. » Nuova analisi per tutte le questioni della meccanica molecolare. [*Mem. Soc. Ital. delle Scienze*, s. I, t. XXI, pp. 155-321 (1836)].

[illegible]

[illegible] *Ph*[illegible] t. XXX[illegible]

[illegible] sistema [illegible] s. V, v. III [illegible]

[illegible] un c[illegible] s. [illegible] t. XVII, [illegible] 161-16[illegible] t. XX, pp.[illegible]

[illegible] corpo elastico iso[illegible] superficie sferiche. [*An*[illegible] pp. 100-172 [illegible]

[illegible] di un corpo [illegible] curvatura costant[illegible] pp. 101-115 (1888-[illegible]

[illegible] elasticità. [*Ann. di Ma*[illegible] (1889-90)].

[illegible] per la rappresentazione [illegible] per mezzo di forze elastiche [illegible] s. II, v. XXIII, pp. 874-882 [illegible]

[illegible] analitiche generali dei mo[illegible] [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. I, pp. [illegible] 2° sem. 1892].

[illegible] sulla deformazione ed i fenomen[illegible] in un cilindro cristallino. [*Ann. d*[illegible] s. II, t. XX, pp. 61-99 (1892); *N. Cimento* [illegible] t. XXXIV, pp. 14-21 (1893)].

Somigliana Carlo. — Sopra gli integrali delle equazioni della isotropia elastica. [*N. Cim.*, s. III, t. XXXVI, pp. 28-39, 113-126 (1894)].

» Sulla legge di razionalità rispetto alle proprietà elastiche dei cristalli. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. III, pp. 238-246, 1° sem. (1894)].

» Sopra gli invarianti ortogonali di deformazione. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. IV, pp. 25-33, 1° sem. (1895)].

» Sul potenziale elastico. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. VII, pp. 129-140 (1902)].

» Sul principio delle immagini di Lord Kelvin e le equazioni della elasticità. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XI, pp. 145-154, 1° sem. (1902); *N. Cimento*, s. V, t. III, pp. 288-396 (1902)].

» Sull'applicazione del metodo delle immagini alle equazioni dell'elasticità. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 307-318, 1° sem. (1904)].

» Le deformazioni ausiliarie nei problemi alterni di equilibrio elastico. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 129-141, 2° sem. (1904)].

» Sulla propagazione delle onde nei mezzi isotropi. [*Atti Acc. Torino*, v. XLI, pp. 60-71 (1905-906); *N. Cimento*, s. V, t. XII, pp. 47-60 (1906)].

» Sopra alcune formule fondamentali della dinamica dei mezzi isotropi. [*Atti Acc. Torino*, v. XLI, Nota 1ª, pp. 869-885 (1905-906). Nota 2ª, pp. 1070-1080. Nota 3ª, v. XLII, pp. 765-769 (1906-907)].

Tedone Orazio. — Sulla linea elastica. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. III, pp. 265-271, 1° sem. (1894)].

» Sulla dimostrazione della formola che rappresenta analiticamente il principio di Huyghens. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. V (1896), pp. 357-360, 1° sem. (1896)].

» Sulle vibrazioni dei corpi elastici. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. V, pp. 58-65, 2° sem. (1896)].

» Sulla integrazione delle equazioni della elasticità. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. V, pp. 460-467, 2° sem. (1896)].

» Sulle vibrazioni dei corpi solidi, omogenei ed isotropi. [*Mem. Acc. Torino*, s. II, t. XLVII, pp. 181-258 (1897)].

» Sulle equazioni dell'elasticità in coordinate curvilinee. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXIV, pp. 1054-1061, (1898-99)].

206. **Tedone Orazio.** — Sulle equazioni delle vibrazioni dei corpi elastici in coordinate curvilinee. [*Atti Acc. Torino*, v. XXXV, pp. 219-239 (1899-900)].

207. » Sulle formule che rappresentano lo spostamento di un punto di un corpo elastico in equilibrio. [*N. Cimento*, s. IV, t. XI, pp. 161-172 (1900)].

208. » Sulla deformazione delle piastre di grossezza finita. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. X, pp. 131-137, 1° sem. (1901)].

209. » Su alcuni problemi di equilibrio elastico. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. X, pp. 251-258, 294-296, 2° sem. (1901)].

210. » Saggio di una teoria generale delle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo isotropo. Memoria I. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. VIII, pp. 129-180 (1902)].

211. » Sulle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo isotropo con speciale riguardo alle forze di massa e su alcuni problemi relativi alla sfera elastica. [*Rend. Circolo Matem.*, t. XVII, pp. 241-274 (1903)].

212. » Saggio di una teoria generale delle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo isotropo. Memoria II. [*Ann. di Matem.*, s. III, t. X, pp. 13-65 (1904)].

213. » Sull'equilibrio di una piastra elastica, isotropa, indefinita. [*Rend. Circolo Matem.*, t. XVIII, pp. 368-385 (1904)].

214. » Sul problema dell'equilibrio elastico di un cilindro circolare indefinito. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIII, pp. 232-240, 1° sem. (1904)].

215. » Sul problema dell'equilibrio elastico di un ellissoide di rotazione. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 76-84, 1° sem. (1905)].

216. » Sull'equilibrio elastico di un corpo limitato da un cono di rotazione. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 316-322, 1° sem. (1905)].

217. » Sui problemi di equilibrio elastico a due dimensioni. Ellissi. [*Atti Acc. Torino*, v. XLI, pp. 86-101 (1905-906)].

218. » Sulla estensione dell'integrale di Poisson relativo alla equazione dei potenziali ritardati al caso della isotropia elastica. [*Atti Acc. Torino*, v. XLII, pp. 516-521 (1906-907)].

19. **Tedone Orazio.** — Sopra alcune formole fondamentali della Dinamica dei mezzi isotropi. [*Atti Acc. Torino,* v. XLII, pp. 6-13 (1906-907)].

20. **Turazza Domenico.** — Equilibrio di un' asta parallelepipeda rettangolare. [*Mem. Ist. Veneto,* v. XVIII, pp. 219-252 (1874)].

21. **Vaccaro Antonino.** — Equilibrio delle superficie piane elastiche isotrope. [*Giorn. di Matem.,* s. II, v. V, pp. 208-224 (1898)].

22. **Viterbi Adolfo.** — Sui casi d' equilibrio di un corpo elastico isotropo, che ammettono sistemi isostatici di superficie. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. X, pp. 408-412, 1° sem. (1901)].

23. **Volpicelli Paolo.** — Sulla dottrina di Galileo, circa la resistenza relativa delle travi. [*Rend. Acc. Lincei,* t. XXIV, pp. 448-461 (1870-71)].

24. **Volterra Vito.** — Sulle vibrazioni luminose nei mezzi isotropi. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. I, pp. 161-170, 2° sem. (1892)].

25. » Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. I, pp. 265-277, 2° sem. (1892)].

26. » Sulle vibrazioni dei corpi elastici. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. II, pp. 389-397, 1° sem. (1893)].

27. » Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. II, pp. 549-558, 1° sem. (1893)].

28. » Sur les vibrations lumineuses dans les milieux biréfringents. [*Acta Mathematica,* v. XVI, pp. 153-215 (1892-93)].

29. » Sul principio di Huyghens. [*N. Cimento,* s. III, t. XXXI, pp. 244-255; t. XXXII, pp. 59-65 (1892); t. XXXIII, pp. 71-77 (1893)].

30. » Sur les vibrations des corps élastiques isotropes. [*Acta Mathem.,* v. XVIII, pp. 161-232 (1894)].

31. » Un teorema sulla teoria della elasticità. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. XIV, pp. 127-137, 1° sem. (1905)].

32. » Sull' equilibrio dei corpi elastici più volte connessi. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. XIV, pp. 193-202, 1° sem. (1905)].

33. » Sulle distorsioni dei solidi elastici più volte connessi. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. XIV, pp. 351-356, 1° sem. (1905)].

34. » Sulle distorsioni dei corpi elastici simmetrici. [*Rend. Acc. Lincei,* s. V, v. XIV, pp. 431-438, 1° sem. (1905)].

235. **Volterra Vito.** — Contributo allo studio delle distorsioni dei corpi elastici. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 641-654, 1° sem. (1905)].

236. » Sulle distorsioni generate da tagli uniformi. [*Rend. Acc. Lincei*, s. V, v. XIV, pp. 329-342, 2° sem. (1905)].

237. » Sull' equilibrio dei corpi elastici più volte connessi. [*N. Cimento*, s. V, t. X, pp. 361-385 (1905); t. XI, pp. 5-20, 144-161, 205-221, 338-347 (1906)].

238. » Note on the application of the method of images to problems of vibrations. [*Proceedings of the London Mathem. Soc.*, s. II, v. II, pp. 327-331 (1905)].

IL MIRAGGIO.

Rapporto di ANTONIO GARBASSO

presentato al Congresso di Parma della Società Italiana di Fisica.

§ 1. I fenomeni del miraggio si presentano con una va-
età così grande di forme, che riesce difficile stabilirne una
ssificazione soddisfacente. La cosa fu tentata in realtà dal
rnter [1]), ma con criterî, che mi sembrano troppo formali.
ichè, qualunque siano le circostanze di luogo e di tempo,
presenta sempre una imagine diritta, poco spostata e poco
formata, rispetto a quella, che corrisponde alle condizioni
dinarie, e sopra o sotto a questa sogliono osservarsi le ima-
ni accidentali, il Pernter parla di miraggî all'insù *(Luft-*
iegelungen nach oben) e di miraggî all'ingiù (*Luftspiege-*
ngen nach unten).

Ho detto formale questo criterio, e in realtà, quando lo
volesse seguire, due fenomeni, identici per il meccanismo,
e li origina, si dovrebbero classificare alle volte in due di-
nte categorie. Preferisco tener conto del numero delle ima-
ni, e distinguo tre forme tipiche: il miraggio di Monge [2]),
miraggio di Vince [3]), e il miraggio di Parnell [4]). Le quali
rme sono rappresentate dagli schemi seguenti

		A
		V
	A	A
V	V	V
A	A	A

è dunque nel primo caso una imagine accidentale, ve ne
no due nel secondo e quattro nel terzo.

1) Pernter, Meteorologische Optik, Wien und Leipzig, Braumüller, 1902, passim.
2) Monge, Annales de chimie, 29, 1795, 207.
3) Vince, Phil. Trans., 1799, 13.
4) Parnell, Phil. Mag., (4), 37, 1869, 400.

§ 2. La teoria di questi fenomeni suppone una inomo neità dell'aria atmosferica, prodotta dal variare della tem ratura o dello stato igrometrico con l'altezza. E si suol risalire a Monge.

Monge veramente aveva della cosa un concetto molto dimentale; egli pensava a due strati d'aria sopraposti e se rati nettamente, e faceva intervenire alla superficie limite riflessione totale [1]).

Assai più addentro nel meccanismo intimo del fenom era penetrato invece Cristiano Huyghens [2]), il quale, se p pensava ad un problema più facile, a quello dell'ordinaria frazione atmosferica, avvertì però il curvarsi dei raggi e variare della forma delle onde. Come si deduce dalla fig a pagina 37 del *Traitè de la Lumière.*

§ 3. Analiticamente ci possiamo richiamare, per costru una teoria del miraggio, al principio di Fermat. Questa p posizione fu stabilita dal suo scopritore nel caso più sempli e si può enunciare dicendo che *se due mezzi isotropi ed mogenei sono separati da un piano, e si danno due pu uno al di qua e l'altro al di là della superficie limite, tutte le spezzate che li congiungono, rompendosi sul pia la brachistocrona è quella, che corrisponde al percorso turale.*

Il teorema si può estendere al caso di più mezzi, come mostrato, ad esempio, da Helmholtz [3]). È lecito passare al mite, ed applicare il principio ad un corpo isotropo e n omogeneo. Si deve scrivere allora

$$(1) \qquad \delta \int_1^2 dt = 0 \, .$$

Prendiamo l'elemento lineare dello spazio consider sotto la forma

$$ds^2 = \sum_1^r {}^\sigma \sum_1^r {}^\tau a_{\sigma\tau} \, dp_\sigma \, d_\tau \, ,$$

1) Monge, Annales de chimie, 29, 1795, 207.
2) Huyghens, Traité de la lumière, Lipsiae, Gressner et Schrann, 1885, pag. 3
3) Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen, II, pag. 152.

e avremo

$$dt^2 = n^2 ds^2 = \sum_1^r{}^\sigma \sum_1^r{}^\tau n^2 a_{\sigma\tau} dp_\sigma dp_\tau ,$$

perchè si verifichi la (1)

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \sum_1^r{}^\sigma n^2 a_{\sigma\rho} \dot{p}_\sigma - \frac{1}{2} \sum_1^r{}^\sigma \sum_1^r{}^\tau \frac{\partial (n^2 a_{\sigma\tau})}{\partial p_\rho} \dot{p}_\sigma \dot{p}_\tau = 0 ,$$

ove si è posto per brevità

$$\dot{p}_\sigma = \frac{dp_\sigma}{d t} .$$

Nella (2) la n è l'indice di rifrazione, o una quantità ad esso proporzionale.

Se si fa

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^r{}^\sigma \sum_1^r{}^\tau n^2 a_{\sigma\tau} \dot{p}_\sigma \dot{p}_\tau ,$$

le (2) danno

$$(3) \quad \frac{d}{d t} \frac{\partial T}{\partial \dot{p}_\rho} - \frac{\partial T}{\partial p_\rho} = 0 \text{ [1]} .$$

E queste equazioni sono in numero di r, cioè sono tante quante le coordinate generali p_ρ. Possono chiamarsi a buon diritto le *equazioni di Lagrange per la propagazione della luce.*

Ponendo ancora

$$q_\sigma = \sum_1^r{}^\tau n^2 a_{\sigma\tau} \dot{p}_\tau ,$$

$$H = \frac{1}{2} \sum_1^r{}^\sigma \sum_1^r{}^\tau \frac{b_{\sigma\tau}}{n^2} q_\sigma q_\tau ,$$

1) Garbasso, Rend. R. Acc. dei Lincei, (5), 16, (2), 1907, 41.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & a_{rr} \end{vmatrix},$$

$$b_{\sigma\tau} = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial a_{\sigma\tau}},$$

si ottiene

$$(4) \qquad \begin{cases} \dot{q}_\rho = - \dfrac{\partial H}{\partial p_\rho}, \\ \dot{p}_\rho = \dfrac{\partial H}{\partial q_\rho}, \end{cases}$$ [1])

che potremo indicare come le *equazioni di Hamilton* [...] *propagazione della luce.*

Secondo il teorema di Jacobi, se W è una soluzion[...] pleta della

$$(5) \qquad -2h + \sum_1^r{}_\sigma \sum_1^r{}_\tau \frac{b_{\sigma\tau}}{n^2} \frac{\partial W}{dp_\sigma} \frac{\partial W}{dp_\tau} = 0,$$

e indichiamo con α_ρ le sue $r-1$ costanti, esclusa l'ad[...] gli integrali primi delle equazioni del moto si scrivon[...] la forma

$$(6) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial \alpha_\rho} = \alpha'_\rho, \\ -t + \dfrac{\partial W}{\partial h} = -t_0, \end{cases}$$

dove le α'_ρ e la t_0 sono r costanti nuove, che dovranno [...] minarsi con le condizioni iniziali.

Le prime $r-1$ fra le (6) individuano la forma del r[...] l'ultima determina il moto della perturbazione luminosa [...] la traiettoria. Eliminando le $r-1$ costanti α_ρ si otterr[...] quazione della superficie d'onda [2]).

1) Garbasso, Rend. R. Acc. dei Lincei, (5), 16, (2), 1907, 41.
2) Garbasso, l. c.

§ 4. Una teoria elementare del miraggio fu data già dal Biot [1]), e dipende dall'osservazione che, per superfici di ugual indice piane, il prodotto

$$n \sin i$$

deve conservarsi costante.

Hamilton [2]) sembra aver osservato per il primo che il problema si riconduce ad una quistione di minimo; egli diede le equazioni della traiettoria in coordinate cartesiane ortogonali.

Tait [3]) applicò il teorema della funzione caratteristica; introdusse la considerazione della curva dei vertici, e mostrò come la si possa utilizzare per lo studio del numero e della posizione delle imagini.

Appell [4]) osservò il nesso che intercede fra il nostro problema e quello del filo flessibile; ridusse le equazioni alla forma canonica.

Fino a questo punto tutti avevano usato come variabile l'arco, e nessuno aveva pensato ad ottenere contemporaneamente le traiettorie e l'onda.

Io diedi lo scorso anno le equazioni del raggio in coordinate curvilinee ortogonali [5]).

Subito dopo il prof. Volterra ebbe la cortesia di farmi osservare che quelle equazioni si riducevano alla forma di Lagrange, con l'uso di una variabile τ, definita dalla

$$d\tau = \frac{ds}{n} .$$

Questa trasformazione, che esprime in fondo la teoria dell'emissione, mi suggerì l'altra

$$dl = n\, ds ,$$

la quale si adatta invece all'ipotesi delle ondulazioni.

1) Biot, Mém. de la Classe des Sciences m. et p. de l'Institut de France, 1809, 1.
2) Hamilton, Trans. R. Irish Acad. 16, 1830, 9 e 99; 17, 1837, 5.
3) Tait, Trans. Edimb. Soc. 30, 1881-82, 551.
4) Appell, Traité de mécanique rationelle, Paris, Gauthiers Villars, passim.
5) Garbasso, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1906, 1.

§ 5. Biot e Tait procurarono di spiegare il mirag
Monge e il miraggio di Vince, definendo in modo opp
l'indice per le coordinate. I loro calcoli non hanno
fondamento sperimentale.

Sembra preferibile costruire dei modelli, e studiar
liticamente, confrontando i resultati del calcolo con que
l'esperienza.

Si ricorrerà, secondo una felice idea di Wollaston
fenomeni di diffusione, e si imporrà all'indice di rifr
l'equazione di Fourier

$$\frac{\partial n}{\partial t} = k^2 \Delta n . \quad [2]) \tag{7}$$

§ 6. Il miraggio di Monge si può riprodurre con
artifizio [3]). Si prepara della gelatina, uniformemente
gnata di cloruro di zinco, e su la superficie libera si
colare in modo continuo dell'acqua pura. Dopo poche
un oggetto collocato dietro alla vaschetta, che contiene
latina, si osserveranno le due imagini caratteristiche [4])

Nel nostro caso è

$$n = n_0 + \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2k\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} d\xi , \tag{8}$$

con n_0 e ν costanti. La curva dei vertici, dedotta da
prevede appunto la doppia imagine.

Svolgendo in serie si ottiene

$$n = n_0 + \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{x}{2k\sqrt{t}} - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2k\sqrt{t}} \right)^3 + \dots \right]$$

e per piccole x

$$n = n_0 + \frac{\nu x}{k\sqrt{\pi t}} ,$$

1) Wollaston, Phil. Trans., 1800, (2), 239.
2) Wiener, Wied. Ann., 49, 1893, 105.
3) Garbasso, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1906, 1.
4) Rolla, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1907, 363.

e se ν anche è piccolo

$$n^2 = n_0^2 + a x, \tag{9}$$

con a costante. La (9) forma appunto la base della teoria data da Biot per il miraggio di Monge.

Se applichiamo a questa definizione il procedimento generale, le prime $r-1$ fra le equazioni (6) si riducono alla

$$y - \frac{2\alpha}{a} \sqrt{n_0^2 + ax - \alpha^2} + \frac{2\alpha}{a} \sqrt{n_0^2 - \alpha^2} = 0 \text{ [1]}, \tag{10}$$

è l'equazione di una parabola. In realtà, in condizioni opportune, si verifica con l'esperienza che i raggi sono rigorosamente parabolici [2]).

Risolvendo la (10) rispetto ad α^2 risulta

$$\alpha^2 = \frac{y^2 (2n_0^2 + ax) \pm y^2 \sqrt{4n_0^4 + 4n_0^2 ax - a^2y^2}}{4(x^2 + y^2)},$$

il punto (x, y) si può dunque congiungere all'origine con due traiettorie possibili, con una o con nessuna, secondo che è dentro alla parabola

$$4 n_0^4 + 4 n_0^2 ax - a^2y^2 = 0, \tag{11}$$

o sopra di essa o fuori [3]).

Per ottenere la superficie d'onda bisogna aggiungere alla (10) la erresima delle (6), vale a dire la

$$\begin{aligned} -t - \frac{4}{3a}(n_0^2 + ax - \alpha^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{2(n_0^2 + ax)}{a} \sqrt{n_0^2 + a x - \alpha^2} \\ + \frac{4}{3a} (n_0^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2 n_0^2}{a} \sqrt{n_0^2 - \alpha^2} = 0, \end{aligned} \tag{12}$$

ed eliminare α fra (10) e (12). Si ottiene

$$[B(3A + B^2) - \theta^2]^2 = (B^2 - A)^3, \tag{13}$$

1) L'onda parte dall'origine delle coordinate all'origine dei tempi. Si è posto $2h = 1$.

2) Garbasso, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1906, 1.

3) Biot, Mém. de la Classe des Sciences m. et p. de l'Institut de France, 1809, 1.

con

$$A = a^2 (x^2 + y^2) ,$$
(14) $$B = 2n_0^2 + ax ,$$
$$\theta = 3at \text{ [1]}.$$

Se si risolve la (13) rispetto a θ risulta

$$\theta^2 = B (3A + B^2) \pm (B^2 - A)^{\frac{3}{2}} .$$

E però il punto (x, y) è raggiunto due volte, una
suna dalla perturbazione luminosa, secondo che sta den
linea

(15) $$B^2 - A = 0 ,$$

o sopra di essa o fuori. Ma per le (14) la (15) non è a
la parabola (11).

La sezione meridiana dell'onda ha tre forme disti
corrispondono alle ipotesi

$$\theta \gtreqless 2 n_0^3 .$$

Possiede nel primo caso due punti doppi, nel secon
e nel terzo nessuno. E i suoi punti doppî sono altrett
spidi.

Da principio ha una figura tondeggiante, si allung
a poco, fora con una cuspide nel vertice la parabola
tempo $\theta = 2n_0^3$. Subito appresso la cuspide si sdoppi
l'una e l'altra cuspide nuova compare un rigonfiame
la convessità rivolta all'origine; i punti doppî risalgon
lungo la (11) e si vanno allontanando uno dall'altro.

§ 7. Per il miraggio di Vince fu indicato un mod
disfacente dal Wollaston [2]). Si versano in una vasche
smatica a sezione rettangolare due liquidi miscibili,
strati sopraposti, e si lasciano diffondere uno nell'altr

1) Garbasso, Rend. R. Acc. dei Lincei, (5), 16, (2), 1907, 518.
2) Wollaston, Phil. Trans., 1800, (2), 239.

L'indice di rifrazione ha la forma

$$(16)\quad n=\frac{n_1+n_2}{2}+\frac{n_1-n_2}{2}\sum_0^\infty{}_m \frac{(-1)^m 4}{(2m+1)\pi} e^{-(2m+1)^2 \frac{\pi^2}{100} k^2 t} \cos(2m+1)\frac{\pi}{10}x;$$

in questa n_1 e n_2 sono gli indici dei due liquidi primitivi, la coordinata x è contata a partire dalla superficie libera del liquido superiore, verso l'interno, e si prende uguale a 5 l'altezza di ciascun strato [1]).

Per

$$\frac{\pi}{4} e^{\frac{\pi^2}{100} k^2 t} = 1$$

possiamo scrivere

$$n = \frac{n_1+n_2}{2} + \frac{n_1-n_2}{2} \cos \frac{\pi}{10} x ,$$

allora il calcolo della traiettoria [2]) e della curva dei vertici [3]) si riducono agli integrali ellittici di prima specie.

Le forme dei raggî riscontrate con l'esperienza si accordano perfettamente con quelle che la teoria prevede; e la curva dei vertici corrisponde all'esistenza delle tre imagini.

Teorie semplici del miraggio di Vince furono tentate dal Tait, e le espressioni da lui assunte per l'indice

$$n^2 = n_0^2 + a x^2 ,$$
$$n^2 = a^2 + b \cos c x ,$$

sono casi particolari della (16).

§ 8. Il miraggio di Parnell si può riprodurre sperimentalmente con una disposizione, che dobbiamo al Dr. Rolla [4]).

In una vaschetta prismatica si versa anzitutto uno strato di solfuro di carbonio, e sopra questo un miscuglio omogeneo di alcole e cloroformio. Dopo poche ore, disponendo un og-

1) Garbasso, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1906, 1.
2) Garbasso, l. c.
3) Rolla, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1907, 863.
4) Rolla, l. c.

getto dietro alla vasca, se ne osservano cinque imag natamente diritte e capovolte.

In natura il processo deriva secondo ogni probab presenza di due strati d'aria, diversi per le condizio che e lo stato igrometrico.

La teoria analitica va incontro a difficoltà mate che di concetto.

§ 9. Il metodo accennato innanzi, per la riprodu miraggio di Monge, permette ancora lo studio di nei quali le superfici di ugual indice si suppongono diversa dalla piana.

Furono esaminati i casi delle superfici cilindrich sferiche [1]).

Nel primo i raggi sono per solito linee a dopp tura; ma eccezionalmente si hanno due famiglie di t piane, le quali appartengono ai piani normali all mezzo, e a quelli che lo contengono.

Nel caso delle superfici sferiche tutte le traiett piane, e giacciono in piani passanti per il centro di s È ciò che si verifica nella comune rifrazione atmosf

Genova, Istituto fisico della R. Università,
Settembre 1907.

---

1) Garbasso, Mem. R. Acc. di Torino, (2), 58, 1906, 1.

ONDE DI MARE E DI LAGO.

ALFREDO POCHETTINO.

Rapporto letto nella Sezione II del Congresso della Società pel Congresso delle Scienze in Parma.

I. *Introduzione.*

1. La complessità del fenomeno, la grande varietà di teorie, tutte di grande complicazione e solo approssimate, l'abbondanza di osservazioni ed esperienze, per lo più frammentarie, poco ordinate e discordi, presentano grandi difficoltà al tentativo di riassumere entro i brevi limiti di un rapporto i risultati della teoria, dell'esperienza e dell'osservazione sul moto ondoso. Così i rapporti e le note presentati sull'argomento nelle riunioni dell'Associazione Britannica sono limitati ad una parte sola dello studio delle onde: o alla parte teorica, come il noto rapporto di Stokes, o alla parte sperimentale, come quello di Scott Russel, o infine a quella riassuntiva delle osservazioni, come le note del Cornish.

Malgrado l'interesse che il fenomeno delle onde del mare ha sempre destato in chiunque si appassioni all'indagine dei fenomeni naturali, grande è l'imperfezione delle nostre nozioni sul moto ondoso; ciò dipende forse, oltre che dalla difficoltà intrinseca del fenomeno, anche dal fatto che teorici, osservatori e sperimentatori hanno proceduto nei loro studi troppo indipendentemente gli uni dagli altri: i primi costringendo le loro indagini in condizioni che non si verificano nella realtà, sagrificando così all'eleganza analitica della trattazione la praticità dei risultati; i secondi, naviganti per lo più, osservando i fenomeni del moto ondoso da un punto di vista pratico e considerando quindi gli elementi che avrebbero giovato alla teoria come cose di secondaria importanza; i terzi infine, eccettuati forse i fratelli Weber, limitandosi a verificare tutta o in parte una teoria, non uscendo quindi dalle condizioni imposte da questa, e radunando così un materiale che presenta grandi lacune anch'esso.

In questo Rapporto, lasciando da parte l'onda-ma
priamente detta, l'unica per la quale si abbia una te
gredita e un buon materiale d'osservazione, e le on
lari come quelle che solo in minima parte interessan
terrestre, io mi limiterò al tentativo di presentare, c
possibile, lo stato attuale delle nostre conoscenze sul
doso nei mari e nei laghi esponendo in seguito alcuni
blemi ancora da risolvere, lieto se quanto verrò e
invoglierà qualcuno ad occuparsi di questi studi, il c
tore è gloria italiana: Leonardo da Vinci.

II. *Onde progressive.*

2. Dei tre strumenti d'indagine offerti dalla sci
lo studio dei fenomeni naturali: teoria, osservazione
rienza, il primo usato, come di solito logicamente
nella storia delle investigazioni scientifiche, fu l'osse
(Leonardo da Vinci), seguì la teoria (Newton), ultim
sperienza (Flaugergues); a questi primi studi seguon
parte sperimentale, le ricerche dei fratelli Weber, di
di Lechat, ecc. e per la parte d'osservazione le num
sure effettuate in mare dai vari esploratori, specie n
viaggi di circumnavigazione, e da coloro che si oc
dei problemi dei porti di rifugio e delle costruzion
Dal punto di vista teorico il problema delle onde
grande interesse perchè è la prima questione d'idro
che sia stata trattata sistematicamente sulle basi de
zioni generali: lasciando da parte i primi tentativi
noulli, Laplace ecc., nei quali non si fa ancora distin
onde progressive e stazionarie, il primo studio teoric
tante è quello di Lagrange, nel quale sono stabilite
zioni fondamentali del moto: i risultati valgono però
onde basse in acqua bassa; seguono i lavori di Poisso
chy sulle onde prodotte in un liquido per l'immersi
emersione di un solido di forma determinata; lavori
mente riassunti con incomparabile genialità dal L
quali s'inizia la vera trattazione analitica del probl
l'uso di ingegnosi processi di approssimazioni succes

todi ulteriormente adoperati, perfezionati ed estesi dal Thomson, dal Helmholtz, dal Lamb, dal Rayleigh, dal Wien, dal Burnside, dal Boussinesq, ecc.

È inutile qui approfondire lo studio di tutto questo materiale teorico, poichè per la massima parte non si riferisce alle onde che interessano la fisica terrestre; limitiamoci quindi ad esporre solo quanto queste onde riguarda.

Anche volendo lasciar da parte lo studio dello stadio iniziale sia per quel che riguarda le cause, sia per quello che riguarda la propagazione del moto dalla superficie del mare agli strati inferiori, e la questione della stabilità delle onde, problemi da riguardarsi, malgrado gli studi del Lamb e del Thomson, ancora come insoluti, le difficoltà teoriche fondamentali sono principalmente due: la prima dipende dal fatto ormai assodato (Cialdi) che non sussiste nel moto ondoso, come avviene generalmente in natura, la netta distinzione necessaria alla semplificazione del problema nelle ricerche teoriche, fra movimenti con sola propagazione di forma (onde) e movimenti con solo trasporto di massa (correnti); la seconda sta nel trovare una forma d'onda che soddisfi alla condizione della pressione costante alla superficie libera dell'acqua. Il Wien arriva infatti a domandarsi se realmente esista una forma d'onda per cui questa condizione sia rigorosamente soddisfatta, e la quale sia quindi capace di progredire inalterata; infatti non apparisce (Abercromby) sussistere in natura l'inalterabilità della forma, sebbene non si conosca come questa eventuale modificazione avvenga.

La teoria delle onde più importante per la fisica terrestre è quella detta *trocoidale*, fondata dal Gerstner, discussa da Stokes e da Merrifield, perfezionata e completata da Airy, Hagen, Beech, Bertin, Boussinesq e Rayleigh. Secondo questa teoria, come è noto, le particelle del liquido descrivono, con moto uniforme e in piani normali alla cresta dell'onda, delle orbite circolari di raggio decrescente in progressione geometrica colla profondità, e tra le particelle, aventi i loro centri d'orbita su due verticali distinte, esiste sempre una differenza di cammino angolare proporzionale alla distanza fra le due verticali stesse; la forma del profilo sarebbe quindi trocoidale

e, come caso limite, cicloidale. Fra la velocità V di
zione, la lunghezza d'onda λ, e la profondità h de
sussiste la relazione:

$$V^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \text{tang hyp} \frac{2\pi h}{\lambda};$$

quindi:

$$\text{per } \frac{h}{\lambda} \text{ molto grande: } V = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

$$\text{per } \frac{h}{\lambda} \text{ molto piccolo: } V = \sqrt{gh},$$

donde si deduce che la velocità di propagazione dipe
dalla lunghezza d'onda, in acqua molto profonda, e s
profondità dell'acqua, in acqua bassa.

Questa teoria definisce una forma d'onda per la
condizione della costanza delle pressioni alla superfic
disfatta; ad essa però si possono muovere alcune o
teoriche e pratiche: il Wien osserva infatti essere
possibilità di un'onda simile, in primo luogo per la n
movimenti assegnati alle particelle, che non sono v
zioni, e poi perchè le onde naturali avvengono in re
già su una superficie libera, ma alla superficie limite
ed aria e quindi dovrebbero produrre in quest' ultim
dei movimenti che in realtà non si verificano. L' o
descritte dalle particelle liquide non sono quasi mai
ellissi, ma delle curve più o meno ovali, e solo in casi
chiuse: di più il piano dei centri di queste orbite,
metà strada fra le creste e i cavi delle onde, non è
livello medio dell'acqua in quiete, ma è più alto di qu
chè la cresta è sempre più acuta del cavo.

Delle varie specie di onde progressive che posso
rarsi nel mare o nei laghi, le più importanti per la f
restre sono: le onde di vento, le onde libere o resi
onde solitarie.

3. *Onde di vento.* Il primo elemento di queste o
le onde capillari prodotte dal vento (intensità di almeno

sulla superficie calma del mare; la presenza di queste onde si rileva subito perchè, là ove esse si formano, il mare perde quel suo riflesso biancastro che suggerisce il paragone con una superficie d'olio, ed assume una tinta azzurra scura. Queste prime onde hanno un andamento irregolare a seconda del vento e sono accompagnate da un moto di traslazione in avanti dello strato d'acqua superficiale; quindi le orbite descritte dalle particelle non sono certamente curve chiuse. Queste onde, appena prodotte, danno presa al vento che le sospinge in avanti; ne seguono così un aumento della velocità dell'onda, cui corrisponde un allungamento dell'onda stessa, ed un aumento della velocità delle particelle sulla cresta cui corrisponde un aumento del diametro dell'orbita, cioè dell'altezza delle onde; le dimensioni definitive di queste dipendono, come è ovvio, dal tiro (velocità $\times$ durata) del vento e dalla vastità e profondità del bacino d'acqua in cui si formano; il limite di stabilità nella forma dell'onda è dato dalla forma quasi cicloidale, poi l'onda si frange. Questo frangersi delle onde può prodursi anche per altre ragioni: per urto contro una parete scogliosa ripida, o per arrivo dell'onda su una spiaggia debolmente inclinata, per interferenza fra due sistemi di onda, o per contrasto fra una serie di onde ed una corrente.

La trattazione teorica delle onde di vento è stata tentata dall'Helmholtz e dal Wien, partendo dal problema delle onde alla superficie limite fra due fluidi. Da questa teoria discenderebbe che a velocità di vento maggiore e a velocità d'onda minore corrispondono creste d'onda più tondeggianti e viceversa; moltissimi osservatori sostengono il contrario, ma, siccome l'osservazione della forma delle onde in mare aperto non è facile, il Wien crede poter ritenere che non sia ancora dimostrata una contradizione fra i risultati teorici e i dati d'osservazione. Nel caso di onde non troppo alte, chiamando V la velocità di propagazione delle onde, v la velocità del vento, r il rapporto fra la densità dell'aria e dell'acqua, e ponendo $s = \dfrac{1}{\text{tang}\, hyp \dfrac{2\pi h}{\lambda}}$ si ha:

$$V = \frac{rv \mp \sqrt{(1-r)(r+s)\frac{g\lambda}{2\pi} - v^2 r s}}{r+s},$$

se $v = 0$, avremo come velocità delle onde in aria ca

$$V_0 = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{r} - 1\right)\frac{g\lambda}{2\pi}}{1 + \frac{s}{r}}}.$$

Potremo allora scrivere:

$$V = \frac{v r}{r+s} \mp \sqrt{V_0^2 - \frac{v^2 r s}{(r+s)^2}},$$

ossia: un vento contrario diminuisce la velocità dell
Con un vento in favore tale che $v > 2 V_0$ le onde
muovono più lentamente che in aria calma e vicever

Se:

$$v > V_0 \sqrt{1 + \frac{s}{r}},$$

allora V non può diventare minore di zero e non pos
sistere onde di lunghezza data che vadano contro ve

In acqua molto bassa s tende a zero e purchè la
del vento non sia tale da rendere instabili le onde
porta se il vento stesso sia favorevole o contrario; in
caso facendo $v = 0$ abbiamo:

$$V = V_0 = \sqrt{(1-r) h g},$$

e le onde basse si muovono più lentamente in aria qu
se questa non ci fosse.

Di tutte queste leggi importantissime manca del
verifica sui dati d'osservazione.

4. *Onde libere.* Le onde sorte sotto l'influenza de
ed osservate ancora in questo stadio di dipendenza, so
una specie di onde forzate; ora può darsi che il mot
si conservi anche molto tempo dopo cessato il vento

generato; oppure, data la grande velocità di propagazione, può darsi che un sistema di onde arrivi facilmente in regioni lontane dal suo punto d'origine e che per conto loro sarebbero in quiete o avrebbero moto ondoso diverso. Queste onde libere, o senza vento, osservate per la prima volta nel Mediterraneo da Aristotile e nell'Oceano da Cristoforo Colombo durante il suo primo viaggio, hanno un profilo diverso da quello delle onde di vento; mentre queste s'avvicinano molto alla forma cicloidale, quelle presentano una cresta tondeggiante a profilo trocoidale teso e sono in generale di altezza minore. Specialmente menzionate dai naviganti sono le onde libere regolarissime che si presentano nelle zone ai limiti dei Monsoni e degli Alisei; nei mari piccoli il fenomeno sarà certo meno marcato, ma mancano completamente osservazioni in proposito.

5. *Onde solitarie*. L'onda solitaria, studiata per la prima volta sperimentalmente da Scott Russel, consiste in una sola elevazione (onda positiva) o in una sola depressione (onda negativa), l'onda negativa ha una stabilità molto minore della positiva e quindi si propaga a distanze minori. La teoria di queste onde è molto complicata e non si può dire completa neppure dopo i lavori di Robertson, Mac Cowan, Rayleigh, Boussinesq, Gwyther. In prima approssimazione si può assumere che sia:

$$V = \sqrt{g\,h'} ,$$

dove V è la velocità di propagazione, ed h' l'ordinata della cresta sul fondo. Le traiettorie delle particelle sono curve aperte, gli elementi liquidi vengono sollevati, portati in avanti e depositati in quiete a distanza finita dalla posizione iniziale; il profilo dell'onda solitaria, simmetrico rispetto alla verticale per la cresta, è asintotico alla linea di livello dell'acqua in quiete, quindi, teoricamente almeno, non si può parlare di una vera e propria lunghezza d'onda.

Di questo tipo di onde si presentano in natura due esempi: le onde sismiche (Hochstetter, Geinitz, Nagaoka) e le « Seebären ». Nel primo caso si forma dapprima un'onda enorme di urto, generalmente positiva, accompagnata talvolta da onde

secondarie; l'onda sismica ha ordinariamente nel prir
mento una lunghezza rilevante che può superare i 200-3
(640 km. quella del Krakatoa) e un'altezza che può ra
gere i 30 m.; l'onda può propagarsi per più giorni, t
modalità dipendendo dalla posizione dell'epicentro, dal
sità e dalla durata del terremoto [1]. La velocità di ques
dipende, come ho detto, dalla profondità del mare; infa
non si propagano circolarmente intorno al centro di
zione, ma a seconda delle isobate del bacino in cui si
gano; circa però l'applicabilità della formola: $V = \sqrt{g}$
reri sono discordi: mentre secondo Montessu de Ba
Holden questa formola s'adatterebbe bene in tutti i
onde sismiche osservate durante il terremoto delle (
del 1905, secondo Platania, avrebbero avuto una velo
$113\text{-}115 \frac{m}{sec}$, velocità alquanto minore della teorica. Ta
venne riscontrato anche altrove: per esempio dall'Hon
onde sismiche del Pacifico; e, secondo il Davison, deve
dere dalle alterazioni che esse subiscono quando il fon
sia piano, alterazioni che devono produrre una diminu
velocità.

Queste onde, taluni sostengono, non sono causate d
della costa, ma piuttosto da scoscendimenti sottomarini,
molti terremoti costieri violentissimi non furono accom
da fenomeni consimili. Le onde sismiche si possono g
anche in mare aperto; tipica al riguardo è nell'Atlan
località: 50° lat. N, 30° long. W, dove si generò nel 188
sidetta onda dell'« Umbria » (dalla nave cui recò i
danni) e donde partirono nel 1891 e nel 1894 onde co
in quella località, secondo i rilievi fatti dalla nave tel
« Faraday », esiste una montagna sottomarina alta 180(
Le « Seebären », onde solitarie che si manifestan
raramente [2]) in alcuni bacini del Baltico meridional

1) Ecco l'altezza dell'onda sismica del Krakatoa a diverse distanze dal
generazione: Krakatoa m. 36; Giava m. 2, Ceylon m. 1,2; Capo di Buona
m. 0,25.

2) Dal 1755 al 1888 si ebbero sulle spiaggie della Pomerania e del Me
15 " Seebären " e 6 se ne ebbero sulle coste russe.

causa locale apparente, sono di dimensioni molto minori che non le onde sismiche; secondo le ricerche di Credner, Günther, Kämtz, Muschketow, Hahn, Rudolph e Doss, la « Seebär » è da ricondursi a cause puramente meteorologiche: colpi di vento, formazione o modificazione brusca di aree cicloniche, trombe marine ecc., poichè è sempre accompagnata da venti forti e a colpi, da pioggia, neve o grandine [1]).

6. *Misura delle onde.* Gli elementi dell' onda più importanti per la teoria e per la pratica sono:

Lunghezza (λ) = distanza fra due creste consecutive,

Altezza (H) = dislivello fra cresta e cavo,

Velocità (V) = spazio percorso dalla cresta in un secondo,

Periodo (D) = intervallo di tempo fra i passaggi di due creste successive per la stessa verticale.

I vari osservatori non determinarono in generale direttamente tutti questi elementi, ma parte ne dedussero giovandosi delle relazioni teoriche:

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{g}{2\pi} T = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

$$T = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}} = \frac{2\pi}{g} V,$$

$$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 = \frac{2\pi}{g} V^2.$$

La *lunghezza* si suole misurare:

I) contando il numero di onde che sono fra due oggetti a distanza nota: α) o due navi viaggianti di conserva (Wilkes): β) o due gavitelli (Walker, Shield);

II) determinando la lunghezza del cavo necessario per filare da poppa un galleggiante in modo che, quando l' onda è da poppa, galleggiante e poppa si trovino su due creste consecutive (Stanley, Bertin);

III) misurando il periodo T dell' onda e il tempo t che una cresta impiega a percorrere la lunghezza L della nave;

1) Dapprima si credevano di origine sismica perchè la " Seebär " di Lubecca coincidette col terremoto di Lisbona.

se θ è l' angolo frà la rotta e la direzione delle ond
(Abercromby)

$$\lambda = L \frac{T}{t} \cos \theta \; .$$

Di questi metodi il migliore è il I β, ma è usabile solo a
il II sarebbe comodo, ma è poco usato e meriterebbe u
trollo accurato sulla sua applicabilità.

L'*altezza* si misura:

I) determinando a che punto dell' alberatura
nave nota arriva l' orizzontale tangente alla cresta del
(Wilkes);

II) determinando, quando la nave stia nel cavo del
a che altezza bisogna salire sull'alberatura affinchè la
orizzontale sia tangente alla cresta dell'onda stessa (So
ville); se la nave sbanda o inclina, occorrerà un secon
servatore cha determini l'angolo di sbandamento o d'i
zione per calcolare le opportune correzioni (Arago);

III) leggendo le indicazioni di un barometro an
sensibile collocato sul ponte della nave (Abercromby, S
è difficile in queste misure determinare la vera altezza
strumento sull' acqua;

IV) misurando, come si usò a bordo della « Nov
gli angoli di salita o di discesa della nave sull'onda, e
ghezza di questa, allora si ha: $H = \frac{1}{2} L \operatorname{tang} \alpha$;
in tutti questi metodi si ammette implicitamente che l
segua esattamente l'onda, mentre questo, per le navi
specialmente, non avviene mai; raramente infatti,
il Rottok, la prua o la poppa si sollevano per più di t
tri; i due primi metodi poi ad ogni modo valgono so
onde molto alte e quando si osservi da navi a bordi ba

V) leggendo i livelli della cresta e del cavo o
mareografo opportunamente modificato (Merrifield); o
pertica graduata fissata al fondo del mare (Moorsom, S
oppure ad una tavola orizzontale a mezz' acqua conve
mente ancorata (Froude); questi servono però soltanto
a terra;

VI) mediante l'apparecchio di Paris, il quale consta di una lunga pertica di legno, che, grazie a un contrappeso, galleggia verticalmente senza seguire il moto ondoso; lungo questa pertica, la quale funziona da massa stazionaria, corre un leggero galleggiante anulare di cui si leggono le posizioni lungo la pertica; c'è da dubitare però che per onde molto lente o molto lunghe, la massa della pertica non sia abbastanza stazionaria.

La misura della *velocità* di propagazione si effettua determinando il tempo impiegato da una cresta a percorrere la distanza, o fra due gavitelli in posizione nota (Wilkes, Walker, Sield), o fra un galleggiante filato da poppa con una sagola di lunghezza nota, e la nave (Nautical Magazine, Stanley, Arago), o fra due ordinate a distanza l sulla nave stessa (Abercromby); in questo caso, usando le solite notazioni, sarà:

$$V = \left(\frac{l}{t} \pm v\right) \cos \theta .$$

Il *periodo* infine si misura:

I) contando il numero di creste che giungono da prua o da poppa alla nave in un dato tempo, oppure che passano in un dato tempo per una data ordinata della nave (Attlmayr); si ha allora un periodo apparente P che è legato a λ, V, v dalla relazione:

$$\lambda = (V - v \cdot \cos \theta) P ;$$

per calcolare il periodo vero T, occorrerà ricorrere alle relazioni teoriche:

$$\lambda = V . T \qquad V = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} ,$$

da queste tre formule eliminando V e λ avremo:

$$T = \frac{P}{2} + \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 - \frac{2\pi v \cos \theta . P}{g}} ;$$

II) determinando il periodo d'oscillazione di un galleggiante qualunque che non dia presa al vento (Report. Brit. Ass. 1869);

III) osservando il frangersi dell'onda a riva (S
Un metodo che sembra destinato a risolvere c
mente il problema delle misure degli elementi princ
moto ondoso è quello « stereofotogrametrico » propo
l'Ammiraglio Rottock: Si prendono delle fotografie de
simultaneamente mediante due apparecchi fotografici
posti a distanza nota che funzionerà da base, poi, me
stereocomparatore *Pulfrich-Zeiss,* si rilevano le pos
ogni punto e si traccia così il rilievo esatto della s
liquida. Non è necessario attendere che gli assi dei
biettivi siano orizzontali perchè, conoscendo l'angolo
nazione, si potrà sempre calcolare l'opportuna correz
ogni modo è bene far agire gli otturatori quando qu
dizione è quasi soddisfatta; uniche condizioni richieste
sto metodo sono le solite necessarie nei rilievi foto
trici, condizioni non difficili da realizzare a bordo. Gl
nella determinazione di λ sono proporzionali direttam
quadrato della distanza a cui si mira e inversamente
ghezza della base; gli errori nella determinazione del
dell'onda sono indipendenti dalla base e variano poco
stanza a cui si mira; con una base di 10 m., si ha p
errore massimo del 4 ‰ e per H del 2 %. Il periodo
locità vanno determinati a parte.

7. *Risultati delle misure finora effettuate.* Il m
d'osservazione finora raccolto è abbondante, ma discor
ordinato e relativamente in generale poco recente.
la media delle osservazioni finora effettuate e merit
fiducia si può dire che, per le onde generate dal ver
l'Oceano, si ha:

λ minima	60 m.	T minimo	$5^s,8$	V minima	
λ media	145 m.	T medio	$9^s,7$	V media	1
λ massima	230 m.	T massimo	17^s	V massima	2
λ eccezionale	800 m.	T eccezionale	24^s	V eccezionale	3

Circa l'altezza massima raggiunta dalle onde marine si sono accese vivaci polemiche e la cosa è ancora indecisa: molti (d'Urville, Fitz Roy, Kiddle ecc.) sostengono di avere osservate altezze di 30 m., Cornish e Schott arrivano solo a 10-12 m., Abercromby a 14 m., e l' « Hydrographical Bureau S. U. A. » fino a 16 m. Qui ci troviamo di fronte alle solite difficoltà della fisica terrestre: come si può dar ragione agli uni piuttosto che agli altri? tutto dipende dalle condizioni del fenomeno che ciasun osservatore ha studiato e il non aver noi osservato un dato fatto non ci autorizza a dubitare che altri l'abbia per conto suo osservato.

Nel Mediterraneo l'altezza d'onda massima osservata (Cialdi) è di 5 metri.

Interessante, dal punto di vista teorico, è il rapporto dell'altezza alla lunghezza dell'onda; secondo i dati raccolti da Stanley questo rapporto sarebbe 0,08, secondo quelli riportati dal Cialdi e secondo le osservazioni di Schott sarebbe 0,06, secondo infine le misure di Paris, calcolate da Krümmel si avrebbe:

$H =$	1,6	2,4	4,1	5,1	7,8	metri
$\frac{H}{\lambda} =$	0,026	0,031	0,034	0,048	0,052	,

cioè il rapporto $\frac{H}{\lambda}$ crescerebbe al crescere di H.

Riguardo alla relazione fra l'intensità del vento $\left(\text{in } \frac{m}{sec}\right)$ e le dimensioni delle onde, in generale si può dire che H e λ crescono col tiro del vento; da principio cresce di più H, poi accade il viceversa e in definitiva è λ che subisce il massimo aumento. Le leggi trovate sono molto diverse le une dalle altre, ad ogni modo è bene notare che l'aumento non è continuo, dopo un certo tempo H e λ rimangono stazionarie e allora ecco i risultati cui giungono i vari autori:

Valori del rapporto $\frac{v}{H}$ (v = velocità del vento)

	Coupvent Desbois	Paris	Wilson Bark
Uragano	8,7	7,8	8,5
Tempesta forte	6,3	5,1	7,0
Tempesta	4,7	—	4,3
Brezza forte	3,3	—	2,4

Antoine : $H = 0,75 \,.\, v^{\frac{2}{3}} \; \lambda = 30 \,.\, v^{\frac{1}{2}}$;

Cornish : $\frac{v}{H} = 3,1 \left(\text{per } v \text{ da } 2,5 \text{ a } 25,9 \frac{m}{sec}\right)$;

Babron : $H = \frac{1}{4} v$;

Krümmel : $H = \frac{1}{2} v$;

finalmente i marinai americani sostengono che è :

$$H = 0,85 \,.\, v ;$$

naturalmente ogni autore trova dei casi in cui la sua
verificata. La questione è da riguardarsi come insolut
sta in questi termini, forse anche oziosa, perchè la d
sta nel tenere il dovuto conto delle dimensioni del ba
cui si osserva e sopratutto del tempo per cui antecedent
ha soffiato il vento; secondo il Cialdi, per esempio, u
fortissimo in un bacino stretto non lascia sviluppare
un'altezza molto grande.

Il Cornish afferma che perchè le onde raggiungan
massimo sviluppo occorre che il tiro del vento sia
2000 volte la lunghezza dell'onda; fra la velocità del
quella delle onde singole egli trova che nei moti ond
nerati dalle grandi depressioni [1]) nell'Atlantico vi è egua
e che inoltre un gruppo di onde viaggia colla velocit
depressione stessa: infatti, in acqua profonda, la velo

1) Teoricamente il problema è stato recentissimamente trattato dal Sig.

un gruppo è metà (Rayleigh, Reynolds) di quella di un'onda sola e d'altra parte la velocità del vento è in generale all'incirca doppia di quella della depressione. Secondo Paris invece si avrebbe:

$$V = \text{da } 1{,}59 \,.\, v \text{ a } 1{,}11 \,.\, v \text{ per venti da } 6 \text{ a } 12{,}5 \frac{\text{m}}{\text{sec}},$$

$$V = \text{da } 0{,}80 \,.\, v \text{ a } 0{,}76 \,.\, v \text{ per venti da } 12{,}5 \text{ a } 21{,}6 \frac{\text{m}}{\text{sec}};$$

Schott infine dice che il vento ha una velocità sempre maggiore dell'onda nel rapporto:

$$V = 0{,}76 \,.\, v,$$

e per spiegare il fenomeno delle onde libere, che arrivano prima del vento, ricorda che questo nelle depressioni percorre una traiettoria spirale, mentre le onde partono tangenzialmente alle isobare e si propagano in linea retta. Si vede quindi come sarebbe interessante il collegare lo studio delle onde con quello della situazione isobarica.

Dati numerici sulle onde nei laghi sono rarissimi e si riferiscono quasi esclusivamente al lago di Ginevra: secondo Forel le onde di questo lago hanno le caratteristiche medie seguenti: $T = 5''$, $V = 7{,}8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $\lambda = 39$ m.

III. *Onde stazionarie.*

8. *Onde stazionarie nel mare.* Le onde stazionarie si presentano in natura per lo più nei bacini un po' chiusi e quindi nei mari interni, nei golfi e nei laghi.

Uno dei casi in cui in mare si hanno tali onde è quando le onde senza vento battono contro una parete verticale; allora non si frangono, si riflettono e formano quel sistema di onde stazionarie che i francesi chiamano « clapotis » (Bertin). Ad onde stazionarie sono forse dovute quelle alterazioni delle registrazioni mareografiche che si manifestano in molti luoghi sotto forma di oscillazioni di piccola ampiezza e quindi non osservabili direttamente, il cui periodo è da 30 a 40 volte circa quello delle onde solite di vento e $\frac{1}{30}$ circa di quello della

marea ordinaria. Questi moti ondulatori o « libraz
mare non si manifestano in modo continuo e reg
compaiono in serie la cui durata sembra dipendere
Platania, dalle variazioni e dalla distribuzione della
In generale l'ampiezza arriva al massimo a pochi c
così a Catania (Platania), a Ragusa (v. Sterneck), a
ad Ischia (Grablovitz), a Porto Corsini e ad Ancona
in alcuni luoghi invece le « librazioni » possono ra
delle ampiezze notevoli, così sulle coste occidentali
lia, dove il fenomeno ha ricevuto il nome di « Mar
venne per la prima volta studiato dallo Smyth, poi d
e infine dal Platania. Secondo le descrizioni riporta
fuor di dubbio che il fenomeno del « Marrobbio » de
versi a cause puramente metereologiche, tanto che
nai locali si ritiene come foriero di cambiamento
così certe librazioni del Tirreno sulle coste della To
sarebbero che onde stazionarie preannuncianti il Libe
telli). Secondo altri queste ondulazioni sarebbero do
nomeni sismici, ma l'ipotesi non pare giustificata per
(Platania) le librazioni dovute evidentemente a cau
rologiche sono di ampiezze maggiori di quelle corr
a terremoti.

Anche ad onde stazionarie sono dovute, secondo
oscillazioni che susseguono alle « Seebären »; così
pure, secondo Forel, Miaulis e Krümmel il fenomen
ripo »; onde stazionarie, secondo Airy, si riscontra
Sicilia e la costa Africana specialmente nelle vicina
isole Maltesi, e tali sarebbero pure, secondo Russel
zioni osservate a Sydney ed a Newcastle in Austra
causa sarebbe il passaggio di forti depressioni nello
Bass o nel mare di Tasmania.

Un fenomeno simile è quello delle oscillazioni
in certe baie del Giappone; il loro periodo dominan
abbastanza bene dalla formola:

$$T = \frac{4L}{\sqrt{hg}},$$

essendo L la lunghezza della baia ed h la sua profondità media. Da principio si credevano vere sesse, ma essendo le fasi le stesse nei differenti punti della baia e alla bocca di essa avendosi una linea nodale, la spiegazione cadde; Honda, Joshida e Terada credono invece ad una vera e propria risonanza dell'acqua della baia per un'eccitazione proveniente dal largo sulla cui origine non si pronunciano affatto [1]). Secondo Wegemann, anche le librazioni osservate sulle coste del Mediterraneo sarebbero dovute a fenomeni di risonanza delle baie e dei golfi; l'eccitazione sarebbe da ricercarsi nell'onda-marea, pure avvertendo che quanto è più ampia questa, tanto meno marcate sono le librazioni e che l'intensità e la direzione del vento esercitano una grande influenza sulla loro ampiezza; è da osservare inoltre che in queste risonanze, forse dovute all'onda-marea, i periodi durante la marea ascendente non sono uguali a quelli durante la marea discendente: così a Messina e a Jarmouth (Duff).

Noto di passaggio che, secondo Darwin, l'ampiezza rilevante della marea a Venezia sarebbe dovuta pure a un fenomeno di risonanza idraulica di tutto l'Adriatico per l'onda-marea del Mediterraneo.

Il problema delle cause di questi fenomeni è molto difficile; certo il periodo loro dipende dalle dimensioni del bacino in cui avvengono, ma, tranne in alcuni casi rari di baie e di golfi a imboccatura stretta, pei quali si potrà, come hanno fatto Honda e Terada, analogamente al problema acustico, calcolare anche la correzione per l'apertura, sarà difficile applicare in questo caso i risultati della teoria delle vere e proprie sesse; ad ogni modo quanto si è detto basta a far rigettare l'altra spiegazione del Denison, secondo la quale questi fenomeni sarebbero dovuti alle onde atmosferiche di Helmholtz. Mancano però in argomento ricerche teoriche e sperimentali esaurienti; le osservazioni sulle nostre coste vennero studiate finora specialmente dal Magrini e dal Platania.

1) Napier Denison le credeva onde lunghe provenienti dall'Oceano, ma quando si scoperse che il loro periodo dipendeva dalle dimensioni della baia la sua spiegazione cadde.

9. *Sesse*. Le sesse sono oscillazioni stazionarie d
d'acqua di un lago: a seconda che si hanno una o
nodali, e che queste sono disposte secondo la largh
lunghezza del lago, le sesse si chiamano uni- o pl
longitudinali o trasversali. Gli elementi di una sess
periodo, ossia l'intervallo di tempo fra due alti live
sivi e l'*ampiezza* ossia lo spostamente verticale delle
liquide ai venti. Talvolta possono coesistere e inter
sesse di periodo diverso, allora si hanno le sesse *d*
quasi tutti i laghi si riscontrò la presenza di più se
verso periodo: fino a 5 nei laghi Starnberg e Neuc
Hakone Madü, 10 nel lago dei Quattro Cantoni, 13 r
see e 28 nel lago Biwa.

I tracciati limnografici nei grandi laghi dell'Ar
Nord sono complicati dalla presenza di vere e prop
(Graham, Ferrel); l'esistenza di sesse anche in essi v
posta fuori di dubbio dalle ricerche recenti di Wh
Henry.

In generale nei limnografi si usano sistemi a
quelli usati nei mareografi; i vari apparecchi di Fo
tamour, Chrystal, Sarasin e quello « Giapponese » d
solo nel modo di trasmettere il moto del gallegg
penna scrivente; diverso è lo « statolimnografo » de
nel quale si misurano le variazioni di pressione in
volume d'aria chiuso in un vaso, per metà immers
qua, il cui fondo è in comunicazione colla solita do

Teoricamente il problema fondamentale delle s
terminare il periodo in funzione delle dimensioni
problema che ai teorici puri potrà offrire il campo,
geri il Volterra, di applicare quei recenti metodi a
sati sulla considerazione di certi determinanti infinit
utili applicazioni trovano nell'analisi e nella fisica m

Lasciando da parte gli studi teorici puri, così
Kirchhoff, Lechat, St. Venant, Greenhill ecc., le fo
importanti date per confronto coi dati d'osservazio

Autore	Ipotesi poste a base del calcolo	Formola
Merian	Bacino rettangolare di profondità h uniforme e di lunghezza l.	$T = \sqrt{\frac{\pi l}{g} \frac{e^{\frac{2\pi h}{l}}+1}{e^{\frac{2\pi h}{l}}-1}}$
Guthrie	Bacino rettangolare di profondità h molto grande e di lunghezza l.	$T = \sqrt{\frac{\pi l}{g}}$
Thomson	Bacino rettangolare di lunghezza l molto grande rispetto alla profondità uniforme h.	$T = \frac{l}{\sqrt{gh}}$
Du Boys	Bacino di forma e profondità qualunque. Si divida la lunghezza in n parti e si chiami S_i l' ascissa del punto i-esimo ed h_i la profondità corrispondente.	$T = \frac{2}{\sqrt{g}} \sum_1^n \frac{S_i}{\sqrt{h_i}+\sqrt{h_{i+1}}}$
Chrystal	Bacino a profilo longitudinale parabolico concavo verso l' alto, h = profondità massima, l = lunghezza.	$T_n = \frac{\pi l}{\sqrt{n(n+1)gh}}$

Naturalmente le prime tre formule, partendo da ipotesi che in pratica non si verificano, non hanno dato buoni risultati, non sapendosi bene, anche in lago di cui si conosca esattamente la batometria, che cosa sostituire ad h e ad l. La formula di Du Boys ha dato buoni risultati applicata a tutti i laghi finora studiati. Risultati ancora migliori sembra destinata a dare la formola del Chrystal; pel caso di un fondo parabolico convesso essa dà:

$$T_1 = \frac{\pi l}{\sqrt{2,77.gh}} \quad T_2 = \frac{\pi l}{\sqrt{12.34.gh}}.$$

In generale il Chrystal considera il profilo di un la
un sistema di due cerchi parabolici di parametro dive
cantisi nel punto di massima profondità.

I primi ad occuparsi sperimentalmente di questa s
onde furono i fratelli Weber, dopo il Forel il quale co
dalle sue esperienze che il periodo è indipendente dall'a
cresce colla lunghezza del bacino e diminuisce colla pr
e che l'ampiezza è maggiore dove è minore la profo
dove il bacino è più stretto. Meno importanti per la fi
restre sono gli esperimenti di Kolacek sui bacini cilin
Lechat e Guthrie sui bacini rettangolari e di Kirchhof
semann sui bacini prismatici. Recentemente White e
hanno verificata la teoria di Chrystal in tutti quei cas
parabolico concavo e convesso, piano (orizzontale o in
e a quartica] in cui si ha una soluzione semplice. L
spondenza fra teoria ed esperienza fu trovata perfetta r
ai periodi; entro gli errori sperimentali, riguardo al
zione delle linee nodali; le sesse più persistenti furon
ottenute col fondo a quartica.

Circa il rapporto r fra i periodi delle sesse unin
binodale, il Soret, discutendo la formola di Merian
trovato:

per un bacino di profondità ∞ ; $r = 1{,}414$,
» » » 0 ; $r = 2$;

invece Forel, per via sperimentale, ha conchiuso:

in bacino poco profondo $r > 2$,
» » molto » $r < 2$;

il Chrystal finalmente ha trovato:

per fondo parabolico concavo $r = 1{,}73$,
» » » convesso $r = 2{,}11$;

Confrontando fra loro le caratteristiche dei laghi
studiati, si vede che tutte le ipotesi su un effetto della

dità o della lunghezza sul valore di r cadono [1]; resterebbe a vedere se, come consegue dalla teoria di Chrystal, l'essere r maggiore o minore di 2 dipende dalla concavità o convessità del fondo (teoricamente ci si potrebbe domandare a che corrisponde il caso di $r = 2$; il caso del lago di Ginevra sembrerebbe dargli ragione).

La primitiva idea, che le sesse fossero esclusivamente di origine sismica, venne dimostrata inattendibile dalle osservazioni di Forel; i primi a riconoscere l' origine meteorologica di quasi tutte le sesse furono Saussure, Vaucher e poi lo Stabrowski; ora conviene ammettere col Günther che le sesse possono eccezionalmente essere prodotte da fenomeni sismici o da variazioni del rilievo del fondo, ma di regola esse sono dovute a perturbazioni atmosferiche, venti ciclonali o discendenti che premono variamente sull' acqua o la sospingono da una parte del lago: è da notare però che solo in casi rarissimi si può precisare la causa particolare di ogni gruppo di sesse; per esempio, è molto difficile il caso del lago di Bolsena ove le serie di sesse (Palazzo) si susseguono quasi ininterrottamente.

IV. *Conclusione.*

10. *Onde.* Da quanto ho esposto spero si sia rilevato come il problema della determinazione del moto ondoso possa essere ancora una inesauribile fonte di promettenti ricerche e dal lato teorico, nel quale i mezzi recentemente acquisiti dall'analisi offrono un campo di lavoro straordinariamente fecondo, e dal lato sperimentale e d'osservazione, nel quale la perfezione raggiunta dagli odierni strumenti promette un rigore ben più grande di quello finora conseguito.

Volendo avviarsi seriamente alla soluzione del difficile problema delle onde progressive, bisognerà fare quello che occorrerebbe in tante altre questioni della Fisica terrestre: cominciare quasi da capo, eseguendo con metodo tutta una nuova serie di osservazioni ordinate. La prima determinazione

[1] Ecco i valori di r per alcuni dei laghi più importanti: Chiemsee 1,48; Madü 1,77; Quattro Cantoni 1,82; Garda 1,90; Costanza 1,93; Balaton 1,95; Thun 2,00; Ginevra 2,06; Hakone 2,26.

dovrebbe essere quella *simultanea di tutti gli elen*
una stessa serie di onde; cosa fin qui mai effettuat
gore: il metodo stereofotogrammetrico che consen
derogare molto nell'esattezza, di fotografare su u
13 × 18 una lunghezza di un miglio marino, promet
dere possibile tale operazione senza richiedere l'inte
un numero troppo grande di osservatori e di perm
attaccare seriamente il problema della forma delle o
rali e della inalterabilità della medesima, question
tutta da risolvere e importantissima per decidere sull'
o meno di uua tal forma invariabile. Certo la forma t
soddisfa alle condizioni idrodinamiche per onde che s
su una superficie libera, ma alla superficie limite fra
acqua? Il Laas, che ha fatto alcune misure riuscitis
metodo stereofotogrammetrico a bordo del « Preuss
potuto dimostrare che la forma delle onde da lui oss
molto diversa da quella assegnata dalla teoria trocoi
sure di tal genere si sono pure effettuate parzialme
campagna oceanica nella nave germanica « Planet »
tati non si conoscono ancora, ma si può dubitare sia
pleti, perchè troppi erano gli studi da compiersi a b
rante la campagna.

Un'altra questione importante, riguardo alla qu
c'è materiale d'osservazione diretto, ma solo delle c
più o meno giustificate, è quella di sapere quando
modo il moto ondoso è accompagnato da moto di tr
come negarne l'esistenza se nella genesi stessa delle
si manifesta indubbiamente? eppure nessun tentativ
fatto per determinare questo moto di trasporto. Nelle
bere esso non esiste forse, ma nelle onde di vento
non presentare un'importanza grandissima anche pe
tica della navigazione; occorrerebbe quindi sapere in
porto d'entità stanno fra loro i due moti ondoso e di t
A questo proposito noterò come si potrebbero otten
ressanti risultati colla cinematografia di galleggianti,
potremo forse renderci ragione del moto delle partic
superficie del mare e delle leggi secondo le quali i gal
seguono il moto delle onde; a me non consta siano s

guite esperienze sistematiche al riguardo e d'altronde i metodi giroscopici di Piazzi-Smyth, oscillografici di Froude e Russo e a livello liquido di Normand si riferiscono a questioni speciali d'ingegneria navale e non possono portare che scarsa luce su questo problema.

Non si può passare sotto silenzio il problema della determinazione del moto ondoso e della sua propagazione a varia profondità sotto la superficie dell'acqua, questione che si presenta in tanti problemi di architettura navale e idraulica e che è ancora del tutto controversa: la teoria trocoidale dice che il raggio r dell'orbita circolare (in acqua ∞ profonda) decresce secondo la legge:

$$r = \frac{1}{2} \mathrm{H} e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}},$$

essendo h la profondità del punto, λ la lunghezza ed H l'altezza dell'onda alla superficie; quindi sarebbe $r = 0$ solo per $h = \infty$, ma il moto cesserebbe di essere sensibile per $h = 2\lambda$. Gli sperimentatori (Weber) dicono che il moto si propaga fino a 350 volte l'altezza dell'onda (fino a 3500 m. per onde alte 10 m!); gli osservatori poi sono completamente discordi: come si può osservare il moto ondoso a varie profondità?: si può osservarlo indirettamente dalla disposizione della sabbia sul fondo o dei depositi animali e vegetali su oggetti immersi, oppure dal frangersi delle onde, che avviene generalmente là dove la parte inferiore dei moti orbitali delle particelle viene impedita. L'osservazione diretta invece può farsi con uno dei metodi suggeriti dall'Aimé:

I) Nel mezzo di una lastra di piombo, deposta sul fondo del mare, è attaccata con uno spago una palla di legno munita di punte di ferro; se c'è moto sufficiente la palla viene a battere sulla lastra di piombo e segna colle punte delle tacche visibili simmetriche;

II) Si affonda nel mare un recipiente conico, con un forellino al vertice ed uno alla base; in esso è contenuta una sostanza più leggera dell'acqua, aria, olio colorato, ecc.; e si osserva la traiettoria delle bolle d'aria e delle goccie.

Il primo metodo serve per grandi profondità, il se solo in acqua bassa; dall'osservazione diretta è risultat onde alte tre metri si facevano sentire fino a 40 m. d fondità (Aimé); coll'osservazione indiretta si riscontrò mento fino a 200 metri.

Questo in generale; se si scende a questioni più p lareggiate, i problemi ancora insoluti si moltiplicano; sempio:

1) Le onde libere o fiotti residui di tempesta han periodi diversi nelle diverse regioni; c'è qualche rel fra questi periodi e quelli delle librazioni e quindi con figurazione dei mari in cui si osservano?

2) In che modo si influenzano mutualmente onde residue e onde di vento?

3) Che modificazioni subiscono le onde nell'attrav una corrente?

4) Che relazioni esistono fra i vari elementi del ondoso?

5) È verificata la relazione:

$$V = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + 4\pi^2 \frac{H^2}{\lambda^2}},$$

assegnata dal Rayleigh?

Inoltre molte teorie richiedono ancora una verifica mentale o il confronto con dati d'osservazione degni di f per es.: la teoria di Helmholtz e Wien sulle onde di Così pure molte leggi empiriche richiederebbero di esse rificate anche in località diverse da quelle in cui le ve rono i loro scopritori: per es. quelle di Stevenson. Que osservazioni fatte a Scarborough ha costruito la formol pirica:

$$H = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} D^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} D^{\frac{1}{4}} \text{ (tutto espresso in metri)}$$

che dovrebbe dare l'altezza massima H dell'onda al quando il vento soffia da terra, in funzione della dista fra l'onda e la riva. Lo stesso Stevenson trova che l'o

rompe quando la profondità sotto il cavo è due volte l'altezza e che onde di altezza H_0, entrando in un porto avente la larghezza B nel punto in cui si osserva, ad una distanza D dall'imboccatura che si suppone avere una larghezza b, si riducono ad un'altezza H secondo la formola:

$$H = H_0 \left\{ \frac{b^{\frac{1}{2}}}{B^{\frac{1}{2}}} - \frac{D^{\frac{1}{4}}}{50} \left(1 - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{B^{\frac{1}{2}}} \right) \right\},$$

tutto espresso in piedi inglesi, e l'autore conclude che per avere una forte riduzione di H è bene che il porto abbia un contorno ellittico con un foco all'imboccatura ed uno in terra al di là della linea d'alta marea. Lo Stevenson trova di più che l'onda deflessa al di là di un rompionde si riduce d'altezza nel rapporto:

$$1 - 0{,}06 \, . \, \alpha ,$$

α essendo l'angolo di deflessione. Di tutte queste leggi sarebbe da tentarsi una verifica sperimentale e la ricerca di una ragione teorica.

Interessante sarebbe poi la determinazione dell'energia del moto ondoso, per esempio col metodo dello stesso Stevenson, impiegando cioè un dinamometro a molla a pressione, e l'indagine della legge secondo la quale questo urto diminuisce quando si espone l'apparecchio sotto il livello medio del mare in quiete [1]).

Un fenomeno importante, da ricercare nelle nostre acque, sarebbe quello del « Dodwand » o delle « acque morte »; secondo Nansen questo fenomeno si manifesta con un'improvvisa diminuzione di velocità di una nave che navighi nel « Dodwand » e con una diminuzione di governabilità col timone. Secondo Bjerknes ciò sarebbe dovuto alla formazione, intorno alla nave, di onde alla superficie limite fra acqua salsa e acqua dolce. Il Walfrid ha raccolto un materiale d'os-

1) Degno d'attenzione sarebbe vedere se sia vero il fatto, osservato forse da Phipps e ammesso come possibile da Joule, che il mare ondoso abbia una temperatura sensibilmente superiore a quella che ha quando si trova in quiete.

servazione sufficiente ad attestare l'attendibilità dell' del Bjerknes: il fenomeno si manifesta infatti nelle ins o lungo le coste ove si versano in mare fiumi in co che il miscuglio fra acqua dolce e salata non si faccia mente, così nei fjordi della Norvegia, all'imboccatura renoco e del Congo, nella baia di Vancouver e lung brador. Una nave viene allora a trovarsi inferiorm acqua salsa, superiormente in acqua dolce; col suo moto alla superficie limite fra i due liquidi delle onde che pediscono il moto; la nave trascina con sè uno strato dolce tale, che non può più governare perchè il timon a trovarsi quasi totalmente nell'acqua dolce che si muo nave stessa.

Infine, specialmente importante sarebbe lo studiare libere nel Mediterraneo, l'approfondire l'azione della (Scoresby) e l'influenza delle correnti marine sull'altez onde, cosa quest'ultima che, malgrado gli studi di M Schultz, è ancora poco chiarita.

L'Ammiragliato Germanico ha inteso l'importanz studio del moto ondoso e ha provocato l'emanazione d dine del giorno (N. 28, 30 Novembre 1903) nel quale s agli ufficiali della marina militare e si fa invito a que marina mercantile di osservare le onde del mare, tra un programma completo di studio: *Le osservazioni estendersi a velocità, periodo, lunghezza e altezza; raccolti devono essere accompagnati dalla citazi metodo di misura e dai dati circa: tempo e luogo servazione, profondità del mare, direzione e forza d durante le osservazioni, andamento del tempo prima direzione delle onde e stato del mare.*

Vorrà il nostro Ministero della Marina imitare l' germanico?

11. *Librazioni.* Riguardo al fenomeno delle lib l'esame dei mareogrammi posseduti dall' Istituto Idr della R. Marina permetterà forse di portar luce nella qu ove però sia accompagnato dall'esame di carte isobarich specializzate e compilate su dati degni di fiducia; sareb

tre desiderabile che si usassero per questo studio dei mareografi con velocità di carta e amplificazione molto maggiori delle usuali.

12. *Sesse.* Circa le sesse l'osservazione dei periodi, tranne l'acquisizione di un numero caratteristico del lago, non promette di contribuire molto ad approfondire le nostre conoscenze in argomento; vi sono però due problemi il cui studio merita ulteriori osservazioni. Il primo è quello delle sesse chiamate dal Forel « alla quinta », ossia sesse il cui periodo è, nei laghi finora studiati, $^7/_{10}$ di quello della sessa uninodale; il secondo è quello della variazione del periodo delle sesse uninodali nei laghi a contorno tondo, come il lago di Bolsena (Palazzo).

Ma oltre lo studio delle cause delle sesse caso per caso, due altre questioni importanti si presentano a chi voglia occuparsi di questi studi: Come si comporta un lago coperto di ghiaccio? nel Chiemsee si sono trovate sesse anche quando era coperto da uno strato di ghiaccio di 30 cm., come si sono prodotte? perchè il periodo fondamentale che è di 43' si riduce allora a 41',6? La seconda questione è quella dello studio delle correnti che si formano nei nodi delle sesse, correnti tutt'altro che trascurabili, raggiungendo esse nel Chiemsee la velocità di 15 metri al secondo!

UN METODO PER LA MISURA CONTINUA DELLA VELOCITÀ DI ROTAZIONE DI

di ANTONINO LO SURDO [1]).

1. — L'indicazione continua della velocità angolar asse si può ottenere facilmente nel caso in cui la velo trepassa un certo limite e l'energia assorbita dall'appa che serve per la misura non modifica sensibilmente i dell'asse; presenta però difficoltà non lievi quando, co cade spesso in alcuni strumenti di Meteorologia, la vel rotazione è piccola, e non è disponibile che una quantit piccola di energia.

La ricerca di una disposizione adatta per questi ca sentandosi perciò di un certo interesse, ho pensato profitto del principio della composizione di due movim rotazione ortogonali, come già fece Amsler [2]) per un a chio destinato alla misura della velocità delle macc quale principio, come si vedrà in seguito, potrebbe ess plicato vantaggiosamente.

2. — Supponiamo di comunicare ad una sfera due menti di rotazione rispettivamente intorno a due assi nali passanti pel centro C che rimane fisso (fig. 1). L cità angolare di uno di essi ω_c sia nota e costante, que l'altro ω_v da determinare. Detto ψ l'angolo che l'asse vimento di rotazione risultante di velocità ω_r fa con q ω_c, si ha:

$$(1) \qquad \psi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega_v}{\omega_c} = f(\omega_v) \, .$$

La conoscenza dell'angolo ψ ci porta quindi a quel ω_v; ed in particolare essendo $\omega_v = \omega_c \operatorname{tg} \psi$, un indice c

1) Dall'Istituto Fisico della R. Università di Messina, diretto dal pro Corbino.

2) Archives des Sciences Physiques et Naturelles (T. 32, pag. 291).

secondo ω_r segnerebbe su una scala parallela alla ω_v dei segmenti AL proporzionali alla ω_v (fig. 1).

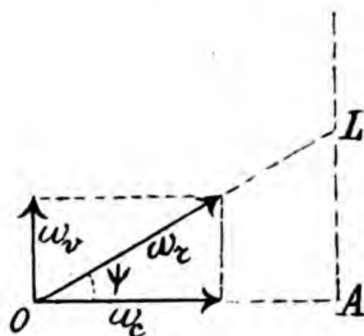


Fig. 1.

3. — I due movimenti di rotazione vengono comunicati ad una sfera per mezzo di due coppie di ruote $a\,a'$, e $b\,b'$ (disposte come si vede nelle fig. 2 e 3) che appoggiano nei punti

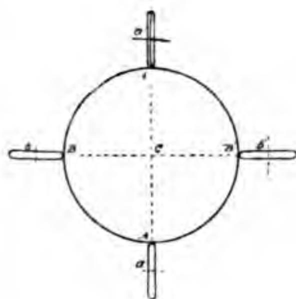


Fig. 2.

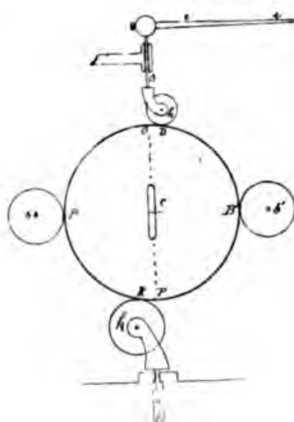


Fig. 3.

A, A', B, B', a due a due diametralmente opposti ad angolo retto, cosicchè il movimento comunicato per mezzo di una coppia, per es. $a\,a'$, non è ostacolato dai punti d'appoggio BB'

dell'altra sulla sfera, poichè questi stanno sull' asse (
zione del movimento comunicato da $a\,a'$ alla sfera;
versa. Ogni ruota è munita perifericamente di un a
gomma che impedisce lo scorrimento nel punto d'app

I quattro punti A B A' B' stanno sul piano orizzont
sante per C, centro della sfera. La sfera ha poi in b
altro punto d'appoggio con lieve attrito in K per m
una ruota k, la cui forchetta è girevole intorno all'as
cale O P che passa per il centro della sfera.

Un'altra ruota consimile h appoggia superiorme
modo reso evidente dalla fig. 3, sulla sfera in D: la f
di questa è girevole pure intorno all' asse verticale
sante per C.

Con questa disposizione la h si orienta secondo la d
del movimento risultante, in modo che il suo asse di r
sia parallelo a quello del movimento risultante, e per
il modo com'è disposta la h, che O D si trovi sulla d
del movimento risultante.

Ed infatti, supponiamo che il movimento risultante
secondo O S (fig. 4), e che il punto d'appoggio D della

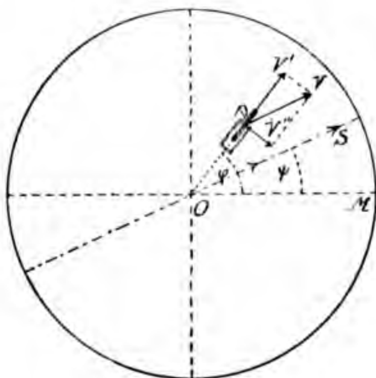


Fig. 4.

non si trovi sulla O S. In D si avrà una certa velocit
quale, essendo evitato lo scorrimento poichè anche la
è fornita perifericamente di un anello di gomma, vien

nicata al punto d'appoggio in D. Di essa una componente DV' fa ruotare la h, l'altra DV" riconduce D verso la O S, ed è nulla quando O D coincide colla O S.

All'asse s, intorno a cui gira la forchetta della ruota h, è collegato un indice i, che, opportunamente disposto muovendosi colla h secondo la direzione del movimento risultante, può segnare il valore di ω_v su un'apposita scala graduata.

4. — Poichè in pratica gli errori che si possono commettere nell'indicazione della velocità angolare con questo metodo dipendono essenzialmente dalla differenza, che si ha per inevitabili imperfezioni meccaniche, tra la direzione del movimento risultante in O (fig. 4) e quella di O D, è facile riconoscere che, dato l'ordine di grandezza della velocità ω_v, l'errore nella indicazione di questa, prodotto dalla suddetta differenza, sarà minimo quando alla velocità ω_c, che è in nostro arbitrio, si attribuisce il valore per cui è massima la espressione $\frac{d\psi}{d\omega_v}$, la quale per la (1), è data da:

(2) $$\frac{d\psi}{d\omega_v} = \frac{\omega_c}{\omega_v^2 + \omega_c^2} \,.$$

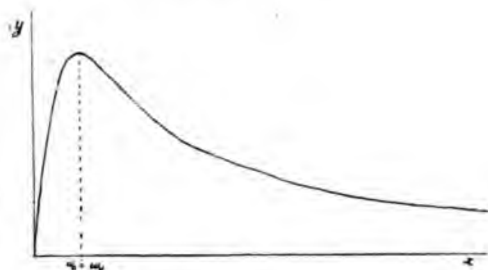


Fig. 5.

L'andamento della $\frac{d\psi}{d\omega_v}$, per una data ω_v, al variare della ω_c è rappresentato dalla curva della fig. 5 che ha per equazione:

$$y = \frac{x}{a^2 + x^2}$$

ricavata dalla (2), ponendo:

$$\omega_v = a \; ; \; \omega_c = x \; ; \frac{d\psi}{d\omega_v} = y \; ;$$

e che ha la forma della nota curva caratteristic
coppia dei motori asincroni a campo girante. Quest
ha per asintoto l' asse delle x, e quindi al crescer
la $\frac{d\psi}{d\omega_v}$, che cresce dapprima fino a raggiungere il mass
$\omega_c = \omega_v$, decresce dopo, ed ha per limite 0.

In pratica converrà quindi adottare per ω_c un valo
stesso ordine di grandezza di quello di ω_v.

5. — Stabilita la ω_c, è anche interessante vedere c
ria la $\frac{d\psi}{d\omega_v}$ al variare di ω_v.

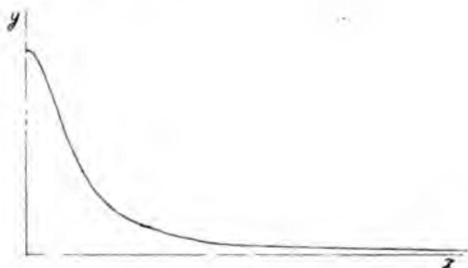


Fig. 6.

L'andamento della $\frac{d\psi}{d\omega_v}$ al variare della ω_v è rappr
dalla curva della fig. 6 di equazione:

$$y = \frac{b}{x^2 + b^2}$$

ottenuta ponendo nella (2):

$$\omega_c = b \; ; \; \omega_v = x \; ; \frac{d\psi}{d\omega_v} = y \; .$$

Anche questa curva ha l'asse x per asintoto, ed ha evidentemente il massimo per $x = \omega_r = 0$.

6. — Come si è visto, O D (fig. 4) che è come un braccio girevole intorno ad O, viene disposto nella direzione OS, dalla componente D V' della velocità sulla sfera nel punto d'appoggio D. Tale componente se v è la velocità suddetta ha il valore:

$$v \operatorname{sen} (\phi - \psi);$$

dove con ψ si indica l'angolo tra la direzione del movimento risultante in O, e quella O M del movimento ω_c; con ϕ l'angolo che il braccio OD fa con OM.

La velocità v nel punto D è eguale ad $\omega_r\, l$, dove con l si indica la distanza del punto D dall'asse di rotazione del movimento risultante. Perciò se si pone $d = \mathrm{OD}$, e si indica con R il raggio della sfera, si ha:

$$v = \omega_r\, l = \omega_r \sqrt{\mathrm{R}^2 - d^2 \operatorname{sen}^2 (\phi - \psi)}\,.$$

La componente DV' di questa velocità nella direzione perpendicolare ad OD, viene comunicata al braccio OD poichè, come s'è detto, per mezzo dell'anello di gomma disposto perifericamente sulla ruota h, nel punto D è evitato lo scorrimento; OD perciò si muove con velocità angolare:

(3) $$\frac{d\phi}{dt} = -\,\omega_r\,\frac{l}{d} \operatorname{sen} (\phi - \psi)\,.$$

Supponiamo che essendo ω_r costante; l'indice si trovi inizialmente spostato di un angolo α_0 dalla posizione corrispondente all'angolo ψ del movimento risultante. Per ottenere la legge con cui l'angolo $\alpha = \phi - \psi$ diminuisce, basta applicare la (3) che in tal caso diventa:

(4) $$\frac{d\alpha}{dt} = -\,\frac{l}{d}\,\omega_r \operatorname{sen} \alpha\,.$$

Se d è piccolo, come è opportuno fare in prati
risce poco dal raggio R della sfera, si può perciò po
inoltre se α_0 si suppone piccolo la (4) si può scrive

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{R}{d}\omega_r \alpha$$

L'integrale di questa equazione:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{R}{d}\omega_r t}$$

ci mostra come l'angolo α tende tanto più rapidame
e quindi φ a ψ, per quanto più piccolo è d. Si ded
che quando la ω_v è variabile, per cui ψ assume val
da momento a momento, l'indice segue tanto megli
zioni di ψ, per quanto più corto è il braccio OD.

7. — Risulta evidente che col metodo descritto
ottenere indicazioni continue di velocità angolari va

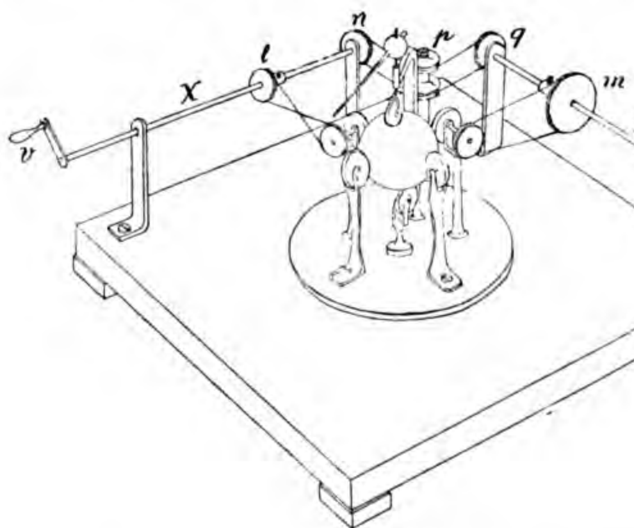


Fig. 7.

che piccole, con poca spesa di energia: quella nece
vincere il lieve attrito delle ruote.

Che in pratica la disposizione per la composizione dei due movimenti di rotazione nel modo accennato non presenti inconvenienti, ho potuto constatare con l'apparecchio della fig. 7, che può servire per dimostrazione, essendovi aggiunta la disposizione l X n p q Y m, per comunicare contemporaneamente, e con rapporto noto delle velocità angolari, il movimento della manovella v alle ruote che appoggiano sulla sfera.

L' applicazione accurata del metodo ad alcuni strumenti registratori di Meteorologia, per i quali appunto esso era stato ideato, non mi è stata però possibile ancora di fare, per la mancanza di mezzi adatti.

Messina, Luglio 1907.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

Haar H. Die Randwertaufgabe der Differentialgleichung *Gött. Nachr.* 1907. pag. 280.

Reinhardt K. Die Hochschulausbildung der Lehramtsk in der Mathematik und den Naturwissenschaften. *Un bl. f. Mat. u. Natur.* **13**, pag. 69, 1907.

Rosing B. Die Newtonsche Massendefinition. *Journ. d. r chem. Ges.* **39**, pag. 190, 1907.

Lord Kelvin. Sui movimenti dell' etere prodotti da col atomi o di molecole contenenti o non contenenti *Electrician.* 16 Ag. 1907). *(Éclair. électr.* **52**, pag. 4

Pocklington. H. C. Units of Mass, Length, and Time. *C Phil. Soc. Proc.* **14**, pag. 152, 1907.

Schreber K. Bestimmung von *g* mit der Fallmaschinenwa *Zeit.* 8, pag. 699, 1907.

Rebenstorff H. Schulversuche über Gasgesetze. *Zeit. f. p Unter.* **20**, pag. 273, 1907.

Salcher P. Ein Beitrag zu den physikalischen Schüle *Zeit. f. phys. chem. Unter.* **20**, pag. 278, 1907.

Hartmann C. Warum fällt die Katze auf die Füsse *phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 314, 1907.

Kaufmann W. Neue Hilfsmittel für Laboratorium und *Phys. Zeit.* 8, pag. 748, 1907.

Pochin E. A. N. Experimental Mathematics. *Phil. Mag* pag. 395. 1907.

Burbury S. H. On the Work which may be gained du Mixture of Gases. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 422, 19

2. Densità.

Spring W. Remarques sur la détermination de la de corps en poudre fine. *Journ. de chim. phys.* **5**, N. 7

Richards T. W. and **Brink F. N.** Densities of the Al tals. *Journ. Amer. Chem. Soc.* **29**, pag. 117, 1907.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale

Smirnow N. Bestimmung eines Zentralpunktes. *Jour. phys. chem. Ges.* **39**, pag. 179, 1907.

Voigt W. Eigenartige Fälle schwingender Membranen. *Gött. Nach.* pag. 171, 1907.

Voigt W. Schwingungen ungleichförmig gespannter Membranen. *Gött. Nach.* pag. 341. 1907.

Weingarten J. Ueber die sog. allgemeinen Arbeitsgleichungen der technischen Festigkeitslehre. *Gött. Nach.* pag. 365, 1907.

Voigt W. Bestimmung der Elastizitätskonstantes von Aragonit. *Gött. Nach.* pag. 145, 1907.

Leon A. Ueber die Materialspannung in rotierenden Körpern. *Zeit. d. Oester. Ing. Ver.* **59**, N. 29, 1907.

Benton J. R. Spider Thread. *Amer. Journ. Scienc.* **24**, pag. 75, 1907.

Beilby G. T. The Hard and Soft States in Ductile Metals. *Roy. Soc. Proc.* **79**, pag. 463, 1907.

Boggio T. Sull'equazione del moto vibratorio delle membrane elastiche. *Rend. Acc. Lincei*, (5), **16**, pag. 386. 1907.

Shedd J. C. and **Birchby J. A.** A Study of the reversible Pendulum. I. *Phys. Rev.* **25** pag. 274, 1907.

Richards T. W. Die Zusammendrükbarkeit der Elemente. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 519, 1907.

Hort W. Gegenwärtiger Stand unserer Kenntnis der Formänderungsvorgänge bei plastischen Körpern. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 783, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Orlow N. A. Eine Blase aus Schusterpech. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 612, 1907.

Antonow F. H. Sur la tension superficielle des solutions dans la zone critique. Sur la tension superficielle sur la limite des deux couches, *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 7-8, 1907.

Guye P. A. A propos de l'unité de tension superficielle. *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 7-8, 1907.

Bakker G. On the Theory of Surface-Forces. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 509, 1907.

Bakker G. Zur Mechanik der Kapillarschicht. Antwort an K. Fuchs. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 191, 1907.

Korteweg D. J. Sur les divers états d'équilibre des corps flottants ayant la forme d'un parallélipipede rectangle, dont l'axe longitudinal est parallèle à la surface liquide. *Arch. Néerl.* (2), **12**, pag. 362, 1907.

Ollivier H. Recherches sur la capillarité. *Journ. de Phys.* (4), **6**, pag. 757, 1907.

Jung J. Einfachster Piëzometerversuch. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 312, 1907.

Bakker G. Zur Theorie der gekrümmten Kapillarschich *phys. u. Chem.* **60**, pag. 464, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Jougnet M. Sur la résistance de l'air. *Compt. Rend.* 500, 1907.

6. Apparecchi.

Andrews A. E. Un regolatore automatico del vuoto. *Che* **96**, N. 2490, 1907.

Grimsehl E. Eine neue Quecksilberluftpumpe. *Phys. Ze* 763, 1907.

B. Fisica-chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito i

Stücker N. Ueber einige physikalische Eigenschaften loide. *Wien. Ber.* **116**, pag. 771, 1907.

Morse H. N., Frazer J. C. W. and **Dunhar P. B.** osmotica delle soluzioni di zucchero di canna in vici 5." *Am. Chem. Journ.* **38**, N. 2, 1907.

Sella A. A proposito di una Nota dei proff. Battelli e « Relazione fra la pressione osmotica e la tensione ciale ». *Rend. Acc. Lincei*, (5), **16**, pag. 384, 1907.

Jaeger F. M. Sulle sostanze che formano tre fasi liqui renti. *Chem. News.* **96**, 30 Agosto 1907.

Le Bas G. The Unit-Stere Theory. *Phil. Mag.* (6), **14**, 1907.

Earl of Berkeley. Ueber die Anwendung der van der W Gleichung auf Lösungen. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione

Morosow N. Die Bedeutung der Arbeiten von D. Me für die Theorie der Lösungen. *Journ. d. russ. phys.* pag. 134, 1907.

Lehmann K. B. Ueber Gas-und Wasserdampfabsorptio Textilfasern und die dabei auftretende Erwärmung. *Ber.* pag. 8, 1907.

Getmann F. H. Sur la viscosité de quelques solutions *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 7-8. 1907.

Homfray J. F. L'absorption des gaz par le charbon. *Che* **96**, N. 2490, 1907.

Herzog R. O. Diffusione dei colloidi. *Zeit. f. Elektrochem.* 1907.

Heald W. Die Absorption von H seitens dünner Metalls *Phys. Zeit.* **8**, pag. 659, 1997.

Dunstan A. E. and **Wilson R. W.** Viscosity of liquid Mixtures. *Chem. Soc. Journ.* **91**, pag. 1907.

Arndt K. Misure di viscosità ad alta temperatura. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, 23 Agosto 1907.

Pedersen F. M. The influence of molecular Structure upon the internal friction of certain isomeric Ether Gases. *Phys. Rev.* **25**, pag. 225, 1907.

Baerwald J. L. Ueber die Adsorption von Gasen durch Holzkohle bei tiefen Temperaturen. 78 pag. Freiburg, 1907.

Sieverts A. Zur Kenntnis der Okklusion und Diffusion von Gasen durch Metalle. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 129, 1907.

Ritzel A. Gaslöslichkeit, Kompressibilität und Oberflächenspannung. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 319, 1907.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Fleischmann F. Untersuchungen über die Knallgaskette bei höherer Temperatur unter Benutzung von Glas und Porzellan als Elektrolyt. Diss. Karlsruhe, 1907.

Niiranen W. Ueber die analytische Bestimmung von Stickstoffoxyden und die Gültigkeit des Massenwirkungsgesetzes bei der Stickstoffverbrennung in der Hochspannungsflamme. Diss. Karlsruhe, 1907.

Prudhomme M. Relations entre la conductibilité moléculaire des électrolytes et la diluition. *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 7-8, 1907.

Briner E. Etudes physico-chimiques sur l'électrolyse des chlorures alcalins. *Journ. de chim.-phys.* **5**, N. 7-8, 1907.

Caldwell K. S. La conducibilité des électrolytes dans la pyridine et d'autres solvants. *Chem. News.* **96**, N. 2490, 1907.

Boizard G. Sur la conducibilité électrique dans le mélanges d'acide ou de base et d'eau. Thèse. Paris, Gauthier-Villars, 1907.

Isconesco H. et **Matra A.** Ionic penetration of Elektrolytes across Colloidal Salts. *Compt. Rend. de la Soc. de Biologie.* 8 Feb. 1907.

Armstrong H. E. La natura della ionizzazione. *Chem. News.* **96**, 20 Agosto 1907.

Cohen E. und **Tombrock W.** Determinazione dei potenziali di diffusione. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, 23 Agosto 1907.

Schulze G. Ueber die elektrolytische Ventilwirkung der Metalle Magnesium, Antimon und Wismut. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 43, 1907.

Miller W. L. The theory of « direct » Determinations of Migration. *Science.* **26**, pag. 241, 1907.

Franklin E. C. and **Gibbs H. D.** Some unique conducti ves. *Science*. **26**, pag. 242, 1907.

Arndt K. Ueber geschmolzene Salze. *Zeit. f. Elektroc* pag. 509, 1907.

Foerster F. Ueber den Einfluss der Temperatur auf die lytische Metallabscheidung. *Zeit. f. Elektrochemie.* 561, 1907.

West A. P. Study of the Effect of Temperment on Dis and on the Temperature Coefficients of Conductivity ous Solutions. 70 pag. Baltimore, 1907.

Brion G. Der Hochspannungslichtbogen und seine B in der elektrochemischen Industrie. *Phys. Zeit.* **8**, 1907.

Beckmann E. und **Lockemann G.** Ueber Molekulargewi Leitfähigkeitsbestimmungen in Nitrobenzol. *Zeit. f Chem.* **60**, pag. 385, 1907.

Lorenz R. und **Mohn.** Der Neutralpunkt der Wasser trode. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 422, 1907.

Weigert F. Studien über die Wirkung der Depolarisato *f. phys. Chem.* **60**, pag. 513, 1907.

Dumanski A. Ueber die Leitfähigkeit der Elektrolyte i rigen Lösungen von Gelatine. *Zeit. f. phys. Chem.* 553, 1907.

Cohen E. Chattaway F. D. and **Tombrock W.** Zur T namik der Normalelemente. *Zeit. f. phys. Chem.* **69**, 1907.

4. Fotochimica.

Coehn A. Ueber die Einwirkung des Lichtes auf die der Schwefelsäure. *Gött. Nachr.* pag. 271, 1907.

Zingowatow A. Wirkung von Terpentindämpfen auf di graphische Platte. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* 186, 1907.

Chapman D. L., Chadwick S. and **Ramsbottom J. E.** Changes induced in Gases by Ultra-violet Light. *C Journ.* **91**, pag. 942, 1907.

Weigert F. Das Phosgengleichgewicht unter dem Ein Bestrahlung. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 55, 1907.

Maschlaupt J. G. Ueber Violettfärbung von Glas unter fluss von Sonnenlicht. *Chemisch Weekblad.* **4**, pag. 3

Dreyer G. et **Hanssen O.** Recherches sur les lois de l' la lumière sur les glycosides, les enzymes, les toxin anticorps. *Compt. Rend.* **145**, pag. 564, 1907.

Kof K. und **Haehn H.** Ueber die Erzeugung von Bil photographischen Platten durch Einwirkung der Dä

lösten Quecksilberchlorides und ein Fall von Reaktionsstrahlung. *Zeit. f. phis. Chem.* **60**, pag. 367, 1907.

5. Termochimica.

Szydlowscki L. Ueber die Kältemischung aus kristallisiertem Natriumsulfat und konzentrierter Salzsäure. *Wien. Ber.* **116**, pag. 855, 1907.

Manville O. Variation de la température de combinaison de l'O et du C amorphe, lorsqu'on soumet ce dernier à l'influence de la température et à l'action d'oscillations de température. *Journ. de chim. phys.* **5**, N. 7 8, 1907.

Mixter W. G. The Heat of combustion of Silicon and Silicon Carbide. *Sill. Journ.* (4), **24**, pag. 130, 1907.

Nernst W. Ueber das Ammoniakgleichgewicht. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**. pag. 521, 1907.

Falk G. K. The ignition Temperatures of Gaseous Mixtures. *Science.* **26**, pag. 241, 1907.

Beckmann E. Studien zur Präzisierung der Siedemethode. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 790, 1907.

v. Jüptner H. Beziehungen zwischen Wärmetönung und freier Energie. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 114, 1907.

Henderson L. J. Ueber Stellungsisomerie und Verbrennungswärmen. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 413, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

Ewing J. A. The structure of Metals. *Mem. Manchester Soc.* **51**. N. XV. 1907.

Goldschmidt V. Ueber Heterozwillinge and einachsige Verwachsungen. *Zeit. f. Krist.* **43**, pag. 582, 1907.

Sonmerfeldt E. Ueber flüssige und scheinbar lebende Kristalle. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 799, 1907.

Bogojawlenski A. und **Winogradow N.** Ueber das Verhalten von Schmelz-und Klärungskurven der flüssigen Kristalle und ihrer Mischungen. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 433. 1907.

Teagne O. und **Buxton B. H.** Die Agglutination in physikalischer Hinsicht. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 469, 1907.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Goldap E. H. Ueber die klangfarbe einiger Orchesterinstrumente, *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 979, 1907.

Waetzmann E. Zur Theorie der Kombinationstöne. *Ann. d. Phys.* (4), **24**. pag. 68, 1907.

Nicholson J. W. The scattering of Sound by Spheroids and Disks. *Phil. Mag.* (6), **14**. pag, 364, 1907.

2. Acustica musicale.

Gandillot M. Le Débat sur la gamme. *Rev. gén. des. Sci*
pag. 714, 1907.

3. Acustica fisiologica.

Marage M. Étude des vibration de la voix. *Rev. Scient.*
pag. 326, 1907.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Smirnow N. Apparat zur Bestimmung des mechanische
meäquivalents. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39**, p
1907.

Adler F. W. Bemerkung zur Abhandung: « Der Inhalt d
chung $pv = \mathrm{RT}$ ». *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 975, 1

Buckingham E. Regnault's experiments on the Joule-
Effect. *Nature.* **76**, pag. 493, 1907.

Moriondo E. Principi di Termodinamica grafica. 128 pag.
1907.

2. Teoria cinetica della materia.

Girtler R. Zur Rotation von Gasmolekülen. *Wien. Ber.* 1
759, 1907.

Ehrenhaft F. Ueber die der Brownschen Molekularbeweg
den Flüssigkeiten gleichartige Molekularbewegung
Gasen und deren molekularkinetischer Erklärungs
Wien. Anz. pag. 331, 1907.

3. Dilatazione e termometria.

Holborn L. Optical pyrometry. *Rep. Brit. Ass.* Leicester

Hoffmann F. und **Rethe R.** Ueber die Ausdehnung des
schen Pentaus in tiefen Temperaturen und die Skale
tanthermometer. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, pag. 263, 19

Scheel K. Ueber thermische Ausdehnung in tiefer Tem
Phys. Zeit. 8, pag. 755, 1907.

Echeel K. und **Heuse W.** Bestimmung der Ausdehnung
zwischen — 183° und Zimmertemperatur mit dem Ko
und dem Fizeauschen Apparat. *Phys. Zeit.* 8, pag. 7

4. Calorimetria.

Holborn L. und **Henning F.** Ueber die spezifische Wä
Stickstoff, Kohlensäure und Wasserdampf bis 1400°.
Phys. (4), **23**, pag. 809, 1907.

Smith A. W. Heat of Evaporation of water. *Phys. Rev.*
145, 1907.

Magie W. F. Specific Heat of Solutions V. *Phys. Rev.* **25**, pag. 171, 1907.

Oberhoffer P. Calore specifico del ferro. *Metallurgie*, **4**, pag. 427, 447, 486, 1907.

Lewis G. N. I calori specifici dei solidi a volume costante e la legge di Dulong e Petit. *Zeit. f. anorg. Chem.* **54**, 31 Luglio 1907.

Winkelmann A. Zu den kalorimetrischen Studien des Herrn. E. Bose. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 626, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gaz.

Trouton F. T. Esperienza elettrica per illustrare i due modi di condensarsi del vapor d'acqua sulle superfici solide. *Chem. News.* **96**, N. 2490, 1907.

Owen G. und **Hughes A. L.** Condensation Nuclei produced by cooling Gases to Low Temperaturss. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 528, 1907.

Mercanton P. L. L'éxpérience de la regélation de Tyndall. *Arch. de Genève.* (4), **24**, pag. 199, 1907.

Berndt G. W. Ein Apparat zur Bestimmung der Verdampfungswärme. *Zeit. f. phys. Chem. Unter.* **20**, pag. 282, 1907.

v. Jüptner H. Zur Kenntnis der Dampftension. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 101, 1907.

6. Sorgenti di calore.

Saklatwalla B. Sulla produzione di alte temperature col riscaldamento elettrico progressivo degli ossidi. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, 23 Agosto 1907.

7. Conducibilità termica.

Pauli E. Ueber die Abhängigkeit der Wärmeleitung einiger Gase und Dämpfe von der Temperatur. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 907, 1907.

8. Calore raggiante.

Coblentz W. W. New Form of Radiometer. *Bull. Bur. of Stand.* **2**. pag. 479, 1907.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Mathias E. La liquéfaction industrielle de l'air et l'extraction de l'O de l'atmosphére. *Rev. gén. des Scienc.* **18**, pag. 697, 1907.

Warburg E., Leithäuser G., Iohansen E. Ueber das Wacuumbolometer. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 25, 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Mandelstam L. Zur Theorie der Dispersion. *Phys. Zeit.* 8
608, 1907.

Ignatowsky W. Diffraktion und Reflexion, abgeleitet au
Maxwellschen Gleichungen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pa
1907.

Laue M. Die Mitführung des Lichtes durch bewegte Körpe
dem Relativitätsprinzip. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 989

Natanson L. Electron Theory of Dispersion in Gases.
Scienc. Gracovte Bull. **4**, pag, 316, 1907.

Drysdale C. V. On luminous Efficiency and the mechani
quivalent of Light. *Roy. Soc. London.* 8 Giugno 1907

Strasser B. Der Fizeausche Versuch über die Aenderung
larisationsazimuts eines gebrochenen Strahles durch d
wegung der Erde. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 137, 19

Ambronn H. Ueber den Pleochroismus in Metallspiegeln.
Zeit. 8, pag. 665, 1907.

Hasenöhrl P. Ueber den Lichtäther. *Schr. Wien. Ver. zu*
reit. naturw. Kentnisse. 1907.

Pelletan A. De l'Eikonal. *Journ. d. Phys.* (**4**), **6**, pag. 782

Mie G. Die optischen Eigenschaften kolloidaler Goldlös
Phys. Zeit. 8, pag. 769, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, disper assorbimento, emissione.

Zschimmer E. Versuch über die Abhängigkeit der Ultra
durchlässigkeit der Gläser von ihrer chemischen Zusa
setzung. *Phys. Zeit.* 8, pag. 611, 1907.

Heyl P. R. Sulla velocità delle parti invisibili dello
Journ. of the Franklin Inst. **164**, N. 2, 1907.

Chéneveau C. Recherches sur les propriétés optiques des so
et des corps dissous. *Ann. d. chim. et phys.* (8), **12**, pa
1907.

Müller E. Das optische Verhalten der kolloidalen Metalle.
Physik. (4), **24**, pag. 1, 1907.

Predenhagen C. Ueber reine Temperaturstrahlung. *Phys.*
pag. 679, 1907.

Galitzin B. and **Wilip J.** Experimental test of Doppler's
ple for Light-rays. *Astrophys. Journ.* **26**, pag. 49, 190

v. Kazay E. Die Bestimmung des Brechungsexponenten ve
dener Flüssigkeiten. *Chem. Zentralbl.* **2**, pag. 735, 19

Lord Rayleigh. On the Light dispersed from fine Lines
upon reflecting Surfaces or transmitted by very narrov
Phil. Mag. (6), **14**, pag. 350, 1907.

3. Spettroscopia.

Jechel P. Untersuchungen über das Spektrum von Sr im Orangen und Roten. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 322, 1907.

Müllermeister W. Ueber Absorptionspektra des Chlorophylls und seiner Derivate. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5** pag. 339, 1907.

Kochen E. A. Der rote Teil des Eisenbogenspektrums. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 285, 1907.

Gallenkamp W. Ueber Banden im Metallbogenspektrum. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 299, 1907.

Kayser H. Die Konstanz der Wellenlängen von Spekttrallinien. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**. pag. 304. 1907.

Lewin L., Miethe A. und **Stenger F.** Ueber die durch Photographie nachweisbaren spektralen Eigenschaften der Blutfarbstoffe und anderer Farbstoffe des tierischen Körpers. *Zeit. f. wiss Phot.* **5**, pag. 308, 1907.

Wood R. W. Modification in Appearance and Position of an Absorption Band due to Presence of a Foreign. Gas. *Astrophys. Journ.* **26**, pag. 41, 1907.

Pollok J. H. Index of the Principal Lines of the Sparkspektra of the Elements. *Roy. Dubl. Soc. Proc.* **11**, pag. 184, 1907.

Pollok J. H. and **Leonard A. G. G.** Quantitative spektra of Fe. Al. Cr. Si. In. Mn. Ni and Co. *Roy. Dubl. Soc. Proc.* **11**, pag. 217. 1907.

Lawton E. R. Wave lengths and Structural Relation of certain Bands in the Spectrum of Nitrogen. *Amer. Journ. Scienc.* **24**, pag. 101, 1907.

Fawler A. The fluted Spectrum of Titanium Oxide. *Roy. Soc. London.* 20 Giugno 1907.

Duffield W. G. The Effect of Pressure upon Arc Spectra N. 1. Iron. *Roy. Soc. Lond.* 20 Giugno 1907.

Goldstein E. Ueber zweifache Linienspektra chemischer Elemente. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 674, 1907.

Watts W. M. Index of Spectra. 67 pag. Sydenham. 1907.

Lyman T. Spektroskopische Untersuchungen im Gebiete äusserst Kurzer Wellenlängen. *Jahrb. f. Radioakt.* **4**, pag. 245, 1907.

Stark J. Die negative und die positive Elektrizität in der Spektralanalyse. *Jahr. f. Radioakt.* **4**, pag. 231, 1907.

Stark J. Photographs of the Doppler effect in the spectrum of H and Hg. *Astrophys. Journ.* **26**, pag. 63, 1907.

Humphreys W. J. Arc spectra under heavy pressure. *Astrophys. Journ.* **26**, pag. 18, 1907.

v. **Kazay E.** Verschiebung des Absorptionspektrums in verschiedenen Flüssigkeiten. *Chem. Zentralbl.* **2**, pag. 773, 1907.

Fredenhagen C. Ueber die Emissionsursachen der Spektren. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 729, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

5. Luminescenza.

Glew F. H. Tribolumoscope. *Röntgen Soc. Journ.* **3**, p
1907.

Werner A. Quantitative Messungen der An-und Abkling
trennter Phosphorescenzbanden. *Ann. d. Phys.* (4),
164, 1907.

Wick F. G. Spektrophotometrische Untersuchungen über
sorptionsvermögen und die Fluoreszenz des Resorufin
Zeit. 8, pag. 681, 1907.

Wick F. G. Fluoreszenzabsorption im Resorufin. *Phys.*
pag. 692, 1907.

Danneberg R. Verwendung des Zinksulfidschirmes als I
tel zu Schulversuchen über Wärmestrahlen und als F
schirm. *Phys. Zeit.* 8, pag. 787, 1907.

6. Fotografia.

Mc Intosch J. Making and Selection of Filters for Ortho
tic Plates. *Phot. Journ.* **47**, pag. 290, 1907.

Mees C. E. K. Theory of the Photographic Process. *Rönt
Journ.* **3**, pag. 117, 1907.

C. J. A new Method of colour Photography. *Nature.* **76**, p
1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

Wood R. W. Eine Interferenzmethode zur Auffindung v
setzmässigkeiten in linienreichen Spektren. *Phys. Zeit*
607, 1907.

Wood R. W. A simple Treatment of the secondary Ma
Grating Spectra. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 477, 1907.

Bevan P. V. Lloyd's Fringes for internal Reflexion and the
of Phase of ordinarily reflected Light. *Phil. Mag.*
pag. 503, 1907.

Glew F. H. Interference Films for physical Experiments.
Soc. Journ. **3**, pag. 132, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazion

Joachim H. Ueber den Einfluss innerer Reflexionen auf
terferenzerscheinungen an doppeltbrechenden Kristal
Gött. Nachr. pag. 321, 1907.

Sommerfeldt B. und **Happel H.** Ueber eine neue experi
Methode zur Bestimmung des optischen Achsenwink
Kristallen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 611, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Winther C. Polarimetrische Untersuchungen. *Zeit. f. phys. Chem.* **60**, pag. 563, 1907.

Winther C. Zur Theorie der optischen Drehung. *Zeit f. phys. Chem.* **60**, pag. 590, 641, 685, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Seddig M. Einfacher Versuch über die Chromasie des Auges. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 311, 1907.

11. Apparecchi.

Korolkow A. Verwendung von Farbengläsern in Fernröhren. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39**, pag. 229, 1907.

Ives F. E. A new Color Meter. *Journ. Franklin Inst.* **164**, pag. 47, 1907.

Martin K. Ueber einen neuen Aufsichtsucher mit seitenrichtigem Bild. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, pag. 314.

Swingle W. T. and **Briggs L. J.** Improvements in the ultraviolet microscope. *Science.* **26**, pag. 180, 1907.

Löwe F. Zwei Spektralapparate mit fester Ablenkung. *Zeit. f. Instrkunde.* **27**, pag. 271, 1907.

Glatzel Br. Das Selen und seine Anwendungen in der Fernphotographie. *Mech. Zeit.* 15 Sett. 1907.

Gehrcke E. Einfaches Interferenzspektroskop. *Phys. Zeit.* 8, pag. 781, 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Mallik D. N. Magnetic induction in Spheroids. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 455, 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Voigt W. und **Kinoshita S.** Bestimmung absoluter Werte von Magnetisierungszahlen, insbesondere für Kristalle. *Gött. Nachr.* pag. 123, 270, 1907.

Russel J. The superposition of mechanical Vibrations upon Magnetisation and conversely, in Iron, Steel and Nickel. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 468, 1907.

Hamy M. Sur les spectroscopes à miroirs. *Compt. Rend.* **143**, pag. 590, 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Hausrath H. Die Untersuchung elektrischer Systeme auf Grundlage der Superpositionsprizipien. 127 pag. Berlin, J. Springer, 1907.

Lippmann G. Ueber die Analogie zwischen absoliter T und elektrischem Potential. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, 1907.

Störmer C. Sur un problème relatif au mouvement des les électriques dans l'espace cosmique. 10 pag. J. Dyhwad, 1907.

Bragg W. H. On ths Properties and Natures of variou Radiations. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 429, 1907.

Cunningham E. On the Electromagnetic Mass of a mo tron. *Phil. Mag.* (6), **14**. pag. 538, 1907.

Sheldon S. Properties of Electrons. *Amer. Inst. Electr.* **26**, pag. 651, 1907.

Lord Kelvin. On the Motions of Ether produced by C Atoms or Molecules containing or not containing *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 317, 1907.

2. Elettrostatica. Macchine elettriche.

Melander G. On the Production of Statical Electricit Action of Heat and Light. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag.

Melander G. Neue Versuche über die Erregung statis trischer Ladungen bei Reibung. *Phys. Zeit.* **8**, pag.

Eymer A. Versuche über die Abhängigkeit der Diele konstante von mechanischen und thermischen Einw 43 pag. Marburg, 1906.

Nassbaumer H. A. Ueber dielektrische Hysteresis in toren. 47 pag. Diss. Zürich, 1907.

Kolbe B. Zwei elektrostatische Messungsversuche. *Zei chem. Unter.* **20**, pag. 289, 1907.

Schmidtmayer A. Elektrische Erscheinungen an Was und Rauchwirbeln. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20** 1907.

v. Gulik D. Die Spitzenwirkung für positive und ne lektrizität. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 3

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e die

Toepler M. Gleitfunken auf sehr dünnen Glimmerplatt *Phys.* (4), **23**, pag. 867, 1907.

Sturzen-Becker S. Die Gasentladung und ihre Abhän der Temperatur. 69 pag. Kristiania. A. Cammerme

Barkhausen H. Funkenwiderstand. *Phys. Zeit.* **8**, pag.

Bottomley J. and **King F. A**. Mechanical Temperatu in Rarefied Gases. *Proc. Roy. Soc.* A. **79**, pag. 28

Amaduzzi L. Potenziali esplosivi in presenza di diafra *Acc. Linc.* (5), **16**, pag. 393, 1907.

Pringsheim P. Versuche über das Minimumpotential von Spitzenentladungen und über den Einfluss erhöhter Temperaturen auf dasselbe. *Ann. d. Phis.* (4), **24**, pag. 145, 1907.

Toepler M. Ueber gleitende Entladung. *Phys. Zeit.* 8, pag. 743, 1907.

4. Sorgenti di elettricitá. Polarizzazione.

5. Conducibilità. Resistenza.

Berndt G. Ueber den Einfluss des Magnetfeldes auf den Widerstand von Elektrolyten. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 932, 1907.

Szivessy G. Ueber die Widerstandsänderung von Metalldrähten durch O-Occlusion. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 963, 1907.

Guertler W. Resistenza elettrica dei cristalli misti metallici. *Zeit. f. Elektrochemie.* **13**, pag. 441, 1907.

Franklin W. S. and **Freudenberger L. A.** Measurement of Electrolytic Resistance. *Phys. Rev.* **25**, pag. 294, 1907.

Berndt G. Ueber den Einfluss des Magnetfeldes auf den Widerstand von Elektrolyten. *Phys. Zeit.* 8, pag. 778, 1907.

6. Fenomeni termici.

Rziha K. Aenderung des Peltiereffektes Ni-Cu zwischen 20° und 800°. *Wien. Ber.* **116**, pag. 715, 1907.

Barker H. C. The Thermoëlectromotive Forces of K and Na with Pt and Hg. *Sill. Journ.* (4), **24**, pag. 159, 1907.

Pécheux H. Sur la thermoélectricité du Ni. *Compt. Rend.* **145**, pag. 591, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

Pospielow A. Ueber die Emissionsspektra der verschiedenen Teile des Glimmströmes in Cadmium-und Zinkdämpfen. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 333, 1907.

Roshanski D. Wechselstromlichtbogen and Funkenentladung. *Journ. d. russ. phys. chem. Ges.* **39**, pag. 161, 1907.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

Dechant J. Nachweis der Proportionalität zwischen der Stärke eines Stromes und der Stärke seines Magnetfeldes. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 316, 1907.

9. Elettrodinamica e induzione.

Baumgardt L. Ueber die Möglichkeit einer Nutzanwendung des Wilsoneffektes. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 986, 1907.

Laue M. Zur Cohnschen Elektrodynamik. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 991. 1907.

Ogura K. and **Steinmetz C. P.** Inductance of straight Conductor. *Phys. Rev.* **25**, pag. 184, 1907.

Bary P. Striction électromagnétique ou « Pinch Phenomenon. *Éclair. électr.* **52**, pag, 433, 1907.

Campbell A. A Standard of Mutual Inductance. *Proc. Roy. Soc.* A. **79**, pag. 428, 1907.

Porter R. A. Force on a Conductor in a Magnetic Field. *Science.* **26**, pag. 53, 1907.

Himstedt J. Eie Elektromagnetische Wirkung der elektrischen Konvektion. 36 pag. Freiburg, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

Riecke E. Beitrag zur Theorie ungedämpfter elektrischer Schwingungen bei Gasentladungen. *Gott. Nachr.* pag. 253, 1907.

Jonas G. Die Berechnung der Stromkurve eines Kondensatorkreises aus der Resonanzkurve eines mit ihm lose gekoppelten Sekundärkreises. Diss. Strassburg, 1907.

Schmidt K. E. F. Messapparate fur schnelle elektrische Schwingungen and ihre Verwendung in der drahtlosen Telegraphie. *Beiblätter.* **31**, pag. 838, 1907.

Austin L. W. Ueber den thermoelektrischen Detektor für elektrische Wellen, mit sehr hohem Kontaktwiderstand. *Phys. Zeit.* 8, pag. 600. 1907.

Schmidt K. E. F. Studien zum Barretter. *Phys. Zeit.* 8, pag. 601, 1907.

Zenneck J. Ueber die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 846, 1907.

v. Jgnatowsky W. Berechnung des Widerstandes eines Drahtes bei der Reflexion von elektromagnetischen Wellen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 905, 1907.

Schaefer C. und **Laugwitz M.** Abhängigkeit des Verhaltens Hertzscher Gitter von Leitvermögen. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 951, 1907.

Morris J. T. Studio oscillografico degli archi oscillanti a bassa frequenza. *Engineering.* **84**, N. 2170, 1907.

Gaiffe G. Sur les méthodes et instruments de mesure dans l'application et la production des courants de haute fréquence. *Rev. électr.* 8, N. 87, 1907.

Schmidt K. E. F. Ueber elektrische Schwingungen, welche durch eine Wasserstoffunkenstrecke erregt sind. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 617, 1907.

Weinberg F. Thermophonie und ihre Anwendung im Gebiete stetiger elektrischer Schwingungen. *Elektr. Zeit.* **28**, pag. 644, 1907.

Turpain A. Oscillazioni non smorzate e telegrafia senza fili sintonizzata. *Rev. Électr.* **7**, pag. 357, 1907.

— Magnetite Detector of Electric Oscillations. *Electr. Word.* **50**, pag. 314, 1907.

Fountain C. R. and **Blake F. C.** The Distribution of Energy emitted by a Righi Vibrator. *Phys. Rev.* **25**, pag. 255, 1907.

Rustin L. W. Ueber die Erzeugung von schnellen Schwingungen mit Hilfe des elektrischen Lichtbogens. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, pag. 347, 1907.

Schaefer C. Bericht über die Einwirkung von Resonatoren, Drähten sowie von Gittern aus Resonatoren und Drähten auf elektrische Wellen. *Jahrb. f. Radio'kt.* **4**, pag. 274, 1907.

Jung J. Zur oszillatorischen Flaschenentladung. *Zeit. f. phys. u. chem. Unt.* **20**, pag. 318, 1907.

Wiener O. Herstellung langsamer Kondensatorschwingungen in der Grössenlage der Schwingungsdauer einer Sekunde und ihre Verfolgung mit geeignetem Galvanometer und Elektrometer. *Phys. Zeit.* 8 pag. 742, 1907.

Wien M. Eine Fehlerquelle bei der Messung der Dämpfung elektrischer Schwingungen nach der Bjerkneschen Methode. *Pkys. Zeit.* 8, pag. 764, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Page W. M. The variation of the absorption band of a crystal in a magnetic field. *Trans. Cambr. Phil. Soc.* **20**, pag. 291, 1907.

Purvis J. E. Untersuchungen über die Zeemann-Phänomene. *Phys. Zeit.* 8, pag. 594, 1907.

Becquerel J. Untersuchungen über die magneto-optischen Erscheinungen in Kristallen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 632, 1907.

Miller W. Zeemanneffekt an Magnesium, Calcium, Strontium, Zink, Kadmium, Mangan und Chrom. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 105, 1907.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Dorn E. Ueber Kanalstrahlen in Wasserstoff, und Argon. *Phys. Zeit.* 8, pag. 589, 1907.

Paschen F. Erwiderung auf Bemerkungen des Herrn Stark zu meinen Arbeiten über den Dopplereffekt. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 997, 1907.

Campbell Swinton A. A. Mechanical Effects of Canal Rays. *Proc. Roy. Soc.* A. **79**, pag. 391, 1907.

Broca A. und **Turchini.** Comportamento di certi tubi Crookes. *Archiv. d'Él. Médic.* **15**, pag. 602, 1907.

Gehrcke E. und **Reichenheim O.** Anodenstrahlen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 724, 1907.

Gehrcke E. und **Reichenheim O.** Die Strahlen der positiven Elektrizität. *Phys. Zeit.* 8, pag. 726, 1907.

Thomson J. J. Rays of Positive Electricity. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 359, 1907.

Barkla C. G. and **Saller C. A.** Secondary X-Rays and the Atomic Weight of Ni. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 408, 1907.

13. Radioattività e ionizzazione.

Riecke E. Ueber einige Eigenschaften des Radiumatomes. *Gött. Nachr.* pag. 163, 1907.

Exner F. Ueber die Zerfallskonstante von Ac. A. *Wien. Anz.* pag. 323, 1907.

Levin M. Die Strahlung des Uran X. *Phys. Zeit.* 8, pag. 585, 1907.

Ladenburg E. Ueber Anfangsgeschwindigkeit und Menge der photoelektrischen Elektronen in ihrem Zusammenhange mit der Wellenlänge des auslösenden Lichtes. *Phys. Zeit.* 8, pag. 590, 1970.

Dember H. Versuche über das lichtelektrische Verhalten von Metallen beim Uebergang vom festen in den flüssigen Aggregatzustand. *Ann. d. Phys.* (4), **23**, pag. 957, 1907.

Kucera B. e **Hasek C.** Sulla radiazione del radiotellurio. *Bull. Inst. Ac. Franz. Joseph.* Praga. **11**, 1907.

Giesel F. Primi prodotti dell'attinio (emanio). *Chem. News.* **96** N. 2490, 1907.

Hahn O. Radiazione dei prodotti del torio. *Chem. News.* **96**, N. 2490, 1907.

Meunier S. Le Radium et l'Activité des profondeurs souterraines. Bourg, 1907,

Acqua C. Sull'accumulo di sostanze radioattive nei vegetali. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, pag. 357, 1907.

Boltwood B. B. The origin of Radium. *Nature.* **76**, pag. 544, 1907.

Greinacher H. Ueber die Masse der α-Partikel radioaktiver Substanzen. *Naturw. Rund.* **22**, pag. 481, 1907.

Davidson J. G. Einige Wirkungen des ultravioletten Lichtes. *Phys. Zeit.* 8, pag. 658, 1907.

Rümelin G. The rate of Transformation of the Radium Emanation. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 550, 1907.

— Villard's Radiosclerometer. *Ind. Électr.* **16**, pag. 217, 1907.

Boltwood B. B. The Origin of Radium. *Nature.* **76**, pag. 589, 1907.

Greinacher H. Ueber die thermische Bestimmung der Radioaktivität gewöhnlicher Substanzen. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, pag. 79, 1907.

Armstrong H. E. The nature of ionisation-ionomania. *Report. Brit. Ass.* Leicester, 1907.

Moore R. B. and **Schlundt H.** An anomalous Behaviour in the Radioactivity of some Uranium Compounds. *Science*. **26**, pag. 245, 1907.

Schmidt H. W. Ueber den Durchgang der β-Strahlen des Aktiniums durch Materie. *Phys. Zeit.* 8, pag. 737, 1907.

Aschkinass E. Ladungseffekte and Poloniumpräparaten. *Phßs. Zeit.* 8, pag. 773, 1903.

Ladenburg E. Ueber Anfangsgeschwindigkeit und Menge der photoelektrischen Elektronen in ihrem Zusammenhange mit der Wellenlänge des auslösenden Lichtes. *Phys. Zeit.* 8, pag. 775, 1903.

Geitel H. Ueber gemeinsam mit Herrn J. Elster angestellte Untersuchungen, betreffend die Radioaktivität des Bleis und der Bleisalze. *Phys. Zeit.* 8, pag. 776, 1903.

Eve A. S. Ionisation by Spraying. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag, 382, 1907.

Wilson W. and **Makower W.** Note on the Rate of Decay of the Active Deposit from Radium. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 404, 1907.

Bragg W. H. and **Cooke W.** The ionisation Curve of Methane. *Phil. M g.* (6), **14**, pag. 425, 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Culver C. A. A Study of the Propagatiōn and Interception of Energy in Wireless Telegraphy. I. *Phys. Rev.* **25**, pag. 200, 1907.

Tissot C. La téléphonie sans fil. *Rev. électr.* 8, N. 87, 1907.

Schmidt K. E. F. Dämpfung in Send-und Empfangssystemen für drahtlose Telegraphie. *Phys. Zeit.* **9**, pag. 619, 1907.

Gáti B. Einige Messversuche der ankommenden Ströme bei der drahtlosen Telegraphie. *Phys. Zeit.* 8. pag. 630, 1907.

Heilbrun R. Hot-wire Relay for Selective Signalling. *Electr. Rev.* **61**, pag. 237, 1907.

Lodge O. J. Tuning in Wireless Telegraphy. *Electr. Eng.* **40**, pag. 183, 1907,

Soulier A. Les relais téléphoniques. *Ind. Electr.* **16**, 25 Agosto 1907.

Loppé F. Sur la porte d'énergie dans le diélectrique des condensateur et des câbles. *Ind. Electr.* **16**, 23 Agosto 1907.

Preece W. Sul metodo di Pupin per l'utilizzazione delle grandi linee telofoniche. *Electr. Rev.* **61**, 30 Agosto 1907.

Duddel W. L'arco e la scintilla in radiotelegrafia. *Electr. Rev.* **61**, 30 Agosto 1907.

Fessenden R. A. Atmospheric Absorption of Wireless. Signals. *Nature*, **76**, pag. 444, 1907.

Bidwell S. Practical Telephotography. *Nature*, **76**, pag. 444, 1897.

Giltay J. W. Doppeltelephonie mittels unterbrochener Klänge. *Verh. d. K. Akad. d. Wiss.* Amsterdam, 1907.

Gaiffe et **Gunther**. Transformateur à fuites magnétiques et à resonance sécondaire pour télégraphie sans fil. *Compt. Rend.* **145**, pag. 566, 1907.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

Liese K. Ueber die Messung der Dichtigkeit vagabundierender Ströme im Erdreich. Diss. Karlsruhe, 1907.

Athanasiadis G. Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten mittels Differentialelektrometer. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 606, 1907.

David R. und **Simons K.** Zur Frage der Wechselstrom-Relais nach dem Ferraris-Prinzip. *Elektr. Zeit.* **28**, pag, 491, 1997.

Campbell A. On the measurement of mutual inductance by the aid of a vibration Galvanometer. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 494, 1907.

Maurain C. et **Tissot C.** Detectors magnetici. *Rev. Electr.* 8, pag. 1907.

— The Staljes Relay. *Electr. Rev.* **61**, pag. 6, 1907.

Tissot C. Effetti registrati col detector elettrolitico. *Rev. Electr.* 8, pag. 69, 1907.

Ries C. Selbsttätiger Unterbrecher. *Phys. Zeit.* **7**, pag. 668, 1907.

Rüdenber R. Eine Methode zur Erzeugung von Wechselströmen beliebiger Periodenzahl. *Phys. Zeit.* 8, pag. 668, 1907.

v. Uljanin W. Eine einfache Form des Lochunterbrechers. *Phys. Zeit.* 8, pag. 699, 1907.

Korollkow A. L. Ein absolut Elektrometer für Vorlesungszwecke. *Zeit. f. phys. Chem. Unt.* **20**, pag. 287, 1907.

Kröger B. Der experimentelle Nachweis des Coulombsche Gesetzes durch Schwingungsbeobachtungen und seine unterrichtliche Verwertung. *Zeit. f. phys. Chem. Unter.* **20**, pag. 292, 1907.

Spies P. Ein Versuch, betreffend Tonübertragnng mittels elektrischer Wellen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 766, 1907.

Spies P. Ein elektrochemisches Chronoskop. *Phys. Zeit.* **8**, pag. 767, 1907.

Lilienfeld J. E. Ein Tiefdruckquecksilberlampe für Starkstrom. *Phys. Zeit.* 8, pag. 776, 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teorie.

Curtis R. H. A plan for the teaching of meteorology. *Monthly. Weath. Rev.* **35**, pag. 125, 1907.

— A Cloud bank at sea. *Month. Weat. Rev.* **35**, pag. 125, 1907.

Bracke A. L'observation des nuages dans les stations météorologiques. *Rev. nêpholog.* pag. 151, 1907.

Shedd J. C. L'évolution du cristal de neige. *Rev. népholog.* pag. 145, 1907.

Black W. G. Ocean rainfall by rain gauge observations at sea. Edinburg, 1907.

Orcolaga J. M. La prevision del Tiempo. 43 pag. S. Sebastian. 1907.

Garriot E. B. Forecast and warnings. *Month. Weat. Rev.* **35**, pag. 103, 1907.

Sandström J. W. On the construction of isobaric charts for high levels in the earth's atmosphere and their dynamic significance. Strassburg. K. J. Trübner, 1907.

Fényi J. Zur Erklärung der grossen Inversion. *Met Zeit.* **25**, pag. 355, 1907.

Knoche W. Die Verdunstungs-und kondensationsgrenze an der Wolkenoberfläche. *Met. Zeit.* **25**, pag. 369, 1907.

— Reductions barométriques et calculs d'altitude. *Rev. néphol.* Agosto 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Hecker O. Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond. IU+95 pag. Berlin. P. Stanckiewicz. 1907.

Gasser M. Eine Basismessung mit Invardraht, Mikroskop und Lupe. 71 pag. München. J. Lindauer. 1907.

Prescott J. On the Figure of the Earth. *Phil. Mag.* (6), **14**, pag. 482, 1907.

Helbronner P. Sur l'exécution d'une chaîne géodésique de précision dans les Alpes de Savoie. *Compt. Rend.* **145**, pag. 587, 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Bauer L. A. Recent Results of Terrestial Magnetic Observations. *Techn. Quart.* **20**, pag. 170, 1907.

Tittmann O. H. The magnetic Observatories of the United States Coast and Geodetic Survey. *Terr. Magn.* **12**, pag. 73, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Teisserenc de Bort L. Étude de l'atmosphère par les observations en ballons montès. *Ann. soc. mét. de Fraace.* **55**, pag. 121, 1907.

Keeling B. F. E. Upper Air Research in Egypt. *Nature.* 76, pag. 637, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

Peet C. E. Cooling by expansion and warming by compression. *Month. Weat. Rev.* 35, pag. 123, 1907.

Mägis A. Beitrag zur Dynamik der Wirbelsturme. Solothurn. A. Lüthy, 1907.

Hermann C. F. Velocity of Centres of High and Low Pressure. in the United States. *Month. Weat. Rev.* 35, pag. 169, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

— Mirage dans l'Atlantique. *Rev. néphol.* pag. 150, 1907.

Möbius C. Ueber die Theorie des Regenbogens und ihre experimentelle Prüfung. *K. Sächs. Ges. der Wtss. Leipzig.* 25 Feb. 1907.

Busch F. Die neutralen Punkte von Babinet und Arago in den Jahren 1905 and 1906 nach Beobachtungen in Arnsberg. *Met. Zeit.* 24, pag. 351, 1907.

Hall W. Effect of Temperature on Marine Refraction. *Roy. Astron. Soc. Month. Not.* 66, pag. 372, 1907.

Müller A. Versuch einer elementaren Theorie des Regenbogens. *Zeit. f. phys. u. chem. Unter.* 21, pag. 297, 1907.

7. Elettricità atmosferica.

Kurz K. Die Beeinflussung der Ergebnisse luftelektrischer Messungen durch die festen radioaktiven Stoffe der Atmosphäre. 71 pag. Diss. Giessen, 1907.

Runge C. Ueber die Radioaktivität der Luft auf dem offenen Meere. *Gött Nachr.* pag. 21, 1907.

Gates F. C. On the conductivity of the air caused by certain compound during temperature changes. *Sctence.* 25, pag. 528, 1907.

Barus C. On distribution of nuclei and jons in dust-free air. *Science.* 25, pag. 534, 1907.

Jaufmann J. Beobachtungen über die radioactive Emanation in der Atmosphäre an der Hochstation Zugspitze. *Met. Zeit.* 24, pag. 337, 1907.

Kohlrausch K. W. F. Zur Erklärung der Unipolarität bei atmosphärischen Zerstreuungsmessungen. *Phys. Zeit.* 8, pag. 656, 1907.

Jackon P. R. Nuove ricerche sui parafulmini. *Elektr. Zeit.* 28, pag. 904, 1907.

Gockel A. Ueber die in der Atmosphäre enthaltene radioaktive Materie. *Phys. Zeit.* 8, pag. 701, 1907.

Homma Y. Distribution of Electricity in the Atmosphere. *Terr. Magnet.* **12**, pag. 49, 1907.

Koenigsberger J. Ueber die Elektrizitätszerstreuung an verschiedenen Orten. *Met. Zeit.* **24**, pag. 423, 1907.

8. Temperatura del suolo.

Tiene H. Temperatur und Zustand des Erdinnern. VIII+103 pag. Diss. Jena, 1907.

9. Terremoti e vulcani.

R. S. T. Calabrian Earthquakes. *Bull. Amer. geogr. Soc.* **39**, pag. 236, 1907.

10. Climatologia.

Favaro G. A. Il vento a Padova nel decennio 1890-1899 e nel trentennio 1870-1899. *Atti R. Ist. Veneto.* **66**, pag. 509, 1997.

Ward C. R. Zur Klassification der Klimate. *Meit. Zeit.* **25**, pag. 361, 1907.

Favaro G. A. Klima von Padua. *Met. Zeit.* **25**, pag. 366, 1907.

Angot A. Etude sur le régime pluviométrique de la Méditerranée. 19 pag. Paris, 1907.

Schwalle G. Ueber « Niederschlagstypen » und ihren Einfluss auf die jährliche Periode des Niederschlages. *Met. Zeit.* **24**, pag. 385, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Wetherill H. E. Notice of a cobalt hygroscope. *Science.* **25**, pag. 523, 1907.

Conrad V. Ein trasportabler Tropfenkollektor zur Messung des luftelektrischen Potentialgefälles. *Phys. Zeit.* 8, pag. 672, 1907.

Arendt T. Photographische Registrierung von Luftdruckschwankungen. *Met. Zeit.* **24**, pag. 418, 1907.

Chabot T. Eine neue Registrierungsmethode für meteorologische und geoseismische Instrumente. *Met. Zeit.* **24**, pag. 429, 1907.

12. Apparecchi.

Angström K. Mèthode nouvelle pour l'étude de la radiation solaire. *Nov. Act. Reg. Soc. Scient. Upsala.* (4), **1**, N. 7, 1907.

Krebs W. Strahlungen zur Zeit gesteigerter Sonnentätigkeit. *Weltall.* **7**, pag. 313, 1907.

Hill S. A. Ueber die Absorption der Wärmestrahlung in der Atmosphäre. *Met. Zeit.* **25**, pag. 363. 1907.

Gorezynoki L. The Depression in the Total Intensity of the Solar Radiation in 1903 as measured at Warsaw. *Mont. Weat. Rev.* **35**, pag. 171, 1907.

L. Storia della fisica.

Beck T. Leonardo da Vinci's Ansicht von freien Fall schwerer Körper. *Zeit. d. Ver d. Ing.* **51**, pag. 1386. 1907.

Stäckel P. Vier neue Briefe von Gauss. *Gött. Nachr.* 27 Luglio 1907.

M. Trattati.

Eversheim P. Die Elektrizität als Licht-und Kraftquelle VIII+121 pag, Leipzig. Quelle & Meyer, 1907.

Hildebrandt A. Die Luftschiffahrt nach ihrer geschichtlichen und gegenwärtigen Entwickelung. V+426 pag. München, 1907.

See T. J. J. The cause of Earthquakes, Mountain Formation and Kindred Phenomena connected with the Physics of the Earth. 414 pag. London, 1907.

Kleiber J. und **Scheffler H.** Physik für die Oberstufe. IX+446 pag. München. R. Oldenbourg, 1907.

Föppl A. Vorlesungen über tecnische Mechanik. **5**, XII+391 pag. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.

Müller J. J. C. Wärmelehre. VI+194 pag. Leipzig. J. A. Barth, 1907.

Börnstein R. Die Lehre von der Wärme. VI+126 pag. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.

A. Pochettino.

NOTIZIARIO

— È morto il Prof. G. A. Zeuner, celebre professore di meccanica applicata.

— Il 15 Ottobre è morto a Parigi il celebre Astronomo M. Loewy direttore di quell'Osservatorio astronomico.

— A. Carnegie ha donato 250000 franchi per fondare un collegio tecnico a Aberdeen.

— Il 29 Agosto scorso è stata posta la prima pietra dell'Università di Johannesburg (Transwaal).

— Carnegie sta per donare all'Imperatore di Germania un milione di dollari per la creazione di una biblioteca a Berlino.

— In occasione delle feste pel suo III centenario l'Università di Giessen ha ricevuto una somma di 27,000 Marchi per la biblioteca.

— Il Sig. A. H. Blount ha legato 80000 lire alla Università di New Haven (Connecticut).

— All'Università di Lipsia è stata concessa dal Ministero una sovvenzione di 100,000 Marchi per le feste del quinto centenario della sua fondazione.

— Il 24 Settembre è stato inaugurato a Magdeburgo un monumento a Otto di Guericke.

— A Darmstadt verrà elevato un monumento al celebre chimico Liebig.

— La « Royal Meteorological Society » ha conferito al Sig. L. Tisserenc de Bort la medaglia d'oro « Symons » pei suoi lavori sulla meteorologia dell'alta atmosfera.

— La società chimica di Londra ha conferito al professore F. Fischer di Berlino la medaglia « Faraday ».

— Sir O. Lodge è stato nominato presidente della Faraday Society.

— Il prof. A. Heydweiller è stato nominato professore ordinario di Fisica all'Università di Rostock.

— Il prof. F. Hasenöhrl è stato nominato professore ordinario di Fisica teorica all'Università di Vienna.

— Il professore Turpain è stato nominato professore di Fisica all'Università di Poitiers.

— A succedere al prof. v. Bezold nella cattedra di Meteorologia dell'Università di Berlino e nella Direzione dell'Ufficio Centrale Meteorologico è stato chiamato il Dott. G. Hellmann.

— Il Dr E. Marx è nominato professore all'Università di Lipsia.

— A succedere al Mendelejeff nella cattedra di Chimica dell'Università di Pietroburgo era stato chiamato il professore P. Walden della Scuola Superiore di Riga, ma questi non ha accettato.

— Esistono in Germania 3132 professori universitari, e cioè 1233 ordinari, 729 straordinari, 116 onorari, e 1054 liberi docenti. A Berlino insegnano 477 professori, 226 a Monaco e 224 a Lipsia.

— Nell'Aprile 1908 sarà aperta un'esposizione internazionale di Elettricità a Marsiglia.

— Nella Repubblica Argentina fra le miniere di Famatina e la città di Chilecito è stata tesa una cablovia di 35 Km. di lunghezza; la sua portata è di 20 tonnellate in salita e 40 in discesa.

— In Luglio sul lago Eriè è stato fatto il primo esperimento pratico di telefonia senza filo col sistema De Forest. Lo yacht « Thelma » si mantenne in comunicazione perfetta colla stazione di Put in Bay fino a una distanza di 6 $^1/_2$ Km. (*Electrician*, 59, pag. 750, 1907).

— Prossimamente uscirà un nuovo giornale dal titolo: Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie and Telephonie sowie des Gesamtgebietes der elektromagnetischen Schwingungen. La direzione è affidata al prof. J. Zenneck di Braunschweig, fra i collaboratori figurano: M. Abraham, v. Arco, Aschkinass, F. Braun, J. A. Fleming, v. Geitler, L. Graetz, G. Marconi, V. Poulsen, A. Righi, H. T. Simon, A. Slaby, M. Wien.

— Si annuncia che il Giappone e la Russia vogliono stabilire stazioni radiotelegrafiche per comunicare attraverso la Siberia.

— Il 17 Ottobre si è inaugurato il servizio translatlantico radiotelegrafico fra le stazioni di Clifden (Islanda) e di Glace Bay (Canadà). La tariffa è di 5 pence alla parola.

— Il cavo fra San Francisco e Jokohama s'è rotto fra le isole Midway e Guam, sembra in causa di un terremoto sottomarino.

— Il Sig. Lux riassume così il potere illuminante delle sorgenti più in uso:

Sorgente	Consumo in Watt	Radiazione luminosa in Watt	Radiaz. luminosa / Radiaz. totale %	Radiaz. luminosa / Consumo %	Intensità luminosa orizzontale
ampada Hefner	86,3	0,089	0,89	0,103	1
iamma a acetilene 7,2 litri all'ora	96	0,62	6,36	0,65	7,7
ampada a petrolio 29,7 gr. all'ora	508	1,26	1,23	0,25	14,2
ncandescenza a gas	716,7	3,28	2,26	0,46	107
ampada elettrica a incandescenza	98,23	2,03	3,2	2,07	31,5
ampada Nernst	165	6,96	5,7	4,21	120,1
» Tantalio	44	2,15	8,5	4,87	34,6
» Osram	38,3	2,05	9,1	5,36	36,3
rco a corrente continua	435	24,3	8,1	5,60	190
rco a corrente alternante	180,6	3,4	3,7	1,84	109
ampada Uviol (66 Volt. 3,3 Amp)	198,6	5,3	5,8	2,24	437
ampada a Quarzo	691	41,5	17,6	6,00	3400

— Secondo Bordas dei frammenti di corindone posti in contatto con un tubo contenente Radio per un mese cambiano di colore, assumendo le tinte del topazio, del rubino, del zaffiro ecc. in modo da trarre in inganno anche i più abili gioiellieri.

— Il rendimento delle miniere di Platino degli Urali è molto diminuito negli ultimi anni per la povertà del minerale estratto. Nel 1829 ogni tonnellata di minerale dava 84 gr. di Pt., nel 1855 12,4, nel 1894 3,1, nel 1906 2,8; ecco una delle ragioni dell'aumentato prezzo del Platino.

— Da recenti ricerche di A. W. Smith risulta che il calore di vaporizzazione dell'acqua fra 14° e 40° è: 597,44 — 0,580 T calorie.

— Il Sig. Shuman di Tacony avrebbe invetato un motore solare con caldaia ad etere che funzionerebbe regolarmente svolgendo una potenza di 1 $^1/_2$ H. P.

— Secondo Benton un filo di ragno del diametro fra 0,07 e 0,1 mm. ha una resistenza alla rottura di 18.10^8 Dine; il modulo di Joung è di circa $3.10^{10}\ \frac{\text{Dine}}{\text{cm}^2}$.

— In Svezia vi sono due sole Università regie e una libera, le prime sono rispettivamente in Upsala (fondata nel 1477, attualmente con 1500 studenti) e in Lund (fondata nel 1666, attualmente con 800 studenti), la terza che ha solo la facoltà letteraria e filosofica risiede in Göteborg e venne fondata nel 1887.

— Secondo il prof. Nasini i gas che emanano dai soffioni di Larderello, dopo lavaggio nell'acqua, contengono 92 % di acido carbonico, 2 % di idrogeno solforato, 2 % di metano e 2 % d'idrogeno e lasciano dopo combustione nell'endiometro e trattamento con potassa un miscuglio contenente il 97 % di azoto, 2,01 % di argon e 0,99 % di helium.

— Le stazioni radiotelegrafiche sistema Slaby-Arco sono 369 in Germania 20 agli Stati Uniti, 17 in Russia, 10 in Austria, 8 a Cuba, 7 in Danimarca, 7 in Spagna e 24 in altri paesi, inoltre in Germania vi sono 140 navi munite di stazioni Slaby-Arco, 126 in Russia, 43 agli Stati Uniti, 19 in Svezia, 17 in Austria e 45 in altri paesi.

— Ecco alcuni dati sulla centrale di Caffaro presso Brescia; L'equipaggio attuale comprende 4 ruote Pelton da 2500 H. P accoppiate ciascuna ad un alternatore Oerlikon. I 4 alternatori forniscono la corrente ad una tensione di 9000-10500 Volta con una frequenza di 42 periodi essi sono a indotto fisso e in-

duttore mobile, questo pesa 13 Tonnellate, il peso totale dell'alternatore essendo di 37. I due gruppi eccitatori sono composti ognuno di una ruota Pelton da 150 H.P, da una dinamo esapolare da 100 Km. Il trasporto dell'energia avverrà a 46000 Volta lungo una linea lunga 57,3 Km.

— Un pallone sonda lanciato da Zurigo nel mese d'Ottobre ha raggiunto l'altezza di 20,300 metri. A quest'altezza la temperatura era di — 44°, mentre a 11,700 metri era di — 50°·

— Il nuovo dirigibile « La Ville de Paris » ha le seguenti caratteristiche. Lunghezza m. 62, diametro massimo 10,5 m; cubatura 3200 m³, motore da 70 H. P, velocità 40 Km. all'ora.

— Il « Lusitania », il più grande transatlantico del mondo, ha le seguenti dimensioni: lunghezza 245 m., larghezza 26,4 m., stazza 32,500 tonnellate, potenza delle macchine, 68,000 cavalli.

— Secondo i rapporti del Cap. Tizard vicino alle isole Tonga si è formato un vulcano sottomarino a 30 miglia a SW dell'estremità W dell'isola Tongatàbu ; le coordinate sono 21°. 25' lat. S, 175°, 45' long. W.

— Il prof. D. Todd della spedizione Lowell alle Ande annunzia di aver potuto fare 7000 fotografie del pianeta Marte, dalle quali risultano molti particolari interessanti; cambiamenti delle aree polari, numerose oasi e centinaia di canali.

— L'astronomo Hollis richiama l'attenzione sul prossimo ritorno della celebre Cometa di Halley; il suo passaggio al perielio si dovrebbe produrre solo nel maggio 1910, ma grazie alla sua grandezza può essere si possa già vedere nell'autunno del 1908.

— Secondo Lambert il primo che pensò al freddo come mezzo conservatore della carne fu Bacone, anzi sembra che questi sia morto in seguito a un'esperienza fatta in aperta campagna con della neve.

— Ecco la statistica delle Officine di produzione del Carburo di calcio nel mondo:

Nazione	Num. di officine	Potenza impiegata Cavalli	Produzione Tonnellate	Consumo Tonnellate	Esportaz. Tonnellate	Importaz. Tonnellate
Germania	2	6.000	5.000	25.000	—	20.000
Austria	3	24.000	12.000	5.200	6.800	—
Spagna	5	13.800	10.000	6.000	4.000	—
Stati Uniti e Canadà	3	30.000	30.000	25.000	5.000	—
Francia	12	40.800	22.000	19.000	3.000	—
Italia	7	13.200	28.214	19.948	8.954	600
Norvegia	3	21.000	20.000	4.000	16.000	—
Svezia	3	7.800				
Svizzera	8	24.500	14.000	3.225	10.775	—

In Francia 150 comuni sono illuminati ad acetilene, in Germania 112, negli Stati Uniti 200.

— In seguito all'eruzione dell'Aprile 1906, il Vesuvio è molto cambiato; un nuovo rilievo fatto dall'Istituto Geografico Militare ha dato i seguenti risultati: Altezza 1223 m. (prima era 1335 m.), il diametro dell'orlo del cratere è ora 725 m. in direzione NNE-SSW, e 645 m. in NW-SE.

— Secondo le recenti statistiche sui sottomarini questi sarebbero così distribuiti: Francia 89, Inghilterra 52, Russia 30, Giappone 10, Stati Uniti 14, Italia 6, Germania 1, Svezia 2, Olanda 2, Austria 6.

— Nel 1900 si avevano nel mondo 790000 Km. di ferrovie così distribuiti: 402,171 in America, 283,525 in Europa, 60,301 in Asia, 24,014 in Australia e 20,114 in Africa.

— In Lapponia nel Monte Kirona esiste un giacimento di minerale contenente ferro nel rapporto di 67 a 72 %; il filone del minerale corre a fior di suolo ed è lungo 4 Km. e largo fino a 150 metri, dimodo che la sua portata è di 500,000,000 di tonnellate.

— Secondo Henry si può ottenere un vuoto spinto con della calce spenta. Si vuota dapprima il tubo che si vuol evacuare (messo in comunicazione con un'ampolla contenente calce spenta) con una pompa ordinaria fino a 1 cm. di pressione, poi si riscalda la calce, il vapor d'acqua si libera e caccia via l'aria rimasta, si separa alla fiamma la macchina pneumatica, la calce riassorbe l'acqua in circa un'ora e si può avere un vuoto da raggi catodici.

— Il diamante Cullinan, recentemente scoperto nel Transwaal, è il più grande del mondo, attualmente pesa $3024\frac{3}{4}$ carati. Esso è limitato da 8 faccie, 4 delle quali sono dell'ottaedro originale e 4 sono di clivaggio parallele alle ottaedriche. Parallelamente alla più grande di queste ultime fra due clivaggi interni vi è uno strato d'aria che produce l'anello di colori di Newton. La pietra, molto pura, ha due macchie una alla superficie, l'altra alla profondità di un centimetro.

— Per tagliare le sprange d'acciaio si usa ora nell'industria l'arco voltaico; con un arco alimentato da una corrente di 250 ampères a 100 Volta si può tagliare una sbarra di 38 cm. di diametro in 20'.

— Il gas d'acqua, ottenuto, come si sa, facendo passare una corrente di vapor acqueo sul carbone portato al rosso, va acquistando sempre maggior importanza come alimento per motori a gas. Questi consumano per cavallo ora solo da m^3 1,5 a m^3 0,9 di gas d'acqua a seconda della potenza, corrispondenti a un consumo di 0,4—0,9 Kg. di carbone per cavallo ora. Di più il loro avviamento è rapido e comodo e il gas non esercita azioni corrosive sui cilindri.

PIETRO SALVIONI

Il 21 Novembre il nostro Giornale subiva una perdita dolorosa colla morte del Gerente Sig. P. SALVIONI. Umile, devoto e instancabile, Egli dedicò alla pubblicazione del « Nuovo Cimento » gran parte della propria attività prima come compositore tipografo, poi come direttore della Tipografia Pieraccini, per oltre 50 anni; invero Egli metteva nel disimpegno del suo ufficio tanta attenzione e tanto amore da riuscire di grande utilità agli Autori medesimi sui cui manoscritti rilevava e correggeva talvolta gli errori; ad onore della Sua intelligente operosità basti infatti ricordare che un illustre Matematico, ora estinto, soleva dire che diversi errori nelle sue memorie erano stati corretti dal povero Salvioni!

La Direzione del « Nuovo Cimento » si associa al lutto della Tipografia Pieraccini e della famiglia dell'Estinto.

LA DIREZIONE.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.

Medaglia d'Oro

da conferirsi dalla Società Italiana di Fisica

Programma del Concorso.

1. — È aperto *fra i membri della Società Italiana di Fisica* un concorso per un'*esperienza da lezione.*

2. — Il premio consisterà in una medaglia d'oro del valore di Lire 200. Potrà anche eventualmente venir assegnato un secondo premio consistente in una medaglia d'argento.

3. — I concorrenti dovranno inviare per iscritto, non più tardi del 30 Giugno 1908, al Presidente della Società (R. Istituto Fisico di Roma), una descrizione particolareggiata delle esperienze colle quali intendono partecipare al concorso. Le esperienze dovranno essere *originali* ed *inedite.* Gli scritti inviati potranno portare il nome dell'Autore, oppure un *motto* ripetuto sopra una busta suggellata contenente il nome dell'Autore stesso.

4. — Una Commissione, che verrà nominata dal Consiglio di Presidenza della Società, sceglierà fra le esperienze (tenendo anche conto dei mezzi impiegati) quelle che dovranno essere pubblicamente eseguite ed illustrate, durante il prossimo Congresso della Società, in Firenze, dagli autori o da persone da loro designate.

La scelta dell'esperienza (o eventualmente delle esperienze), a cui verrà conferito il premio, sarà fatta da una Commissione di tre membri eletti dai soci presenti, la quale Commissione poi riferirà in un'ulteriore seduta del Congresso stesso.

Roma, 31 Dicembre 1907.

Il Presidente
V. VOLTERRA.

Pisa, Tip. Pieraccini, 1907.



A. Sella

DANESI - ROMA

ALFONSO CE[illegible]

(2[illegible] Settembre 186[illegible] [illegible])

[illegible]



ALFONSO SELLA

(25 Settembre 1865 — 25 Novembre 1907).

Vi sono degli uomini cui un innato sentimento altruistico spinge a sacrificare gran parte della loro attività nel porgere aiuto altrui, senza che mai il pensiero del vantaggio personale venga a deviarli da quell'ideale di sereno sacrificio del proprio tempo e delle proprie forze, ch' essi sembra abbiano fissato a meta costante della loro esistenza. Tale fu Alfonso Sella cui un crudelissimo destino tolse di poter a lungo godere della considerazione unanime che e le Sue opere scientifiche e gli anni da Lui nobilmente dedicati all' insegnamento e alla diffusione della scienza Gli avevano meritato.

Nato di famiglia illustre per tradizioni d'intelligenza, di virtù e di patriottismo, non menò mai vanto di questa Sua nobile origine, restio a discorrerne quasi Lo premesse un continuo dubbio che il Suo operato non fosse abbastanza degno d'un figlio di Colui cui tanto debbono la Scienza e la Patria. Col volto costantemente improntato a sorridente benevolenza, grave senza pretese, paziente con tutti, Egli aveva la virtù di essere il più impassibile e il più affettuoso degli uomini, il più valido e il meno appariscente degli amici e di tenere a disposizione di tutti, senza ostentazione, quella coltura immensa che sembrava aver accumulata solo per farne parte a quanti a Lui si rivolgessero per direzione e consiglio.

La serietà degli studi cui s'era con infaticabile ardore dedicato non gli aveva diminuiti la giovinezza dello spirito, l'amore per il bello, e l'entusiasmo per l'arte. Spinto dalla passione squisita del raro e del prezioso, Egli amava circon-

darsi di forme d'arte che meglio rispondessero ai Suoi sogni; musicista di gusto, aeronauta ardito, alpinista valente era sempre pronto a subire la seduzione della natura e dell'arte. L'argutezza, il brio, il lieto spirito di cameratismo, la franchezza di modi, espressioni tutte della rettitudine e della sincerità del Suo nobile animo, Lo rendevano il più caro degli amici, il più amato dei maestri.

Come scienziato la figura di Colui che lascia di Sè tanto rimpianto non può apparire completa che a coloro che con Lui vissero nell'intimità del laboratorio! A noi Suoi allievi, che seguimmo continuamente il Suo lavoro scientifico, Egli apparve sempre il modello dello sperimentatore scrupoloso, e noi meglio di alcun altro possiamo comprendere per quali ragioni la Sua mente elevata non produsse forse palesemente quanto avrebbe voluto e potuto. Grazie alle sue nozioni mai confuse e disordinate, ma sempre vive, pronte e presenti, riusciva agevole alla Sua mente il raccapezzarsi in mezzo alla promiscuità grande dei fatti; ma l'abito alla riflessione, all'esame, alla prudenza massima prima di affermare, il desiderio continuo della perfezione e della completezza,

« *Nil actum reputans si quid superesset agendum* »

la intima ripugnanza a dare ai propri lavori quella pubblicità e ostensibilità di cui molti si compiacciono, il considerare i risultati delle proprie ricerche scientifiche solo in sè stessi e il cercarne l'importanza solo di fronte alla propria coscienza, Gli impedirono di dare alla Sua produzione palese quell'estensione che, non sempre con considerazione, si suole ammirare. A noi però del laboratorio di Fisica dell'Università di Roma che ben sappiamo il tempo che Egli dedicò alla nostra educazione scientifica, che ricordiamo quanti lavori da Lui immaginati ed iniziati vennero poi con generosa larghezza ceduti ad allievi, a noi dunque Egli s'impone non solo per quello che ha operato, ma per quello che seppe far operare.

La misura della Sua attività scientifica non deve inoltre circoscriversi a quanto Egli stesso personalmente pubblicò, ma deve estendersi a tutto il lavoro ch'Egli s'impose onde far trionfare le sue idee sull'indirizzo degli studi fisici: te-

nace propugnatore di una buona coltura matematica nei giovani affidati alla Sua guida, non voleva però che lo studio della meccanica e della fisica teorica facesse tenere in minor conto l'indagine sperimentale, mentre d'altro lato s'opponeva a che una felice disposizione per la tecnica sperimentale facesse dimenticare l'elemento teorico ordinatore e riassuntivo. Egli non voleva che lo studio delle teorie meccaniche e fisico-matematiche si riducesse o all'applicazione immediata tecnica o ad un puro esercizio di geometria e di analisi; Suo ideale invece, cui informò costantemente l'insegnamento di Fisica Complementare, ottenutogli dal Prof. P. Blaserna, e ch'Egli impartiva nell'Università di Roma, era che dai giovani si concepisse chiaramente l'importanza di quel mutuo scambio di appoggio fra pensiero matematico e senso fisico della realtà d'onde trae vero giovamento l'indagine fisica rigorosa. Nemico di ogni inutile sfoggio di dottrina matematica, Egli esercitò sempre uno sforzo incessante per risolvere i problemi anche più complicati col minimo apparato matematico possibile; ne fa fede il Suo lavoro: *Alla ricerca di un fenomeno ottico magnetico*, in cui sono trattate alcune difficili questioni dell'ottica elettromagnetica con mezzi quasi elementari.

Tanta era la saldezza del Suo carattere che, sebbene sopraccarico di lavoro per sè e per gli altri, non esitò a compiere l' ufficio meno elevato del traduttore, e il giorno in cui gli studi di Fisica cristallografica cominceranno a diffondersi fra noi bisognerà pure ricordare quanto abbiano giovato per la diffusione in Italia della nuova scienza i Suoi riassunti dei lavori di W. Voigt [1]) e la Sua traduzione del celebre libro dello stesso Voigt sulla *Fisica dei cristalli* [2]).

Come insegnante il Sella non apparteneva a quegli oratori impulsivi, smaglianti, persuasivi che hanno il dono di trascinare l'uditorio e di inspirare in esso la convinzione di possedere intiero un argomento, al contrario Egli apparteneva a coloro che hanno doti di misura e di prudenza, a coloro cui sempre assale il vigile dubbio che è frutto di profondo

1) N. Cimento (3), 29, pp. 5, 137, 218 — 30 p. 61, 1891.
2) U. Hoepli, Milano, 1904.

acume [1]), dubbio che si comunica all'uditorio lasciando però in esso ardente il desiderio di penetrare più a fondo nella questione e l'intimo convincimento che il maestro, che ha tali doti, è una guida fidata la cui mano prudente e sicura non abbandonerà mai fino alla meta. Egli sentiva il sacerdozio dell'insegnamento, Egli era non solo il maestro, ma l'amico dei Suoi allievi, largo ad essi di aiuto e di consiglio. Parco nella lode, un semplice « può andare » rappresentava la massima ricompensa che concedeva ad un lavoro e tutti se ne contentavano ben sapendo quale valore avessero quelle due parole! Incessante nell'istillare nei giovani l'amore all'investigazione scientifica, Egli soleva consigliare delle ricerche di Fisica terrestre, da compiersi durante le vacanze, ansioso sempre che lo spirito dei Suoi discepoli si mantenesse desto e la loro coltura si estendesse al di là dei limiti delle pure ricerche di laboratorio.

Mirabile tempra d'organizzatore, dotato di indefessa attività, di sempre pronta sagacia, Egli lascia traccie indelebili e profonde della Sua illuminata energia, e un insanabile rammarico in quanti Lo ebbero collaboratore nell'organizzazione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze e della Società Italiana di Fisica, i quali tutti molto ebbero a valersi delle Sue proposte pratiche e geniali, dei Suoi sani criteri, della profonda conoscenza ch'Egli aveva delle cose del mondo.

Figlio di quel grande mineralogista che fu Suo padre Quintino, non poteva Alfonso Sella nei primordi della Sua carriera scientifica non risentire grande influenza dall'indirizzo di studi cui il padre erasi dedicato ed ai quali, quasi per tradizione di famiglia, sentivasi trascinato; e i Suoi primi lavori furono di mineralogia.

Al suo primo studio sulla Sellaite [2]), minerale scoperto dallo Strüver e dedicato a Quintino Sella, studio che è come

1) Vedere per esempio la comunicazione da Lui fatta alla Società di Fisica nel Novembre 1906 su alcuni errori occorrenti nei più comuni trattati di Fisica.

2) Rend. Acc. Lincei 12 Giugno 1887. Mem. Acc. Lincei (4), 4, p. 455, 1887.

un attestato di figliale devozione. Egli ridetermina accuratamente la composizione di questo floruro di magnesio, ne misura il rapporto degli assi, ne determina le 20 e più forme osservate, descrive i minerali che l'accompagnano, ne indaga il modo di formazione, e la riproduzione artificiale; infine ne studia le proprietà fisiche: densità, calore specifico, indice di rifrazione, termoluminescenza ecc. presentando uno studio completo della Sellaite sia dal punto di vista mineralogico cristallografico sia da quello fisico, ed iniziando così brillantemente i Suoi studi sulla Fisica dei Cristalli che fu il campo da Lui prediletto nei primi tempi della Sua carriera scientifica.

A questo Suo primo lavoro seguono alcune interessanti ricerche sulle leggi di geminazione del dicromato potassico [1], sulle forme cristalline della Dolomite e della Magnesite [2], sulla presenza del Nikel nativo nelle sabbie del torrente Elvo presso Biella [3], sulla Ottaedrite del Biellese [4], sulle forme cristalline di alcuni composti del Platino [5], e di alcuni composti organici [6] e sui due problemi fondamentali della proiezione assometrica [7]. Presto però, sotto l'influenza degli insegnamenti del Prof. Voigt di Göttingen, Egli abbandonò gli studi di mineralogia cristallografica per dedicarsi con passione agli studi della Fisica dei cristalli, della scienza nuova di cui Egli ambiva essere uno degli introduttori in Italia. Suo primo lavoro in questo campo [8] è la determinazione dei calori specifici di una lunga serie di solfuri minerali: i risultati di queste misure, ch' Egli paragona coi valori ottenuti colla regola di Woestyn, sono riportati oramai in tutti i trattati. Successivamente si occupa della determinazione dell' indice di rifrazione del Diamante operando su un ottaedro na-

1) Atti Acc. Torino, 1889.
2) Tschermak 's Miner. u. petr. Mitteil, 1890.
3) Compt. Rend. 112 p. 171, 1891.
4) Rend. Acc. Lincei, (4), 7, p. 196, 2° sem. 1891.
5) Zeit. f. Kryst, 25, p. 393.
6) Zeit. f. Kryst, 24, p. 319.
7) Giorn. di miner. crist. e petrogr. 3, p. 58.
8) Gött. Nachr. p. 311, 1891.

turale [1]): poichè a causa della grandezza dell' angolo rifrangente a disposizione e a causa dell' alto indice di rifrazione della sostanza, non si può applicare direttamente il metodo della deviazione minima, Egli gira abilmente la difficoltà facendo compiere al raggio penetrante una serie di riflessioni interne in modo che la deviazione finale sia un minimo, sviluppa le formole occorrenti e determina l' andamento dell' indice di rifrazione del diamante colla temperatura. Infine in un poderoso lavoro compiuto in collaborazione col suo maestro Voigt studia la resistenza del Salgemma [2]) alla rottura per trazione, riprendendo e correggendo mediante una più accurata disposizione sperimentale i lavori del Sohncke in argomento. Da queste ricerche penose, minute, sottili risulta il fatto importantissimo che la resistenza alla rottura di un prisma rettangolare non dipende solo dall' orientazione cristallina dell' asse del prisma parallelamente al quale si esercita la trazione, ma dipende grandemente dall' orientazione delle faccie laterali; questo fatto, unito all' altro che la resistenza alla rottura per flessione non è diversa se si flette uno stesso prisma secondo le sue dimensioni laterali non equivalenti, conducono alla conclusione che la proprietà donde dipende la resistenza alla rottura del Salgemma non è interna, ma superficiale. Un lavoretto di piccola mole [3]), ma che pure mostra l' acume critico e il fine senso sperimentale del Sella è quello in cui considera l' uso del metodo dei minimi quadrati nel calcolo delle costanti cristallografiche e dimostra che il dare queste con più di 7 cifre decimali è completamente senza valore se non si ha la precauzione che la temperatura durante la determinazione rimanga assolutamente costante.

Giunto a Roma da Göttingen ed entrato nel laboratorio di Fisica dell' Università, doveva il Sella subire l' influenza di un Suo vecchio amico, il venerando prof. Keller, la cui attività era esclusivamente consacrata agli studi di Geofisica e specialmente al magnetismo terrestre. Già precedentemente

1) Rend. Acc. Lincei (4), 7, p. 300 2° sem. 1891.
2) Gött. Nachr. p. 494, 1892 — Nuovo Cimento, (3), 34, p. 68, 1892.
3) Riv. di Miner, e cristal. 10 p. 33, 1891.

Egli in unione col Dott. Oddone, seguendo le traccie segnate dallo stesso Keller, aveva studiato le roccie magnetiche delle Alpi Centrali, esplorato tutto il Canavese, il Biellese e il gruppo del Monte Rosa [1]), trovando centinaia di *punti distinti* e accertando che la distribuzione del magnetismo non è in relazione colla direzione del campo terrestre; di più in un successivo [2]) lavoro dava alcuni preziosi consigli circa la scelta del luogo per una buona stazione per osservazioni di magnetismo terrestre. Egli trovò il Keller occupato a compiere un' analisi critica dei metodi per determinare la densità media della terra: dalle conversazioni col vecchio matematico tedesco sorse nel Sella l' idea di studiare da vicino la famosa questione del corpo di massima attrazione su un punto o secondo una direzione, e questo studio Lo condusse alla pubblicazione di una geniale serie di ricerche teoriche [3]). In una prima nota comincia col calcolare l' attrazione del corpo di M. A. al secondo polo, cioè alla seconda estremità dell' asse di simmetria, se la prima è il punto per cui esso corpo è di M. A.; riducendo abilmente l' espressione analitica dell' attrazione ad integrali ellittici di prima e di seconda specie e ad integrali algebrici, trova con opportuni sviluppi in serie che l' attrazione al 2° polo è nel rapporto di 0,9872: 1 a quella al primo polo. Ora i metodi fin qui usati per determinare la densità media della terra si possono classificare in due categorie: alla prima appartengono quelli nei quali importa conoscere l' attrazione di un corpo su un sol punto materiale (Cavendish, Vilsing, Jolly ecc.) alla seconda quelli in cui si richiede la conoscenza dell' attrazione di un corpo su due punti materiali. (Poynting, Keller, König, Krigar-Menzel e Richarz). Riguardo alla prima categoria il Sella sviluppando i calcoli per varie forme del corpo attraente dimostra come ci sia poco da guadagnare nella sensibilità del metodo scegliendo piuttosto una forma che l' altra; Egli fa rile-

1) Rend. Acc. Lincei, (4), 7, p. 100, 1° sem. 1891.

2) Rend. Acc. Lincei, (4), 7, p. 145, 1° sem. 1891.

3) Rend. Acc. Lincei, (5), 1, p. 350, 1° sem. 1892. — Ibidem, (5), 2, p. 90, 1° sem. 1893. — Ibidem, (5), 3, p. 436, 1° sem. 1894. — Ibidem, (5), 3, p. 472, 1° sem. 1894.

vare però che in pratica il corpo attratto non si può considerare come un punto materiale e dimostra che se si considera questo come una sfera molto piccola il corpo di M. A. su questa, è il corpo di M. A. ordinario sul centro di essa sfera e passante per esso centro, ma di dimensioni tali che lo spazio esterno alla sfera sia esattamente riempito della materia disponibile. Passa quindi a considerare i metodi per determinare la densità media della terra appartenenti alla seconda categoria e si propone di determinare la forma del corpo di M. A. a due punti, mostrando come al variare della quantità di materia disponibile, si abbiano dapprima due superfici separate le cui forme si allontanano sempre più da quella del corpo di M. A. ad un punto, finchè alla fine si riuniscono in una sola che però presenta sempre curvatura nulla nei due punti che si considerano, ed enuncia il teorema: La somma delle due attrazioni lungo l' asse è nel corpo di M. A. a due punti la stessa come se una massa eguale a tre volte quella del corpo stesso fosse distribuita comunque sulla sua superficie. In un' ultima nota dimostra infine alcuni teoremi concernenti l' attrazione del cono e della piramide ecc. sul vertice dandone delle eleganti dimostrazioni con mezzi assolutamente elementari.

Ultimo lavoro del Sella, dedicato alla Fisica terrestre, è una serie di misure relative della componente orizzontale del magnetismo terrestre sul M. Rosa, a Biella e a Roma [1]; servendosi del metodo relativo delle oscillazioni Egli attacca il problema della variazione dell' intensità orizzontale del campo terrestre coll' altezza: correggendo il gradiente di latitudine con le misure del Chistoni e del Battelli arriva al risultato che il gradiente di diminuzione di H coll' altezza è di 0,001 per mille metri di altezza, dimostrando così l' insufficenza della teoria di Gauss e la necessità di ammettere un campo dovuto a correnti elettriche verticali nell' atmosfera.

A questo periodo dell' attività scientifica del Sella appartiene ancora un lavoro teorico [2]) sulle leggi della propaga-

1) Rend. Acc. Lincei, (5), p. 40 1° sem. 1896.

2) Rend. Acc. Lincei, (5), 4, pp. 237-238, 2° sem. 1895.

zione della luce nei cristalli magnetici. Egli parte dalle equazioni di Hertz e calcola sulla loro base quali divergenze si avrebbero dalle leggi di Fresnel nel caso che la permeabilità magnetica del mezzo vari colla direzione, spingendo i calcoli fino negli ultimi particolari da essere pronti per una verifica sperimentale che venne più tardi compiuta sotto la Sua direzione dal dott. Scalfaro.

La scoperta dei raggi Röntgen, il successivo sviluppo preso dallo studio della conduttività dei gas, spinsero decisamente il Sella nel 1896 nel campo sperimentale puro, che, salvo in due lavori pubblicati molto più tardi, non doveva più abbandonare. In una prima serie di ricerche compiuta in collaborazione col prof. Maiorana [1]) vengono stabiliti alcuni fatti sperimentali importanti per la spiegazione dell'emissione dei raggi X e viene studiata a fondo l'azione di questi e della luce ultravioletta sulla scarica esplosiva nell'aria, mettendo bene in evidenza il parallelismo fra queste due azioni, la dualità netta degli effetti favorenti gli uni la scarica, impendenti gli altri, e fissando esattamente le condizioni sperimentali in cui si ottengono, cioè: l'illuminazione del polo positivo, sfere di piccolo raggio allo spinterometro, e grossa distanza esplosiva se si vuole ottenere l'effetto impendente e illuminazione del polo negativo, sfere di raggio maggiore, e piccola distanza esplosiva se si vuole ottenere l'effetto favorente; infine si riesce a dimostrare che c'è una distanza esplosiva neutra sulla quale l'azione dei raggi ultravioletti ed X è nulla. Successivamente il Sella [2]) si propose di indagare in che modo l'azione della luce ultravioletta alteri il carattere della scarica: usando un delicatissimo metodo calorimetrico Egli inizia un vero studio quantitativo di questo interessante fenomeno dimostrando che, come aveva intuito l'Hertz, l'azione della luce ultravioletta sulle scariche consiste in una tendenza a diminuirne l'oscillatorietà.

Il comportamento di sostanze debolmente paramagnetiche in campi magnetici dell'ordine di poche decine di unità c. g. s.

1) Rend. Acc. Lincei, (5), 5, pp. 116, 168, 323, 389, 1° sem. 1896.
2) Rend. Acc. Lincei, (5), 6, p. 184, 2° sem. 1897.

forma l' oggetto di un lungo lavoro sperimentale di precisione compiuto dal Sella coll' aiuto del dott. Manzetti [1]. Il metodo per la determinazione dei coefficienti di suscettibilità consiste nel misurare la forza con cui viene sollecitata una porzione della sostanza in un campo magnetico non uniforme. Operando su sali di Manganese e di Cromo trova una grande variabilità della suscettibilità col campo il che dimostra un fenomeno marcato di polarizzazione residua e mediante acconcie ed accurate esperienze di controllo dimostra insussistente che la variabilità sia dovuta, come in casi analoghi sosteneva il Duane, alla presenza di particelle di ferro metallico. In un successivo lavoretto Egli dimostra che la permeabilità magnetica del platino puro non varia fra 20° e — 190° di temperatura [2].

Nel 1899 il Gerschun aveva proposto un metodo originale per determinare la costante della gravitazione universale consistente nel misurare la curvatura di una superficie liquida di fronte ad una sfera di Platino funzionante da massa attraente. Guidato dal suo finissimo spirito critico, il Sella dubitò subito della praticità del metodo e in due note [3] assoggettò le idee del Gerschun ad una critica accurata. Dopo aver determinato teoricamente la forma della superficie libera d' un liquido pesante in presenza di un corpo elettrizzato dimostra come, usando una sfera di Platino e una superficie di mercurio, per la differenza di potenziale Pt — Hg si avrebbe una curvatura nella superficie di mercurio dello stesso ordine di quella prodotta dall' attrazione newtoniana, curvatura in ogni caso troppo piccola per poter essere misurata anche col metodo dell' astigmatismo.

Nel 1903 [4] Egli pensa di sostituire ai cicli di isteresi magnetica, sperimentati da Vilson e da Marconi un ciclo di isteresi elastica per torsione o trazione di ferro mantenuto in

1) Mem. Acc. Gioenia (4), 13, 1900.

2) Elettricista 9, p. 241, 1900.

3) Rend. Acc. Lincei, (5), 12, p. 340, 1° sem. 1903. — Ibidem, (5), 12, p. 182, 2° sem. 1903.

4) Rend. Acc. Lincei, (5), 12, p. 340, 1° sem. 1903. — Ibidem, (5), 12, p. 182, 2° sem. 1903.

campo magnetico costante e fa dapprima alcune esperienze qualitative, servendosi di un fascetto di fili di ferro verticale, e quindi nel campo magnetico terrestre, circondato da due bobine coassiali delle quali una è percorsa dalle onde e l'altra comunica con un telefono. In seguito per far misure quantitative usa il metodo magnetometrico sottoponendo il solito fascetto ad un ciclo di torsione. Egli determina il diagramma normale dei momenti magnetici leggendo le deviazioni di un magnetometro, il cui ago si trova in vicinanza dell' estremo superiore del fascetto. Partendo poi dalla posizione di riposo, corrispondentemente a diversi valori dell'angolo di torsione, manda attraverso una bobina, avvolta sul fascetto, delle onde elettriche, determina la posizione stabile del magnetometro e riconduce lo stato magnetico del ferro allo stato normale con una serie di cicli regolari di torsione. Costruisce in tal modo il diagramma deformato e trova che l' azione delle onde elettriche è sempre una diminuzione nella magnetizzazione del fascetto.

In seguito alla scoperta dell' Effetto Maiorana Egli fu indotto a cercare se alla diversa velocità dell' onda piana polarizzata a seconda dell' inclinazione del vettore luminoso sulle linee di forza del campo magnetico corrisponde una diversa permeabilità magnetica del mezzo in direzioni variamente inclinate sul vettore luminoso di un'onda piana polarizzata attraversante il mezzo stesso. L'esperienza negativa Lo spinge a cercarne la ragione teorica [1]) e a stabilire delle interessanti relazioni di reciprocità fra fenomeno ottico-magnetico e fenomeno magnetico-ottico dalle quali risulta che il primo è eguale al secondo moltiplicato per 8π e diviso per la velocità della luce. Egli arriva così a stabilire formule semplicissime di carattere assolutamente generale che consentono di studiare anche altri fenomeni come l'influenza di campi esterni sulla conducibilità termica ed elettrica delle sostanze, ecc.

Ma il campo che doveva infine essere da Lui a preferenza coltivato, fu quello dei fenomeni di ionizzazione dei gas e di radioattività.

1) Rend. Acc. Lincei, (5), 13, p. 148, 2° sem., 1905.

In lavori compiuti da solo e in collaborazione con Suoi allievi Egli combatte [1]) le esperienze di Pellat sulla perdita di carica elettrica da un liquido per evaporazione, scoprendo che l'aria umida conduce meno che l'aria secca e dando subito del fenomeno la spiegazione giusta; scopre per primo [2]) la presenza di emanazioni radioattive nelle acque potabili comuni; stabilisce [3]) che la conducibilità elettrica dell'aria in un recipiente chiuso comincia col crescere, dopo l'immissione dell'aria, raggiunge un massimo in un giorno o due e poi diminuisce ritornando in fine ad un valore poco diverso dall'iniziale e spiega il primo aumento dell'ionizzazione coll'attività indotta sulle pareti del recipiente dall'emanazione contenuta nell'aria stessa; determina [4]) infine la radioattività delle pozzolane provenienti dai dintorni di Roma fissandola intorno alle 0,001 unità uraniche.

Un lungo studio è dal Sella dedicato al comportamento elettrico delle fiamme in un campo elettrostatico alternante [5]). La fiamma da studiarsi è introdotta nel mezzo di un campo elettrostatico alternativo molto intenso e mediante un filo metallico è posta in comunicazione col suolo attraverso le bobine di un galvanometro sensibile; dal segno e dalla intensità della corrente attraversante quest'ultimo, si possono trarre dei cenni circa la velocità degli ioni generati dalla fiamma nell'aria circostante, dovendosi nel mezzo del campo accumulare in maggiore quantità gli ioni più lenti. Egli dimostra così che vi sono fiamme a corrente positiva per le quali cioè la velocità degli ioni generati è minore di quella degli ioni negativi, fiamme a corrente negativa per le quali si verifica il viceversa e fiamme a corrente nulla le quali producono un numero piccolissimo di ioni le cui velocità differiscono assai poco.

I lavori più importanti del Sella in questo campo di ricerche di grande attualità sono senza dubbio però le Sue e-

1) Rend. Acc. Lincei, (5), 9, p. 3, 2° sem., 1900.
2) Rend. Acc. Lincei, (5), 11, p. 527, 1° sem., 1902.
3) Rend. Acc. Lincei, (5), 13, p. 550, 1° sem., 1904.
4) Rend. Acc. Lincei, (5), 13, p. 156, 2° sem. 1904.
5) Nuovo Cimento, (5), 4, p. 94, 1902.

sperienze nella radioattività indotta [1]. Nel 1900 Rutherford aveva osservato che un corpo carico negativamente, esposto all' azione di un' emanazione radioattiva, acquistava esso stesso un' attività temporanea cui venne dato il nome di radioattività indotta; se il corpo era carico positivamente tale attivazione non si verificava. Nel 1901 Elster e Geitel osservando che si otteneva lo stesso effetto sebbene in grado minore, esponendo all'aria aperta un filo carico negativamente, dimostravano la esistenza di emanazioni radioattive nell' atmosfera; anche in questo caso l'attivazione non si verificava se la carica data al filo era +. Ora il Sella nel 1902 annunciava esser riuscito a comunicare una notevole attività indotta ad un filo metallico carico + ed esposto all'aria aperta; la Sua disposizione sperimentale differiva da quelle adottate dai precedenti autori inquantochè Egli adoperava una spirale di filo comunicante con uno dei poli di una potente macchina di Holtz e di fronte a questa spirale poneva alcune punte comunicanti coll' altro polo. In queste condizioni la spirale, investita dall' effluvio generato dalle punte, si attivava qualunque fosse il segno della sua elettrizzazione. Successivamente abbandonando il filo avvolto a spirale, il Sella usò una lamina metallica e questo studio Lo condusse a conclusioni la cui importanza è capitale per la teoria dei fenomeni radioattivi: anzitutto osservò che l'attivazione non dipendeva da una modificazione dello stato della lamina, causata dall'effluvio, ma era dovuta ad uno stato preesistente nell'aria; infatti facendo avvenire l'effluvio in una cassa della capacità di trenta litri, piena d'aria, si otteneva un'attivazione relativamente piccola e se la cassa era piena di gas illuminante nessuna attivazione; inoltre operando in una cantina o in una stanza chiusa, si ottenevano effetti più marcati che non all'aria aperta. Il Sella pensò allora di paragonare questi fenomeni con quelli che si potessero ottenere operando su aria rimasta in presenza di una sostanza radioattiva, per es. ossido di torio; il risultato fu tale da non lasciare più alcun dubbio sul nesso fra le due

1) Rend. Acc. Lincei, (5), 11, pp. 81, 242. 369, 1° sem., 1902 e pp. 81, 2° sem., 1902.

categorie di fenomeni. Nel corso di queste esperienze fatte sull'aria contenente emanazione torica, Egli constatò alcuni fatti molto interessanti dei quali sin d'allora seppe dare la spiegazione che alcuni anni dopo, in seguito a numerose esperienze fatte da altri, doveva essere riconosciuta come esatta, ed universalmente adottata: Avendo visto che una lamina metallica tersa, dopo essere rimasta esposta all'effluvio delle punte all'aria aperta, presentava delle alterazioni superficiali del tutto simili alle note figure di Kundt, Egli pensò di ricercare se non fossero proprio le porzioni alterate quelle che venivano ad acquistare l'attività indotta; Egli attivò una lamina in aria contenente emanazione torica e poi la adagiò su di una lastra fotografica avvolta in carta nera; allo sviluppo potè constatare sulla lastra un'immagine nettissima della figura di Kundt corrispondente alla disposizione delle punte, e diede a questo fenomeno il nome di: *figure di Kundt radioattive.* Da ciò Egli intuì che l'attivazione della lamina era dovuta al depositarsi su di essa di particelle attive, le quali, in sospensione nell'aria *come il pulviscolo,* in vicinanza delle punte venivano ad acquistare una carica dello stesso segno di queste ultime, e trasportate dall'effluvio andavano poi a fissarsi sulla lamina stessa. Queste particelle in sospensione nell'aria, se lasciate a sè, dovevano acquistare spontaneamente una carica + giacchè Rutherford ed Elster e Geitel avevano constatato che solo un corpo carico — manifesta dell'attività indotta; nell'effluvio tale carica + della particella veniva annullata e sostituita, come si è detto ora, da una carica dello stesso segno di quella delle punte, ecco quindi perchè in questo caso il segno della carica della lamina non influiva sull'attivazione.

Ma il Sella non si arrestò qui: Egli volle tentare una esperienza destinata a mettere in evidenza in modo ancora più lampante l'esistenza nell'aria di codeste particelle radioattive in sospensione; Egli tentò di raccogliere queste ultime trattenendole su di un filtro d'ovatta attraverso il quale veniva aspirata l'aria di una stanza chiusa, di una cantina o di una grande cassa contenente dell'ossido di torio e l'esperienza riuscì in modo mirabile: il filtro d'ovatta diventava

attivo. Si poteva però obbiettare che le emanazioni attive contenute dall'aria della stanza, della cantina o della cassa avessero attivato direttamente l'ovatta, ma il Sella, sempre minuzioso ed acuto, volle distruggere tale obbiezione prima ancora che alcuno la formulasse; Egli infatti aspirò l'aria rimasta a lungo nella cassa contenente l'ossido di torio entro un altro recipiente, dal quale, dopo aver lasciato all'emanazione torica il tempo di disattivarsi, la estrasse attraverso il filtro d'ovatta; Egli ottenne ancora l'attivazione di questo dimostrando così irrefragabilmente l'esistenza delle particelle radioattive nell'atmosfera.

Molto rimarrebbe da dire sulla squisitezza dei metodi sperimentali ideati dal Sella per codeste ricerche grazie alla quale Egli potè constatare dei fatti che erano sfuggiti ai precedenti osservatori che pure si erano specializzati in tali studi: così, per es. Egli osservò la differenza fra gli effetti che si ottengono quando l'aria su cui si opera sia stata per breve o per lungo tempo in presenza dell'emanazione torica; osservò l'aumento caratteristico che subisce l'attività indotta torica per brevi esposizioni nelle prime ore successive all'attivazione stessa; così pure, operando sull'aria atmosferica, Egli per primo osservò che l'attività andava crescendo per molte ore colla durata del periodo di disattivazione, fenomeno questo che condusse in seguito a ricercare nell'atmosfera la presenza dell'emanazione di torio oltre a quella di radio.

Una caratteristica costante del Sella fu il desiderio di trovare disposizioni sperimentali atte a dimostrazioni di scuola ed Egli seppe radunarne una serie interessantissima di cui ricorderò alcune per es. per dimostrare: la diminuzione di pressione barometrica coll'altezza; la diminuzione dell'autoinduzione di un circuito primario per la presenza di un circuito secondario chiuso; l'azione favorevole della luce ultravioletta sulla scintilla; le dissimmetrie di scarica; la non perpendicolarità fra flusso di calore e superfici isoterme nei corpi anisotropi [1]).

1) Nuovo Cimento (4), 8, p. 261, 1898, (4), 10, p. 176, 1899. — Zeit. f. Phys. u. chem. Unter. 13, p. 90, 1900.

A tutta questa mole di lavoro conviene aggiungere le numerose conferenze da Lui tenute su argomenti di grande importanza, conferenze in cui non si sa se ammirare più la eleganza dell'esposizione sperimentale o il rigore dell'esposizione orale; ricorderò le conferenze tenute nei congressi della Società Italiana di Fisica, quelle sul Radio tenute nell'Istituto Fisico di Roma, quella sulla Conducibilità dei gas fatta all'Associazione Elettrotecnica Italiana, quella sui trasporti aerei tenuta all'Esposizione di Milano nel 1906, quella su Galileo letta all'Università popolare di Padova e molte altre ancora.

Ed ora di Lui non ci rimane che il mesto ricordo, ricordo però incancellabile! In quella stanza dell'Istituto ove Egli pensò e lavorò, noi Suoi allievi Lo cercheremo invano, i nostri occhi non Lo vedranno, ma sentiremo là dentro aleggiare qualcosa del suo spirito e con tutta la forza del nostro animo e della nostra mente ci studieremo di non dimenticare i consigli e l'esempio che incessantemente, giorno per giorno, Egli ci diede e come insegnante e come amico!

A. Pochettino.

I. AZIONE CHIMICA DELL' EMANAZIONE DEL RADIO. (PARTE I). AZIONE SULL' ACQUA DISTILLATA.

Nota di Sir WILLIAM RAMSAY.

L' emanazione del radio costituisce uno dei più potenti agenti chimici che esistano in natura; fra tutte le sostanze conosciute essa è dotata del più alto contenuto di energia potenziale: in un cm^3 contiene e può svolgere una quantità di calore quasi tre milioni di volte più grande di quella che darebbe un egual volume di un miscuglio di due volumi di H e uno di O. La trasformazione spontanea che essa subisce è inoltre accompagnata dall' emissione di un immenso numero di corpuscoli dotati di una velocità dell' ordine di quella della luce, ed aventi una notevole influenza sulla materia. Da alcuni anni sto studiando le azioni chimiche dell' emanazione ed appunto in questa memoria mi occuperò dell' azione che esercita sull' acqua pura.

Sin dalla sua scoperta, fatta da Dorn nel 1900, questo gas è stato oggetto di parecchie ricerche, per la maggior parte di indole fisica; possiamo riassumere molto brevemente quello che conosciamo a suo riguardo.

Essa è un gas di densità sconosciuta, ma probabilmente considerevole (Rutherford e miss Brooks, Trans. Roy. Soc. Canada 1901), incessantemente emesso dai sali di radio, preferibilmente quando sono disciolti in acqua. La proprietà caratteristica più notevole è la sua spontanea trasformazione in elio (Ramsay e Soddy, Proc. Roy. Soc. 1903, **72**, 204 e 1904, **73**, 346) ed altri prodotti, (radio A, B, C, ecc), i quali possiedono una vita limitata; si suppone inoltre che il radio F sia identico col polonio. L' emanazione obbedisce alla legge di Boyle; il suo spettro fu esaminato da Ramsay e Collie (ibid. 1904, **73**, 470). Dei tentativi sono stati fatti per determinare la sua densità, misurandone la velocità di diffusione, per potere così conoscere il suo peso molecolare; però i ri-

sultati di tali esperienze sono poco soddisfacenti; da essi sembra possa dedursi una densità di circa 100, e un conseguente peso molecolare di circa 200. Esso resiste a tutti gli agenti chimici con i quali è stato cimentato. Come l'argon e i gas affini a questo, l'emanazione resta del tutto inalterata, se, mescolata con ossigeno in presenza di potassa, vien sottoposto a scariche elettriche; così pure non si avverte alcun fenomeno quando la si tenga lungamente in presenza di un miscuglio di polvere di magnesio e calcio riscaldato al rosso. Sembrerebbe perciò che essa appartenga al gruppo dell'elio, e se ciò è realmente, il suo peso atomico e il suo peso molecolare dovrebbero essere identici, quindi la sua molecola è probabilmente monoatomica. Forse il suo peso atomico è approssimativamente 216,5 giacchè la differenza media fra cinque paia di elementi (come per esempio: lo stagno ed il piombo) è 88,5; questo numero addizionato a 128, peso atomico dello Xenon, dà appunto 216,5, numero che sarebbe approssimativamente corrispondente alla densità di 100.

Il gas in questione può esser condensato, raffreddandolo a — 185°, per mezzo dell'aria liquida (Rutherford, e Soddy, Phil. Mag. 1903 (6), 5, 561). Rutherford e Soddy asseriscono che esso non è volatile alla temperatura di pochi gradi inferiore a — 150°, ma esso deve certamente possedere una tensione di vapore anche a — 185°, perchè quando è stato fatto il vuoto completo sopra la emanazione raffreddata, pompando via gli altri gas, si notano delle bolle luminose che percorrono il tubo della pompa Töpler.

Esso emette solamente raggi α, e la sua attività si riduce a metà in giorni 3,71 secondo Rutherford, 3,39 secondo Curie e 3,86 secondo Sackur. I Curie hanno scoperto che il radio svolge continuamente calore e Rutherford ha dimostrato che la maggior parte del calore è dovuto alla disintegrazione dell'emanazione; l'emanazione prodotta da un grammo di radio emette infatti circa 75 calorie all'ora.

Questo calore deve la sua origine non solo alla disintegrazione dell'emanazione, ma anche alla spontanea trasformazione di alcuni dei suoi prodotti. Il calore totale svolto durante la vita di un cm^3 di emanazione si avvicina a 7,000,000

di calorie. Ora il calore svolto dall'esplosione di un cm³ di un miscuglio di H e O in quantità stechiometriche è di circa 3 calorie, ne deriva che durante la sua disintegrazione, l'emanazione emette circa 2 milioni e mezzo di volte più calore di un egual volume di H e O i quali si combinino, con esplosione, per formare acqua.

Fu nell'intento di applicare tale enorme quantità di energia, che io iniziai degli esperimenti circa due anni or sono. La quantità di radio a mia disposizione variò di volta in volta, perchè esso era utilizzato anche per altre esperienze.

I. *Svolgimento del calore dalla emanazione del radio.* Sebbene Rutherford abbia fatto una determinazione quantitativa del calore svolto dall'emanazione, ne darò qui una conferma quantitativa, che riuscirà sempre di qualche interesse.

Furono costruiti due termometri, uno ordinario con la scala divisa in decimi di grado, l'altro con il bulbo cavo in modo che una certa quantità di emanazione, mescolata con idrogeno, potesse essere introdotta nello spazio circondato dal mercurio del termometro. I due termometri furono accuratamente confrontati. Dopo aver riempito il bulbo cavo dell'uno con l'emanazione ottenuta in 5 giorni da 162 milligrammi di bromuro di radio, i due termometri furono posti in due tubi Dewar argentati e bene involti nell'ovatta, con cui questi vasi furono accuratamente riempiti. I due tubi vennero tenuti l'uno accanto all'altro, in una stanza la cui temperatura rimase pressochè costante. La seguente tabella dà le differenze tra le due temperature. È inutile dire che il termometro contenente l'emanazione di radio indicava la temperatura più elevata.

Data	Nov.	20	21	22	23	24	25	26	27
Differenza		0,52°	0,73°	0,63°	0,53°	0,48°	0,34°	0,25°	0,23°

Data	28	29	30	Dicembre	1	2
Differenza	0,19°	0,16°	0,13°		0,13°	0,13°

3	4	5	6	7	8	9	10
0,12°	0,10°	0,0°	—0,01°	—0,03°	+0,03°	—0,01°	+0,02°

Questi numeri dimostrano indubbiamente che l' emanazione svolge calore durante la sua trasformazione e che la quantità di calore svolta decresce di giorno in giorno.

II. *Quantità relative di ossigeno e di idrogeno svolte insieme con l' emanazione durante l' azione del bromuro di radio sull' acqua.*

Giesel (Ber. 1902, **35,** 360; inoltre 1903, **36,** 347) è stato il primo ad osservare questa decomposizione. Bodländer trovò che il miscuglio gassoso conteneva il 12 % di O e 88 % di H. L' eccesso d' idrogeno era del 64 %. Più tardi Ramsay e Soddy (loc. cit.) trovarono 29,8 % di O e 70,2 % di H; l' eccesso di H era 10,6 %. Donde viene questo eccesso? Questi autori lo hanno attribuito all' ossidazione del grasso con cui veniva unto il rubinetto, ma un simile inconveniente è stato evitato nelle ricerche che ora esporrò.

La prima questione da risolversi era: il bromuro di radio svolge dei gas quando si scioglie? Fu adoperato un campione purissimo di bromuro proveniente dalla Ditta Büchener e C.[i] di Braunschweig. È necessario notare che cinque campioni di bromuro, comprati da quella ditta in varie epoche, avevano tutti la stessa attività (misurata in base ai raggi β) per cui naturalmente deve concludersi che avevano tutti lo stesso grado di purezza. Il volume di gas svoltosi dal campione usato (il quale pesava 50 mmgr.), sciogliendolo in acqua, fu di cm^3 0,1444.

Dopo l' esplosione, il volume si ridusse a cm^3 0,0477. Il residuo consisteva soltanto in idrogeno, mescolato con una traccia di elio, rivelabile allo spettroscopio. Ora il bromuro cristallizzato conteneva probabilmente 2 molecole di acqua, la quale sarà stata scissa in O e H per azione del radio. L' eccesso di H era il 33 %, e si deve supporre che i gas fossero occlusi nel bromuro e si liberassero facendo la soluzione del sale.

Le seguenti esperienze, fatte a notevoli intervalli di tempo, dimostrano il prodursi di « gas elettrolitico » con eccesso di H, ottenuto da varie quantità di bromuro di radio.

	Peso del $RaBr_2 . 2H_2O$ Gr.	Durata dell'esperienza in ore	Volume del gas in cmc.	Volume riferito ad 1 gr. per 100 ore cmc.	Eccesso di idrogeno %	
1	0,0600	96,$^1/_2$	1,67	28,0	14,50	*
2	0,0600	168	2,88	28,6	4,44	
3	0,1090	240	8,91	34,0	3,65	
4	0,1090	196,$^1/_2$	6,86	32,1	13,90	*
5	0,1090	336	16,43	44,9	6,13	
6	0,0700	192	2,57	19,1	16,00	*
7	0,1000	168	5,09	30,3	3,76	
8	0,1000	168	4,93	29,3	7,23	
9	0,1620	48	3,18	41,8	7,83	
				media 32,0	media 5,51	

(Le quantità contrassegnate con un asterico rimasero per una notte in contatto col mercurio prima di esser misurate. Esse furono lasciate in disparte nel far la media).

La discordanza di questi risultati trova spiegazione per diverse considerazioni: anzitutto l'emanazione è solubile in acqua, la quale viene da quella decomposta, per cuí se i gas rimangono in contatto con la soluzione, vien decomposta molto più acqua di quello che non avvenga se essi sono allontanati con la pompa, subito dopo il loro svolgimento. In secondo luogo la emanazione stessa provoca il ricombinarsi dell' idrogeno e dell' ossigeno con una velocità che dipende dalla quantità presente e probabilmente dalla temperatura. Infine l' emanazione fa si che l' ossigeno attacchi il mercurio col quale questo è lasciato in contatto, come viene ben dimostrato dalla seguente esperienza appositamente eseguita.

Il volume iniziale di un miscuglio di emanazione e di ossigeno puro era di cm^3 2,13. Dopo averlo lasciato per cinque giorni sopra il mercurio esso era disceso a cm^3 1,97, mentre la superficie del mercurio si era ricoperta di un deposito bianco, che a poco a poco si trasformò in rosso e apparve essere ossido di mercurio. Un identica prova, eseguita però con l' idrogeno, lasciò la superficie del mercurio del tutto inalterata.

Nelle esperienze che seguono, riguardanti il volu
gas « elettrolitico » prodotto dall' emanazione, il brom
radio venne disciolto in acqua entro un piccolo pallo
innestato per mezzo di un commune tubo in una pomp
pler. A prevenire possibili perdite, dopo ogni rimozion
gas il serbatoio della pompa veniva alzato in modo da
gare il mercurio a abbracciare le valvole e a oltrep
un rubinetto che chiudeva il tubo di connessione con
loncino. I gas erano cosi confinati dal mercurio, e non
vano quindi a contatto col grasso del rubinetto. Il tubo d
nessione con la pompa era capillare, di modo che la
ficie di contatto fra il gas e il mercurio era piccolissima
cesso di H non poteva perciò essere attribuito all' attac
mercurio. Anche nelle esperienze 1, 4, 6, quando cioè i gas
sero per una notte a contatto con una larga superficie d
curio nel tubo del collettore, del diametro di cm. 1,5, i
curio non fu molto attaccato. La disposizione suddet
cosi impedito l' attacco del grasso da parte dell' O in pre
dell' emanazione; prima che essa fosse messa in opera,
sempre trovato spettroscopicamente l' anidride carbonica,
tre dopo non ve ne ebbe più alcuna traccia.

Per spiegare l' eccesso dell' idrogeno possono farsi
chie ipotesi. È supponibile che l' idrogeno possa essere
dei prodotti di disintegrazione del radio, ma è molto i
babile che esso possa essersi formato in così grande qu
Possiamo a tal riguardo indicare le seguenti esperienze

Fu innestato alla pompa un palloncino contenen
mgr. di bromuro di radio. Il colore del bromuro era
cioccolatto, ma, alcune ore dopo che era stato fatto il
il suo colore diventò bianco ed apparve disseccato. Do
giorno fu estratta con la pompa una piccola quantità
Questo non esplose allo scoccare di una scintilla, ma
esser stato mescolato con la metà del suo volume di oss
una scintilla vi produsse un' esplosione, e non rimase
residuo. Alcuni giorni più tardi *una seconda bolla fu est*
introdotta in un tubo vuoto, essa presentò lo spettro del
geno. Una settimana più tardi non si potè più estrarre
quantità di gas.

È ben noto come i minerali contenenti torio e uranio contengano sempre elio (Ramsay e Travers, Proc. Roy. Soc. 1897, **62**, 328); e alcuni mesi dopo la scoperta dell' elio, fu fatto un tentativo per accertare se l' elio esistesse allo stato di combinazione con qualcuno dei costituenti del minerale. Furono fatti parecchi esperimenti nei quali il minerale fu riscaldato con HCl e H_2SO_4 e fu determinato il rapporto dell' idrogeno con l' elio nel gas svoltosi. Il problema tuttavia era complicato per il fatto che i minerali d' uranio contengono sempre questo elemento come UO_3, che è riducibile per azione dell' idrogeno a UO_2; altrimenti sarebbe possibile dedurre la valenza dell' elio.

Porgendo un esempio immaginario renderemo più chiaro questo concetto. Supponiamo che l'ammoniaca sia così instabile, che immediatamente dopo la sua liberazione essa si scomponga in idrogeno e azoto. Se ora si richiedesse di determinare la valenza dell' azoto nell' azoturo di magnesio, l' azione dell' acqua che attualmente libera l' ammoniaca, produrrebbe, nelle condizioni supposte, un miscuglio di un volume di azoto con tre di idrogeno. L'assorbimento dell' idrogeno per opera di una sostanza riducibile sarebbe di ostacolo all'esattezza di una tale esperienza.

La scoperta della trasformazione dell'emanazione del radio in elio complica il problema. Non è molto probabile che l'elio sia contenuto nel minerale in uno stato di combinazione; è quasi certo che il gas è distribuito dentro il minerale molecola per molecola, essendosi fermato *in situ* per la disintegrazione del radio contenuto nella uraninite; o possibilmente sarà dovuto alla disintegrazione dell' uranio stesso, sebbene noi non sappiamo se l' elio sia uno dei prodotti di disintegrazione dell' uranio. Deve tuttavia osservarsi che se i raggi α constano di elio essi vengono emessi durante il cambiamento dell' uranio in uranio X.

Ritornando alla questione: — se sia l' idrogeno uno dei prodotti della disintegrazione delle emanazioni del radio e del torio — qualche lume si può ottenere considerando la torianite, il minerale cubico di Ceylon. Esso contiene un po' di ossido riducibile, e quando è scaldato o disciolto, produce una

quantità relativamente grande di elio. È stato tro
noi tratteremo in una nota successiva, — che il nitr
rio ricavato dalla torianite produce probabilmente el
viene lasciato a sè, e Debierne ha mostrato che l'
dei prodotti di disintegrazione dell'attinio. Ora la to
scaldata nel vuoto con H_2SO_4 diluito dell'egual vol
cqua non dà, o dà pochissimo H. Da gr. 1,3779 del n
ho ottenuto cm^3 8,37 di gas, dopo aver tolto il CO_2
ossigeno, furono fatte scoccare scintille per mezz'ora.
l'O con fosforo, il residuo, che misurava cm^3 8,05
di puro elio; il volume dell'H era perciò di cm^3
cm^3 0,23 per grammo: il rapporto atomico sarebbe
1 atomo di H per 13 di elio.

In un secondo esperimento la torianite fu fus
fato acido di sodio. Fu ottenuto un miscuglio di S
elio. Parte del SO_2 deve la sua origine alla decor
del SO_3.

Determinando l'O calcolandolo dall'SO_2 e sottra
sta quantità dall'SO_2 totale, i rimanenti cm^3 16,34
dentemente prodotti nell'azione ossidante dell'H_2SO_4
che si era trasformato in $3UO_3$ e nel 2FeO convertito
Questo avrebbe richiesto cm^3 16,30 di SO_2. Perciò
che l'H non è probabilmente uno dei prodotti di
zione del torio, e per analogia una simile conclusio
sere tirata riguardo al bromuro di radio.

L'H estratto dal bromuro di radio solido è
probabilità derivato dall'acqua di cristallizzazione
ma resta senza risposta la questione donde provien
di H? Che cosa avviene dell'ossigeno?

Una seconda possibilità è che il bromuro di ra
componga in radio metallico (che attaccherebbe l'ac
durrebbe H) e in bromo (questa supposizione è realm
fatta da Giesel); ora il bromo è facile a identificarsi

Finalmente si può ancora pensare che l'ozon
prodotto dell'azione del radio sull'acqua, e quindi il v
ziale sarebbe troppo piccolo. Ma l'ozono, al pari dell
esplode, nella quantità dovuta, con l'H, cosicchè la
senza non renderebbe ragione dell'eccesso di idrog

Per controllare queste ipotesi fu fatta la seguente esperienza. Un palloncino contenente 70 mmgr. di bromuro di radio, sciolto in acqua, fu saldato a un tubo ad U contenente una soluzione leggermente acida di KJ ed amido. Durante 7 giorni delle bollicine di gas passarono attraverso questa soluzione, ma non fu osservata colorazione azzurra, anche riscaldando il palloncino in modo da espellere qualche traccia di bromo che poteva esser stata liberata. Questo escluderebbe anche la presenza di ozono. È stato notato da qualcuno che l'odore di ozono può esser percepito aprendo una capsula contenente bromuro di radio. Io ho aperto diverse capsule e non ho mai notato ciò: inoltre un' esperienza di più di due anni ha escluso tale supposizione. I gas di 213 mmgr. di bromuro di radio sono stati estratti ogni due o tre giorni per mezzo di una pompa Töpler. Il mercurio non mostra traccie di ossidazione; esso è assolutamente inalterato, e non ha mostrato tendenza ad attaccarsi alle pareti della pompa: una sola bolla di ossigeno ozonizzato farebbe, come è noto, aderire il mercurio al vetro e renderebbe la pompa inservibile finchè non venisse pulita. Deve essere perciò assunto come certo che l'ozono non viene prodotto nell'azione del bromuro di radio sull'acqua, in assenza di materie organiche. Io non ho peraltro esperienze per dimostrare se la presenza di materia organica possa o no condurre alla sua formazione.

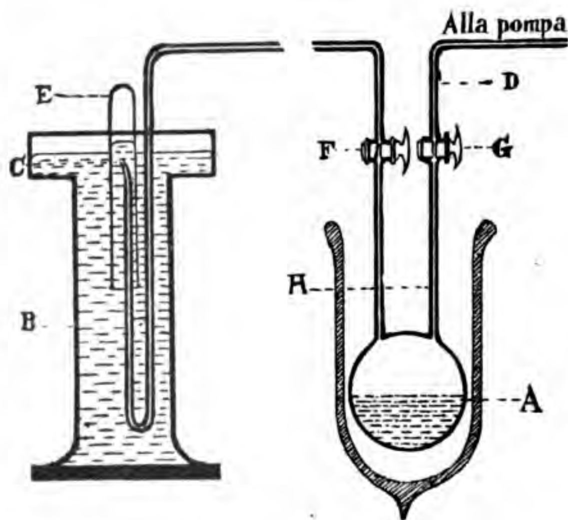
Ma altre due ipotesi possono essere fatte: esse sono che il bromuro di radio possa essere ossidato, e perciò convertito in bromato, o che si possa formare del perossido d'idrogeno. Per verificare ciò, io ho aggiunto una goccia di ioduro di potassio e amido, leggermente acidificata, ad una vecchia soluzione di bromuro di radio; non fu notata colorazione. Queste ipotesi devono adunque essere scartate.

III. *Azione dell' emanazione del radio sull'acqua.*

Come è stato sopra accennato, la quantità di energia svolta durante la trasformazione dell'emanazione del radio è enorme. Supponendo la densità dell'emanazione uguale a 108, 1 mmgr. non libera meno di 720000 calorie grammo in 30 giorni. Supponendo ora che tutta l'energia venga spesa per

decomporre acqua, essa sarebbe sufficiente a decompo circa gr. 200 di acqua in O e H. D'altra parte un n di emanazione libererebbe circa 2 o 3 litri di gas tonar se tutta l'energia fosse spesa in tal maniera. Ma sebbene emanazione decomponga l'acqua, la quantità di acqua dec posta è lontana assai dalla quantità menzionata.

Gli esperimenti furono fatti nella seguente mani Un palloncino A conteneva tre o quattro cc. di acqua dis



lata pura. Il sifone capovolto B, pescante sotto mercurio serbatoio, era collegato a C in maniera che la più piccola pr sione rompesse la sua punta capillare. L'acqua veniva all raffreddata con aria liquida, e il vuoto veniva fatto attrave D, collegato ad una pompa Töpler. Il rubinetto veniva all chiuso e l'emanazione emessa dal bromuro di radio, discio e mescolata con H e O contenuti nella piccola campana veniva introdotta nel palloncino, premendo in giù il tubo su punta C. Il gas attraversava il tubo capillare sino al ru netto chiuso F. Questo rubinetto veniva allora cautame aperto e tutto il gas introdotto nel palloncino raffreddato, aver cura di non introdurre mercurio. Dopo alcuni minuti tu

l'emanazione era condensata e il rubinetto G veniva aperto e l'eccesso di gas, consistente principalmente in H, aspirato mediante la pompa. Operando in questa maniera il palloncino conteneva solamente acqua ed emanazione. Il gas rimosso prima della chiusura dei capillari in H fu analizzato. Per assicurare il contatto completo fra l'acqua e l'emanazione, il palloncino veniva attaccato ad una manovella di un motorino ad aria calda, e continuamente agitato per un mese.

I resultati delle tre esperienze sono dati nella seguente tabella:

Vol. emesso	Vol. iniziale del gas del $RaBr_2$ — cmc.	Eccesso di Idrogeno cmc.	°/₀	Vol. di gas prodotto per azione dell'emanazione nell'acqua — cmc.	Eccesso di Idrogeno	°/₀
1	9.036 [1])	0.339	3.76	1.810	0.053	2.93
2	4.765	0.138	2.90	3.561	0.137	3.85
3	15.590	0.316	2.02	4.023	0.582	14.50

Io non posso spiegare il terzo risultato; non vi era nel bulbo sostanza ossidabile, e per di più l'esperienza fu ben condotta.

È evidente che l'emanazione sola può decomporre l'acqua, e che essa produce un eccesso di idrogeno. La causa di questo eccesso non può essere una delle possibili cause sopra considerate, fatta eccezione della formazione di perossido di idrogeno, la quale ipotesi è del resto egualmente esclusa da quest'ultimo esperimento; il palloncino contenente acqua, dopo che il gas era stato aspirato, fu posto in connessione con un tubo pieno di anidride fosforica, fino a che tutta l'acqua fu evaporata e assorbita dall'anidride. Venne raccolta una piccola bolla di gas; dopo l'esplosione essa non lasciò assolutamente residuo. Se l'acqua avesse contenuto perossido, questa bollicina sarebbe stata costituita da ossigeno. Negli altri due esperimenti l'acqua fu saggiata con ioduro di potassio e amido; non si osservò liberazione di iodio [2]).

1) Il volume dell'emanazione aggiunta era dell'ordine di 0,03 cmc.

2) Il metodo per misurare accuratamente simili piccole quantità di gas è stato brevemente descritto nei Proceedings of the Royal Society (**76**, A; p. 118; 1905).

IV. *Azione dell' emanazione di radio sopra un*
glio di ossigeno e idrogeno.

Un esperimento fu fatto poi per accertare se la p
di emanazione poteva causare la combinazione di oss
idrogeno. Il gas estratto dal bromuro di radio si p
questo scopo. Un po' di questo miscuglio fu diviso in
prima porzione, cm³ 3.174, venne esplosa; essa diede cı
di H in eccesso, ossia 5,64 %; la seconda porzione fu ri
in un palloncino il 29 gennaio 1905, il quale fu ape
febbraio. Essa consisteva in origine di cm³ 2.120 e il
finale fu di cm³ 1.483, il che equivale a una ricomb
del 30 % del gas originale. Per esplosione fu ottenuto
siduo di H eguale al 5 % del volume originario di cm

In una seconda esperienza, nella quale cm³ 2.035 d
glio gassoso furono chiusi con l'emanazione il 20 n
1906, il palloncino fu aperto il 27 dicembre; il suo
era allora di cm³ 1.480, il che equivale a una ricomb
del 27.2 % del gas originario. Esso conteneva 5.61
in eccesso, calcolato sul volume 2.035.

Sembra quindi che l'ossigeno e l'idrogeno si rico
in presenza dell'emanazione. I gas erano secchi quan
nero introdotti nel palloncino, ed essi stavano ad u
sione ridotta, probabilmente ¹/₄ circa della pressione
rica, mentre erano esposti all'emanazione.

Deve esser qui menzionato che i Sigg. Berger
C. W. Edwards (J. Soc. Chem. Ind. 1905, **24**, 266)
notato che il bromuro di radio solido, lasciato in cont
un miscuglio di idrogeno ed ossigeno, provocava una le
binazione. Queste esperienze provano che l'azione d
nazione su di un miscuglio di ossigeno e idrogeno è
zione reversibile, e che la velocità di decomposizione
cqua è più grande che non quella di ricombinazione
risultanti, per cui in definitiva l'acqua viene decompo
l'emanazione.

V. *Velocità con cui l'acqua viene decomposta dall'emanazione.*

È difficile risolvere questo problema, date le cause perturbatrici che lo complicano. Queste sono:

1° Al principio delle esperienze l'emanazione è completamente disciolta nell'acqua. Dopo alcune ore si svolge del gas, e l'emanazione di distribuisce fra l'acqua e il miscuglio gassoso, in modo che quella parte dell'emanazione, che rimane in soluzione, decompone l'acqua, ed è presumibile che la porzione mescolata coi gas determini la ricombinazione di questi. Un'esperienza non è stata fatta, (e sarebbe molto difficile a condurla a termine), per attestare se il vapore acqueo è decomposto dall'emanazione.

2° Fu impossibile impedire che il miscuglio gassoso toccasse il rubinetto e quindi venisse in contatto col grasso. Quando questo accade si producono CO e CO_2.

3° È stato impossibile inoltre evitare l'uso del mercurio, e come è stato già menzionato, il mercurio viene ossidato; ma sotto lo strato abbastanza spesso di acqua, il mercurio, si noti, rimase non appannato. Quindi i risultati non dimostrano corrispondenza fra la quantità di emanazione presente e la sua azione quantitativa sull'acqua.

Inoltre, non è improbabile che alcuni dei prodotti di trasformazione dell'emanazione abbiano pure un'azione decomponente sull'acqua, sebbene nulla sia noto riguardo a ciò. Nonostante queste obbiezioni i risultati sono egualmente concordanti.

Il gas iniziale fu ottenuto in tre giorni da 212 mmgr. di bromuro di radio. Il suo volume, a pressione e temperatura normali, era di cmc. 3.935. Dopo l'esplosione, fu allontanato l'eccesso di idrogeno, aggiungendo una sufficiente quantità di ossigeno; l'ultimo residuo, ammontante a cm^3 0.093, fu introdotto in alcuni cmc^3 di acqua, sopra mercurio, entro un tubo graduato munito di una punta nera a cui poteva aggiustarsi il livello dell'acqua. La piccola bolla fu bene agitata con l'acqua e lasciata stare dal 25 novembre 1905 all'8 gennaio 1906.

Ogni giorno si facevano le letture, notando la tem
tura, la pressione e la tensione del vapor d'acqua.

I risultati delle letture furono i seguenti:

	0	1	2	3	4
Novembre	25	26	27	28	29
Cc.	0.093	0,611	0.980	1.23	1.42

	6	7	8	9	10
Dicembre	1	2	3	4	5
Cc.	1.66	1.74	1.79	1.84	1.88

	12	13	14	15	16	17	
Dicembre	8	9	10	11	12	13	Gennaio
Cc.	1.98	2.07	2.00	2.00	2.01	2.04	Cc.

Il gas finale fu quindi analizzato.

Supponendo che il gas iniziale presente fosse ossi
la sua composizione era:

Ossigeno originariamente presente	cmc³	0.093
CO_2	»	0.850
H ed O.	»	0.726
eccesso di H	»	0.471
	cmc³	2.140

equivalenti al 23 %.

Sarebbe naturale il supporre che se tutta l'emana
rimanesse disciolta, non svolgendosi con i gas prodo
grado di decomposizione dell'acqua sarebbe proporziona
grado di disgregazione dell'emanazione, supponendo che
composizione dell'emanazione sia dovuta soltanto a quest'u
Se poi la disattivazione degli altri prodotti, radio A, ra
e radio C è pure accompagnata dalla decomposizione di a
il problema diventa assai complicato.

La curva ottenuta segnando l'aumento dei gas pr
in riguardo al tempo, dimostra un accrescimento mol
rapido di quello che potrebbe giustificare il grado
sattivazione dell'emanazione. Il periodo di caduta a met

l'emanazione è di giorni 3,8, quello dell' accrescimento dei gas è di giorni 2,53. Le curve si rassomigliano. Le esistenze del radio A, radio B e radio C sono molto brevi, essendo minori di un'ora i loro periodi di disattivazione a metà combinati. Ma siccome essi sono continuamente riprodotti a causa della trasformazione dell'emanazione, si raggiunge rapidamente un massimo costante, il quale poi decade come l'emanazione. Sono stati fatti dei tentativi per ovviare a questa influenza perturbatrice, ma sensa successo, e sembra che la ripartizione dell'emanazione fra gas ed acqua e la ricombinazione dell'H e dell'O nel sistema gassoso rendano inutile qualunque tentativo, allo stato presente delle nostre conoscenze.

Tengo a ringraziare il Sig. Alfred Porter ed il Sig. Cameron, i quali mi hanno aiutato nel tentare un'analisi matematica di cotesti fenomeni.

AZIONI CHIMICHE DELL'EMANAZIONE DEL RADIO. (PARTE II).
SOPRA SOLUZIONI CONTENENTI RAME, PIOMBO E SOPRA L'ACQUA

Nota di A. T. CAMERON *e di Sir* W. RAMSA

In una memoria precedente sono stati esposti i ris
esperienze preliminari relative all'azione dell'emanaz
radio sull'acqua. Deve rammentarsi che precedentemen
decomposizione dell'acqua, si è trovato sempre un ec
idrogeno. Per rendersi ragione dell'origine di questo
e coll'idea che questa *pseudo*-elettrolisi, se applicat
sale di rame, avrebbe dato un deposito di rame metalli
valente all'idrogeno, fu trattata con la emanazione
dio una soluzione di solfato di rame, nel modo pre
mente descritto. Tuttavia non si è depositato rame
lizzando i prodotti ottenuti si è trovato che nella sc
oltre una quantità considerevole di sodio, erano pu
senti delle traccie di litio. Questa esperienza fu fa
rante l'estate del 1906; dato il risultato così inaspett
fu ripetuta durante l'autunno dello stesso anno ed an
rante la primavera del 1907, sempre con lo stesso r
Anche una soluzione di nitrato di piombo fu esp
l'azione dell'emanazione totale ottenuta da mmg.
radio, allo stato di bromuro e di solfato. Più recen
è stata fatta una lunga esperienza con un campione d
di rame, preparato da rame elettrolitico e da acido nitric
ciale purezza, ed evitando inoltre per quanto era possib
di recipienti di vetro. Il risultato fu in sostanza il m
essendosi ottenuto un residuo consistente principaln
sali di sodio, ma che dava anche gli spettri del calci
litio. Contemporaneamente fu fatta un'esperienza in
con lo stesso nitrato di rame, lasciandolo in un bulbo
nelle stesse identiche condizioni, ma soltanto non tra
con l'emanazione. Un'altra esperienza in bianco fu fa
tando l'acqua distillata con emanazione, nell'intento

dere la formazione del litio per una possibile alterazione nell'acqua o nel vetro del bulbo contenente le sostanze reagenti.

Dalle esperienze con nitrato di piombo non sono stati ottenuti risultati definitivi, eccettuato che il piccolo residuo, rimasto dopo aver tolto il piombo dalla soluzione, consisteva soltanto in sali di sodio e di calcio e non mostrava lo spettro del litio. I vetri dei bulbi impiegati contenevano ambedue sodio e calcio, ma erano tuttavia esenti di litio.

Il gas inattivo che si produceva dall'emanazione del radio decomponentesi spontaneamente, mostrava uno spettro brillante di elio. È possibile che ci fosse una traccia di neon, ma non è certo. Un largo tubo pieno di elio, mostrato alla Società Chimica in Aprile, non lasciava alcun dubbio che la massima parte del gas inattivo risultante dall'emanazione secca fosse elio.

Fu analizzato il gas prodotto dall'azione dell'emanazione sopra una soluzione satura e leggermente acida di nitrato di rame; esso consisteva in massima parte di biossido di azoto e lasciava un residuo di 0.3 cc. di azoto. Lo stesso gas esaminato spettroscopicamente conteneva argon, ma non elio.

Il gas raccolto in modo simile dall'acqua su cui aveva agito l'emanazione, esaminato spettroscopicamente, dopo eliminati i gas ordinari, mostrava uno spettro brillante di neon, e nel quale tutte le linee visibili di questo gas furono identificate per confronto con un tubo a neon. Cotesto gas conteneva ancora una traccia di elio; le linee verdi, gialle e rosse erano deboli le linee bleù e quelle violette invisibili, per cui la quantità di elio presente doveva essere piccolissima.

Parte sperimentale [1]).

Prima esperienza, con solfato di rame.

Un campione di ordinario solfato di rame puro, fu ricristallizzato quattro volte; una soluzione satura di questo sale fu trattata, entro un piccolo bulbo di vetro di sodio e calcio,

1) Per brevità di spazio è riportata in succinto la descrizione delle precauzioni prese durante le tre prime esperienze; soltanto a proposito della quarta esperienza esse verranno indicate dettagliatamente.

con l'emanazione ottenuta da bromuro di radio (1
e solfato di radio (10 mgr.), corrispondenti ad 87.7
metallo, supponendo il peso atomico del radio egua
e che i cristalli di bromuro abbiano due molecole
mentre quelli di solfato siano anidri. Ne fu introdott
una porzione, raccolta durante quattro giorni, e
dente a 0.3 mmc. di emanazione. Dopo più di un n
liminò il rame dalla soluzione, trattandola con acido
il residuo dopo evaporazione consisteva principalmen
fato di sodio e di quantità minime di solfato di cal
residuo esaminato spettroscopicamente mostrava la li
del litio. Fu esaminato con lo stesso metodo il cam
ginale di solfato di rame, che aveva servito a prepara
ricristallizzato, usato nell'esperienza; si trovò che e
neva una traccia di litio. Il campione ricristallizzato
sentava tale traccia [1]).

Seconda esperienza, con solfato di rame.

Il solfato di rame per questa esperienza si pre
gliendo in acido solforico del rame metallico, depo

1) Il sig. A. C. Egerton è stato tanto gentile da fare una
stallizzazioni di solfato di rame, a cui era stata aggiunta una pi
quantità di solfato di litio. Era interessante il determinare se si
mente separare il solfato doppio Cu Li_2 $(SO^4)_2$, 6 K^2O dall'eccess
di rame, a mezzo di cristallizzazioni.

Furono fatte due serie di esperienze: in ambedue fu determ
ed il litio nelle prime quattro frazioni di un miscuglio di solfato
traccie di nitrato di litio. Ecco i risultati ottenuti:

		Frazione 1.a	2.a	3.a
I	Rame (metallico)	0.760 gr.	0,827 gr.	0,843 gr.
	Litio (come solfato)	traccie	0,0001 »	0,0007 »
		Frazione 1.a	2.a	3.a
II	Rame (metallico)	0,7008 gr.	0,5065 gr.	0,6426 gr.
	Litio (come cloruro)	0,0001 »	0,0004 »	0,0008 »

Appare perciò poco probabile che dopo quattro ricristallizza
ordinario solfato di rame possa trovarsi del litio nel prodotto cris

solfato con una corrente a 3 volt. L'acido solforico era stato preparato appositamente in Laboratorio col processo del contatto. Si adoperarono dei recipienti di vetro, ma un' accurata analisi di quest' ultimo (nella quale fu adottato il metodo dell' alcool amilico per separare il litio dagli altri alcali allo stato di cloruro). non rivelò la presenza del litio.

Fu seguito lo stesso procedimento, dopo avere introdotta un'eguale quantità di emanazione. Dopo più di un mese fu aperto il bulbo ed analizzato il suo contenuto; si ottenne nuovamente lo stesso risultato. Il residuo di solfati che pesava 1.1 mmg. dava uno spettro brillante di sodio e mostrava di nuovo la linea rossa del litio.

Terza esperienza, con nitrato di rame.

Il solfuro di rame, ottenuto nell'esperienza seconda, disciolto in acido nitrico, fu trasformato in acetiluro, con cloridrato di idrossilammina, ammoniaca ed acetilene. Questo fu il metodo impiegato per separare il rame da tutti gli altri metalli del gruppo dei solfuri. L' acetiluro di rame fu sciolto in acido nitrico diluito, entro un vaso di platino, ed il nitrato evaporato a secchezza. Poi questo fu sciolto in acqua ed esposto con cinque dosi di emanazione, corrispondenti in volume ad 1.5 mmc. La soluzione fu poi lasciata stare per 41 giorni, per un tempo cioè in cui tutta l'emanazione si doveva praticamente essere trasformata. Il nitrato di rame lasciò depositare una traccia di sale basico. Alla fine di questo tempo fu levato via dal bulbo tutto il nitrato di rame, ponendolo in una capsula di platino, e lavando il bulbo con l'acqua più pura che si poteva avere, raccolta in un recipiente lavato col vapor d' acqua. Per precipitare il rame si adoperò una corrente di acido solfidrico, condotto attraverso ad un tubo di platino. Il filtrato, dopo separato il solfuro di rame, fu evaporato fino a secchezza in una capsula di platino e poi calcinato. Pesava 2,48 mgr. Lo spettro era principalmente quello del sodio, ma si trovò anche la linea rossa del litio e se ne confermò la posizione. Essa apparve in modo indubbio.

Il solfuro di rame fu disciolto in acido nitrico ed il
venne, come prima, precipitato sotto forma di acetiluro
mann e Makowka, Zeitsch. anal. Chem. 1907, **46**, 128).
trato si portò a secchezza e si arroventò per decomp
sali di idrossilammina; vi si trovò soltanto una trac
ferro dovuta probabilmente agli acidi impiegati.

Quarta esperienza, con nitrato di rame.

In questa esperienza si usarono le più grandi caute
impedire l'intervento di piccole impurità. I recipienti
ad eccezione del bulbo originale e della pipetta di vetro
di platino e di quarzo. Si impiegarono poi soltanto r
gasosi per ottenere il residuo di alcool.

Si impiegò del solfato di rame « puro » del labor
si sciolse in acqua distillata, della quale 20 cmc. dav
residuo impesabile. Si elettrolizzò questa soluzione,
una corrente di un ampere e 3 volt, facendo depositare
su un di catodo rotante di platino a superficie liscia. Do
ore e mezzo lo strato di rame fu lavato diverse vo
acqua purissima.

Il solvente del rame fu dell'acido nitrico puro ridi
50 cmc. del quale lasciarono un residuo di 0.4 mgr.
sciolta circa la metà del rame; la soluzione quindi ev
a secchezza su bagno-maria, in un recipiente di platin
residuo riscaldato ancora per due ore, per scacciare
tamente le ultime traccie di acido nitrico.

Il nitrato di rame fu disciolto in acqua pura e
entro due bulbi di vetro, fatti a nuovo con lo stess
di tubo. Uno di questi bulbi (I) fu vuotato e saldato;
tro bulbo (II) fu introdotta il 29 Aprile 1907 la ema
raccolta durante dieci giorni; altra emanazione vi fu
aggiunta il 4, 9, e 14 Maggio. Il bulbo fu poi sal
quantità totale di emanazione introdotta era all'in
1,62 mmc.

Dopo il primo giorno apparve nel bulbo II una
nube, mentre il contenuto di I era perfettamente tras
Al secondo giorno il liquido in II era distintament

mentre il nitrato di rame in I era rimasto naturalmente di un bleù chiaro. Il colore verde non aumentò più di intensità.

Il gas residuo dell'emanazione fu raccolto come « *copper gas* ». Si agiva nel modo seguente: si raffreddava con aria liquida il contenuto del tubo e poi si apriva il rubinetto della pompa facendo il vuoto nel bulbo; così si aveva il « *copper gas* ». Si introdusse nel bulbo dell'emanazione con un po' di idrogeno; l'idrogeno fu quindi pompato via ed, in seguito, esaminato. È da notarsi che questo gas veniva usato come sorgente di elio; è possibile che dopo la sua preparazione fossero presenti delle linee di neon, ma questo non è sicuro.

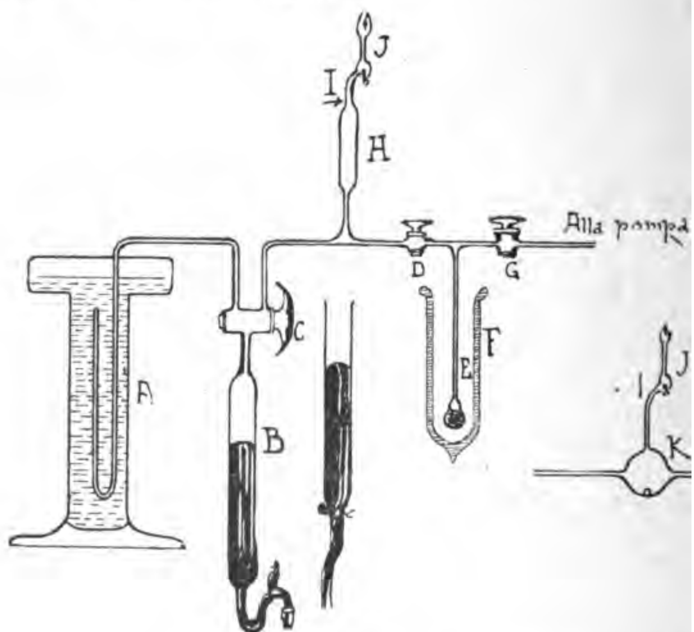
Ambedue i bulbi furono finalmente aperti il 10 giugno; da quello non trattato non si potè pompar via nulla, come era prevedibile.

Per acquistare qualche conoscenza intorno all' azione dell' emanazione sopra il vetro solo, si riempì con acqua pura distillata un bulbo simile ai precedenti e vi si introdusse dell' emanazione il 22, il 29 Maggio ed il 7 ed 11 Giugno; in complesso ve ne furono introdotti mmc. 1,44. — Il bulbo fu aperto il 29 Giugno. Lasciamo il contenuto liquido dei bulbi per ulteriori considerazioni, e prendiamo per ora in esame soltanto il contenuto gasoso.

Analisi dei prodotti gasosi. A tal punto é risultata una curiosa circostanza: pompando fuori per l' ultima volta il contenuto gasoso del bulbo che racchiudeva il nitrato di rame (il « copper gas »), quest' ultimo gas fu naturalmente raccolto sullo stesso tubo nel quale prima era stato introdotto; ma la soluzione di rame non era stata congelata con aria liquida, per potere allontanare *tutti* i gas e non solamente quelli volatili a bassa temperatura. Mescolando il detto gas si osservarono dei fumi rossi; ciò poteva spiegarsi, riflettendo che il biossido di azoto cui era stato ridotto lo ione (NO^3), durante la precedente estrazione di gas era stato congelato e si era quindi accumulato nel bulbo. È noto che il biossido di azoto forma delle combinazioni instabili con il solfato di rame, le quali devono essere rimaste indissociate alla temperatura dell' aria liquida. Il miscuglio dei gas fu poi ben

agitato con mercurio in modo da assorbire l'ipoazotide nalisi fu poi continuata del gas residuo. Il deposito trato mercuroso fu poi trattato con acido solforico co trato per liberare il biossido di azoto, rendendo in q maniera completa l'analisi del miscuglio gasoso.

Il metodo per separare ed esaminare i gas inattivi seguente. Dopo aver tolto l'anidride carbonica con la po vi fu fatta scoccare una scintilla per modo che l'idrogeno sigeno o l'ossido di carbonio e l'ossigeno si combinassero. residuo fu di nuovo trattato con potassa in modo da ass anche quel po' di anidride carbonica che si poteva esser mata dall'ossido di carbonio. Se era necessario, tale zione veniva ripetuta dopo avere aggiunto una quantità surata di ossigeno. L'ossigeno fu poi assorbito col fosf il residuo d'azoto fu introdotto nella buretta B, face passare per il sifone capovolto A.



Il resto dell'apparecchio fu unito con la pompa mezzo di G, e vuotato; G fu poi chiuso; si aprì indi il

netto C, forzando il gas da esaminare ad entrare nell' apparecchio, con l'innalzare il mercurio nella buretta fin sopra il rubinetto stesso, che venne poi chiuso. Il bulbo E, che conteneva carbone di legna, ed era stato scaldato prima in vapore di chinolina, e privato dei gas assorbiti, fu quindi raffreddato con aria liquida, per cui l' argon e l' azoto presenti si condensarono in E. Il tubo H fu involto mediante carta inumidita con acqua, ed avendolo bagnato con aria liquida vi si fece formare un involucro di ghiaccio; in tal modo fu raffreddato il tubo H, per modo che la maggior parte del gas, non condensatosi nel carbone raffreddato, rimase ivi trattenuta. Il rubinetto D fu poi chiuso ed il mercurio mandato attraverso C, fino al punto I; qui fu fatto un identico involucro di carta, bagnata e raffreddata con aria liquida per cui il vapore di mercurio si condensava e non dava il suo spettro nel tubo vuoto. Il tubo vuoto J (il quale al principio dell' operazione era stato arroventato per rimuovere l' idrogeno dagli elettrodi) venne poi chiuso.

Il rubinetto G fu poi aperto e il gas pompato via; il carbone fu di nuovo circondato con chinolina bollente, per essere sicuri di estrarre tutto il gas. All' azoto fu aggiunto dell'ossigeno e, facendovi scoccare la scintilla in presenza di potassa, fu eliminato tutto l'azoto. Il gas venne poi messo in un apparecchio simile a quello ora descritto, ma che differiva da esso perchè, invece del carbone, era stato messo in K del fosforo per assorbire l' ossigeno, l' unico gas rimasto ad eccezione di quelli del gruppo inattivo. Dopo avere assorbito l'ossigeno il mercurio fu rimandato dentro, forzando il gas rimanente a salire nel piccolo tubo vuoto, e di esso fu preso lo spettro dopo avere condensato il vapore di mercurio nel modo anzidetto.

I gas delle diverse soluzioni furono esaminati nel modo suddetto.

La loro composizione era:

	Dalla soluzione di nitrato di rame « trattata »		Dall' H_2O « trattata »		Dal nitrato di « trattato »
NO	1,12	c. c.	—		—
N_2	0,34	»	0,307	c. c.	0,032 c
CO_2	0,27	»	0,065	»	0,009
CO	—	»	0,030	»	—
H_2	0,44	»	3,746	»	0,184
O_2	1,12	»	1,562	»	0,700
	3,29	»	5,710	»	0,925

Dal residuo dei gas sviluppatisi per azione nazione sul nitrato di rame fu tolto l' azoto ancor facendovi scoccare delle scintille in presenza dell' sopra la soda, e levando l' eccesso di ossigeno sopra descritto a mezzo del fosforo nell' appare spettro era quello dell' argon puro; non vi erano di elio, nè di neon. Bisogna però osservare ch notate due linee rosse, approssimativamente delle d' onda 6739 e 6670, le quali non erano prese spettro dell' argon usato come campione. Ora è che dell'aria sia potuta passare attraverso al rubin tre s' introduceva l' emanazione, durante un peri giorni, e mentre il bulbo veniva aperto. Ma, se l'ar derivato solo dall' atmosfera, l'elio sarebbe stato vis spettro; calcolando l' azoto come intieramente atmo quantità corrispondente di argon sarebbe stata app vamente di 3 mmc., e noi sappiamo da esperimen manazione che da mmc. 1,62 di emanazione il elio che si ottiene deve essere circa di 5 mmc., un cioè facilmente visibile in presenza di tanto poco a riteniamo come probabile che non vi siano state che l' azoto sia derivato dal nitrato di rame. Ques del resto, non può venir considerato come defini stabilito finchè non vengano fatte delle esperienz completamente esclusa la possibilità che l' aria poss nell' apparecchio.

Il gas raccolto dall' acqua « trattata » con l'emanazione fu esaminato a mezzo di carbone di legna raffreddato. Il gas incondensabile, spinto nel piccolo tubo vuoto, dava uno spettro brillante di neon, nel quale lo spettro dell'elio era debolmente visibile. Esso fu comparato con un tubo a vuoto contenente del neon atmosferico, ed ogni linea del neon fu identificata con quella del gas ottenuto dall' acqua « trattata ». Adoperando un tubo ad elio per comparazione, si constatò che erano presenti le linee gialle e verdi dell' elio, delle lunghezze d' onda 6677 e 5876, però le altre linee dell' elio erano troppo deboli per essere visibili. V' erano anche delle altre linee presenti, le cui lunghezze d' onda erano all' incirca:

Rosso	6242	intensa	Giallo verde	5828	molto debole	
	6223	debole	»	5806	»	
	6149	»	»	5720	»	
Giallo	6018	»	Verde	5454	»	(Hg = 5461)
	5912	»	»	5259	debole	
			»	4893	molto debole	(H_2 = 4861)
			»	4625	»	

Siccome il gas dal nitrato di piombo era stato prodotto con una sola dose d'emanazione, non ci sembrò utile di esaminare il residuo inattivo, la qual cosa rimandiamo ad una prossima esperienza.

Ricerca sul nitrato di rame. Furono fatte esperienze in parallelo con il nitrato « trattato » e con un campione della stessa soluzione, filtrata in un bulbo della stessa qualità di vetro, nel quale bulbo era stato praticato il vuoto, mantenendolo nelle stesse condizioni come il bulbo contenente il nitrato più l' emanazione. Questi due campioni verranno chiamati rispettivamente I e II.

I conteneva un deposito bianco verdastro; II era del tutto trasparente. Il liquido con il deposito, di I, fu posto in un apposito tubo di quarzo pesato e centrifugato. Il liquido fu versato in un crogiuolo di platino; il deposito solido fu

lavato due volte con acqua pura [1]), aggiungendo l
di lavaggio al contenuto del crogiuolo.

Il residuo seccato a 130° pesava 4,11 mgr. Esso
sciolto in acido nitrico, distillato direttamente da un re
di vetro attraverso un tubo di platino, connesso al re
si ebbe cosi una soluzione bleù.

L'acido nitrico cosi preparato non dava con l'e
zione un residuo sensibile. La soluzione acida fu dilu
acqua distillata e vi fu fatto passare dell'acido solf
mezzo di un tubo di platino. Si produsse un precipita
il quale, insieme al liquido, fu aggiunto a quello
dal resto del nitrato di rame.

Il liquido col precipitato bianco-verdastro, che era
zialmente un nitrato basico di rame, fu trattato an
con acido solfidrico, usando le stesse precauzioni d
Il precipitato dei solfuri fu separato per centrifugazi
tro un tubo di quarzo, usando una nuova pipetta per
tare il liquido sovrastante in una capsula di platino.
operazione fu ripetuta in modo da assicurare la sepa
di tutto il solfuro.

Il filtrato fu evaporato quasi a secchezza su bagn
e poi seccato sopra una fiamma. Il residuo fu sciolto
tro gocce di acqua e posto in una capsula più piccol
acque di lavaggio furono adoperate successivamente
o cinque gocce dell'acqua ridistillata più pura: la s
fu poi evaporata su un piccolo bagno-maria di vetro
mente seccata a 130°.

1) L'acqua, che fu usata per la preparazione del nitrato di ram
trattamento con l'emanazione, fu preparata nel modo seguente. Del
acqua distillata fu ridistillata dentro una boccia di vetro di Jena,
un condensatore di stagno; fu quindi congelata, scotendola violent
metà di questo ghiaccio fu fatto rifondere e filtrato; l'altra parte,
fatta, fu messa in riserva entro un recipiente di Jena trattato
d'acqua.

Prima dell'analisi del nitrato di rame, 20 cc. di quest' acq
un residuo totale appena visibile, assolutamente impesabile ed invis
arroventamento. Il residuo dell'evaporazione, dopo che l'acqua era rim
per tutto il tempo dell'analisi, fu forse percettibilmente un po' pi
ma però di una quantità trascurabile.

La capsula fu quindi posta, mentre era ancora calda, sopra un vetro da orologio. Il residuo pesava mgr. 1,67; esso mostrava molto accentuato lo spettro del sodio, debolmente quello del calcio, e la linea rossa del litio, che fu identificata e comparata con lo spettro del cloruro di litio. La posizione di questa linea era fuori di ogni dubbio.

Venne fatto un miscuglio di cloruro di sodio e di litio, in modo da poter approssimativamente valutare la percentuale del litio presente. Quando il litio era presente nella proporzione del 0,01 °/₀ rispetto alla quantità del sodio, l' intensità della linea rossa del litio era comparabile con quella del residuo ottenuto dalla soluzione di nitrato di rame. La quantità totale del litio può esser quindi valutata di 0,00017 mgr.

II. La prova in bianco fu condotta nello stesso e preciso modo. Si ebbe un residuo di 0,79 mgr. Si constatò lo spettro del sodio (fortissimo) e del calcio (debole); non si potè osservare la minima traccia della linea del litio. Ripetendo la prova si ebbe lo stesso risultato.

I. Il solfuro di rame fu posto entro un becher di vetro pulito e riscaldato con acido cloridrico puro distillato. Poichè non era più necessario escludere gli alcali, si usarono acque distillate ordinarie e vasi di vetro. Il precipitato si sciolse lasciando un piccolo residuo di solfo. Si filtrò il liquido entro una beuta e vi si condusse attraverso dell' ammoniaca gasosa fino a ridisciogliere l' idrato di rame dapprima precipitato.

Si aggiunsero poi dei cristalli di cloridrato di idrossilammina e si riscaldò; quando la soluzione era divenuta del tutto incolore, vi si fece passare per qualche minuto dell' acetilene. Si raccolse su filtro l' acetiluro ramoso e si ripetè l' operazione; però la soluzione non dette più alcun precipitato, nemmeno in capo a parecchie ore. Il filtrato, dopo la separazione dell' acetiluro, non dava precipitato con acido solfidrico, ma, acidificandolo con acido cloridrido, si produceva un precipitato essenzialmente costituito di solfo. Il residuo fu sciolto in acqua regia; la soluzione così ottenuta non dava colorazione bleù con l' ammoniaca; essa fu evaporata a secchezza, il residuo disciolto in acido cloridrico, evaporato nuovamente a

secchezza e ripreso infine con una goccia di acqu
tima soluzione dette con acido solfidrico un tenu
nero, troppo piccolo per essere ulteriormente ana

L'acetiluro di rame fu trasformato in solfa
come tale. Il peso corrispondeva a gr. 0.815 di
rame, che era appunto la quantità prima trattata
nazione.

II. L'esperienza in bianco fu condotta nella
cisa maniera; la sola differenza fu che non si tr
traccia di precipitato nero nel liquido filtrato e s
l'acetiluro di rame. Il peso del precipitato ottenut
deva a gr. 0.968 di nitrato di rame. Faremo ogget
ricerche il precipitato nero se sarà possibile ottene
tità maggiore.

Ricerca sul nitrato di piombo. Anche in qu
esaminò un campione non trattato insieme all'alt
esposto all'azione dell'emanazione. Come prima
I il campione trattato e II quello non trattato.

I. Il campione trattato venne travasato in un
platino, lavando il bulbo di vetro con l'acqua di
pura [1]). Vi si aggiunse poi dell'K^2SO^4 diluito (pro
boratorio col processo del contatto e privo di
a che più non si aveva precipitato. Si separò il
centrifugandolo in un tubo di quarzo, e si traspor
dei solfati in un becher di vetro. Si decantò il liq
capsula di platino, si evaporò a secchezza per scac
solforico, vi si aggiunse dell'acqua e poi vi si
stato gasoso dell'acido cloridrico. Vi si fece poi gi
corrente di acido solfidrico, centrifugando il preci
dei solfuri. Il liquido fu decantato in una capsul
ed evaporato a secchezza su bagno-maria; si ripr
acqua e si condusse attraverso a tale soluzione de
ridrico gasoso e quindi dell'ammoniaca. Si ebbe
un tenuissimo precipitato bruno-rossastro, simile al

1) La boccia di lavaggio era interamente di vetro; non v
grasso, e la boccia venne trattata al vapore prima d'introdur
stillata.

rico, che si separò per centrifugazione in tubo di quarzo, ponendo la soluzione in capsula di platino. La soluzione fu evaporata ed il residuo arroventato per eliminare i sali di ammonio; si ebbe un residuo di mgr. 0,45. Però un po' ne era già stato tolto per delle esperienze spettroscopiche; il peso originale doveva essere di 0,6 o 0,8 mgr. Lo spettro osservato era soltanto quello del sodio; non era visibile nè calcio, nè litio; il precipitato bruno-rossastro dava la reazione del ferro.

II. L'esperienza in bianco dette risultati del tutto eguali ai precedenti.

I. Il precipitato di solfato di piombo fu disciolto in idrato sodico preparato dal sodio con alcool (in questo idrato sodico vi era presente del ferro come impurezza). Rimase insolubile un piccolissimo residuo, distinto dal precipitato fioccoso dell'idrato ferrico. Sciogliendo quest'ultimo in acido cloridico, rimasero indisciolti alcuni grani di una polvere nera. Questi ultimi non furono osservati in II; l'idrato ferrico si discioglieva completamente e tutto di un tratto.

I. Il precipitato di solfuro di piombo, ottenuto facendo passare l'acido solfidrico attraverso il liquido dal quale si era separato il solfato per centrifugazione, fu disciolto saturando il liquido con acido cloridrico e riscaldando. Rimase un residuo di cristalli tubulari, incolori, a sei facce e qualche granellino giallo-rossiccio.

Tutto il liquido fu evaporato a secco dopo aver separato il cloruro di piombo. Si aggiunse dell'alcool e, separato il cloruro di piombo per centrifugazione, si evaporò lo stesso alcool a bagno maria in capsula di quarzo. Anche qui fu osservato il residuo di cristalli bianchi, ed anche la polvere gialla simile a quella or ora descritta. Le prove in bianco, II, non dettero nè cristalli nè granuli gialli.

Ambedue i residui, tanto quello dal rame quanto quello dal piombo, erano sfortunatamente così tenui che la loro analisi presentava eccessive difficoltà. Tenteremo di averli in quantità più grandi, usando delle quantità maggiori di emanazione ed un bulbo di quarzo. Quest'ultimo è in preparazione ed adoperandolo potranno essere eliminate le obbiezioni derivanti da un possibile attacco del bulbo di vetro. Queste esperienze devono

essere considerate come preliminari. È necessario di sapere dove debbasi ricercare l'ignoto, prima di poter compiere delle esperienze concludenti.

Esame dell'acqua trattata con l'emanazione. Dopo essere stata esposta all'azione di mmc. 1.422 di emanazione, l'acqua, già liberata dai gas, fu agitata entro un bulbo con dell'etere puro, distillato da poco. Si provò con il solfato di titanio se l'etere contenesse acqua ossigenata e si ebbe una debole colorazione gialla che ne indicava la presenza in piccola quantità. Questo fatto è in contradizione con l'osservazione fatta prima, allorchè l'acqua si faceva evaporare su anidride fosforica e non si avevano gas. Si può supporre che l'acqua ossigenata si decomponesse durante questa evaporazione; è anche possibile che essa fosse assorbita dalla stessa anidride allorchè i suoi vapori lentamente venivavo in contatto con quella.

L'acqua rimanente fu quindi evaporata fino a secchezza in capsula di platino; il residuo era un po' deliquescente e pesava 0,71 mgr. Tale residuo dava lo spettro del sodio (intenso) e del potassio (debole), ma non del litio.

Può supporsi che i residui di alcali ottenuti nelle esperienze in bianco col rame e col piombo « non trattati », nonchè col solo vetro, essendo tutti approssimativamente dello stesso peso, siano in realtà derivati dal bulbo di vetro. Và però notato il peso maggiore del residuo di alcali ottenuto dal nitrato di rame « trattato ». Questa circostanza può ben difficilmente essere fortuita. Ma alcune esperienze con tubi di quarzo mostreranno se questo eccesso sia veramente reale, ovvero dovuto al caso.

Discussione dei risultati.

In cotesta serie di note è stato accennato al fatto che l'emanazione del radio, durante la sua spontanea scomposizione, cede una enorme quantità di energia. Si è pensato che questa energia fosse dovuta all'emissione esplosiva di *particelle* α, le quali possono essere concepite come identiche con l'elio. Siano o no giuste queste supposizioni, tali particelle

possono essere considerate come delle piccole masse di dimensioni molecolari, moventisi con grandissima velocità. Ma quello che deve ammettersi si è che, giacchè l'emanazione presenta una grande assomiglianza con i gas inattivi della serie dell'argon, tanto per il carattere del suo spettro che per la indifferenza di fronte ai reagenti chimici, essa, secondo tutte le probabilità, appartiene a tale serie, e noi abbiamo già suggerito che il suo peso atomico sia all'incirca 216,5. Se essa è lasciata sola in un recipiente di vetro o se vien mescolata con ossigeno ed idrogeno è noto come generi elio quale uno dei suoi prodotti; la qual cosa fu dapprima mostrata da Ramsay e Soddy, tale osservazione venendo poi confermata da Indrikson, Debierne, Giesel, Curie e Dewar, Himstedt e Meyer.

Ora sembra che quando essa viene disciolta in acqua, fra i suoi prodotti gasosi generi quasi esclusivamente neon; le tracce di elio osservate sono con tutta probabilità prodotte dalla parte non disciolta e gasosa dell'emanazione. Quando contemporaneamente è presente in soluzione un sale di rame, l'elio, se pure è presente, non può venir scoperto, ed il solo prodotto è l'argon, mescolato forse con tracce di neon. Può tuttavia obbiettarsi che l'argon formato in presenza del solfato di rame sia derivato dall'azoto atmosferico che può esser penetrato attraverso il rubinetto.

Allo stato attuale della questione è però impossibile di escludere tale probabilità; ma la presenza dell'argon non può giustificare l'assenza dell'elio, ed è notevole come la quantità di azoto sia quasi esattamente la stessa tanto quando è presente l'acqua, che quando è presente il solfato di rame, per quanto le condizioni non sieno affatto le stesse. Noi diciamo:

1) che l'elio e le particelle α non sono identiche,

2) che l'elio risulta dalla *degradazione* della grande molecola dell'emanazione per il suo bombardamente con le particelle α.

3) che questa degradazione, quando l'emanazione è sola o mescolata con ossigeno ed idrogeno, risulta formata del membro più basso della serie inattiva, cioè di elio,

4) che se particelle di massa maggiore dell'idrogeno ed ossigeno, sono associate con l'emanazione, per es. acqua

liquida, allora la degradazione dell' emanazione è meno completa e si produce neon.

5) che quando sono presenti molecole di maggior peso e complessità, come nel caso in cui l' emanazione è disciolta in una soluzione di solfato di rame, allora il prodotto della degradazione dell'emanazione è l'argon.

Noi siamo inclinati anche a credere che:

6) anche il rame venga travolto in questo processo di degradazione e venga ridotto al termine più basso della sua serie, precisamente al litio. E nello stesso tempo, poichè il peso del residuo di alcali originatosi quando il nitrato di rame è presente è doppio di quello ottenuto nell'esperienza in bianco o dall' acqua sola, non è esclusa la supposizione che il prodotto principale della degradazione del rame sia il sodio. In favore di tale ipotesi devesi ricordare che il sodio è un elemento molto più comune del litio, e può venire riguardato come più stabile e quindi come più facilmente producibile.

Può anche osservarsi che il sodio « prodotto » dal rame, se è giusta l' ipotesi suddetta, corrisponde ad un numero enormemente più grande di molecole di quello che non sarebbe se si fosse formato elio. Ciò è vero, ma si deve pur ricordare che le probabilità di collisione fra una molecola di emanazione disgregantesi con un atomo di rame, sono infinitamente maggiori che non quelle di collisione con i suoi propri atomi, giacchè il numero degli ioni di rame è considerevole nella soluzione.

Abbiamo in corso esperienze che confermano queste vedute e dalle quali sembra che una soluzione acida di nitrato di torio produca continuamente dell'anidride carbonica. Tale osservazione è stata fatta tre volte, ad intervalli di sei mesi fra l'una e l' altra osservazione, ma rimandiamo la pubblicazione dei risultati di questa espesienza a dopo una quarta prova che faremo insieme ad una prova in bianco.

È evidente che le ricerche sopra descritte costituiscono semplicemente uno sguardo preliminare al campo da esplorarsi e che molto lavoro deve ancora farsi prima che l' ipotesi emessa possa prendere consistenza.

VARIAZIONI DELLA RESISTENZA ELETTRICA DEL NICHEL ASSOGGETTATO A DEFORMAZIONE.

G. ERCOLINI.

1. — Le trasformazioni che subisce la materia sottoposta ad azioni deformatrici sono funzioni sì complesse di tutte le forze che la sollecitano, che la deformazione risultante non può servire di misura all'*incrudimento (alterazione)* generato.

Di qui la necessità di ricorrere ad altri mezzi che ci diano almeno delle cognizioni utili intorno ai diversi stati pei quali la materia successivamente passa.

Uno dei più semplici è certo la misura della resistenza elettrica; se non che per la sua razionale applicazione nasce in generale una grave difficoltà.

Se, infatti, un filo metallico fosse perfettamente omogeneo, e come materia e come forma, o si deformerebbe mantenendosi cilindrico, o finirebbe col sezionarsi in modo regolare come una vena liquida. In realtà invece esso comincia a strozzarsi in una o più regioni e finisce col rompersi fra due strati in cui la coesione è minima.

Se dunque non si può ammettere che la forma del filo durante la deformazione è rimasta esattamente cilindrica, la misura della sua resistenza elettrica può portare a risultati numerici certi e a conclusioni legittime, nel solo caso in cui le variazioni osservate siano di senso contrario a quello che le strizioni possono produrre.

In queste particolari condizioni si trova il nichel che, al contrario di quasi tutti i metalli, diminuisce, com'è noto [1]), la sua resistenza allorchè è assoggettato a trazione crescente, almeno fino ad un certo punto, per poi aumentare in seguito.

Il nichel offre dunque un caso molto utile per l'esame *fisico* delle sue deformazioni, e ne ho fatto perciò uno studio speciale che, sotto questo punto di vista, mancava.

[1]) Tomlinson, Phil. Trans. of the Roy. Soc., 1883.

Ho eseguito ogni esperienza su di un filo nuovo e ne ho esaminati 90. Provengono tutti da uno stesso rocchetto di filo crudo del diametro di cm. 0,03 che, con un sol passaggio alla filiera, è portato a cm. 0,024 e non sono saggiati che dopo un lungo riposo.

2. — Adottando il metodo seguito in ricerche precedenti [1]), ho in principio adoprato un galvanometro D'Arsonval con opportuna resistenza esterna e munito di espansioni polari che, come ho riscontrato, rendono le deviazioni, per una sufficiente estensione, proporzionali ai cambiamenti di resistenza del lato variabile del ponte.

Speravo di produrre sui fili deformazioni continue, e ottenere, in tal modo, con continuità le variazioni conseguenti della loro resistenza.

Purtroppo però quando un filo si deforma le deviazioni del galvanometro riescono irregolarissime. Si è quindi costretti a fare le misure dopo aver prodotto le deformazioni, e perciò ho usato il galvanometro a piccola resistenza, che già mi servì, mettendomi nelle stesse condizioni di sensibilità (è dato apprezzare una variazione di 0,000005 della resistenza totale).

Numerose prove preliminari mi hanno mostrato che non è indifferente, sul valore delle resistenze che si trovano, il tempo che passa tra la fine della deformazione e il momento in cui si fa la misura. Così se questa, nel caso della trazione (chè da questa ho cominciato) si eseguisce *subito dopo* aver fatto agire un peso, al crescer di questo si ottengono, in generale, da principio diminuzioni più grandi (anche del 7 °|₀) e poi aumenti più piccoli (anche del 30 °|₀) di resistenza di quel che si ha quando si aspetti un tempo sufficiente dopo l'azione del peso.

Se si eseguiscono di seguito diversi cicli di trazione, per es. da 100 g. a 1900 g., nel primo caso le resistenze che si trovano sotto un dato peso vanno crescendo col numero dei cicli, nel secondo diminuiscono: e le diminuzioni sono più piccole (intorno al 17 °|₀) degli aumenti, e diverse (maggiori)

1) Nuovo Cimento, gennaio-febbraio, 1907.

nel periodo di diminuzione di resistenza dei fili e in quello di aumento. Tutto ciò dipendentemente dall' ampiezza dei cicli: chè per trazioni più piccole le diversità si attenuano, senza però scomparire interamente.

Questi fatti vanno attribuiti sia alle variazioni termiche provocate dalle deformazioni, sia all' azione susseguente del peso; nè può farsi la parte delle une e dell' altro se non, forse, ricorrendo alla misura delle prime, ciò che i mezzi non mi hanno consentito.

Il fatto però che l' azione del peso, anche per parecchie ore di seguito, non produce variazioni di resistenza che estremamente piccole (di 0,1 o 0,2 °/₀) rispetto a quella che i fili assumono 10 minuti dopo che esso ha gito, parrebbe indicare che la prima causa è preponderante; a meno che non si possa attribuire ai piccoli allungamenti susseguenti un' azione varia nei diversi casi e ben più grande di quella prodotta da allungamenti uguali che l' aumento di carica genera.

Ad ogni modo i precedenti fenomeni, che con diversa intensità si producono anche nelle altre deformazioni, indicano chiaramente la necessità di stabilire con precisione le condizioni in cui le misure di resistenza debbon farsi per avere risultati confrontabili.

Quelle che riporterò in seguito sono eseguite aspettando un tempo sufficientemente ed egualmente lungo dopo che una deformazione è avvenuta, però variabile con la specie di questa.

Nonostante poi che i due lati contigui del ponte siano costituiti dal filo in esperienza e da uno uguale, che serve di confronto, ho trovato utile non usare corrente troppo intensa, e perciò ho adoprato una sola daniell grande, procurando di chiuderne il circuito pel più breve tempo possibile, ed ho sempre preso sul reocordo la media delle posizioni di zero relativa ai due sensi della corrente.

In tali condizioni ho eseguito lo studio parallelo e dei fili rincruditi col passaggio alla filiera, e dei fili ricotti; ciò che non si era ancora fatto.

Per ogni singola deformazione comincio a riportare i risultati relativi alla prima specie di fili.

3. — Trazione. — Gli apparecchi adoprati sono quelli descritti in precedenti mie pubblicazioni [1]; i fili sono lunghi 1 m.

Riporto i principali risultati forniti da due di essi; per Ni_{11} le letture di resistenza e di allungamento son fatte 10 minuti dopo l'applicazione dei pesi P (operata automaticamente); per Ni_9 son fatte immediatamente dopo. Nelle colonne $d\rho$ sono riferite, per semplicità, le differenze fra le resistenze trovate e quella iniziale ρ dei fili sotto 40 g. (peso del pezzo metallico che collega la loro estremità inferiore alla leva deformante); si parte sempre dalla trazione di 100 g., necessaria per mettere in tensione i fili.

Gli allungamenti dl sono in divisioni della scala, ciascuna delle quali vale circa 1 micron.

Non ho creduto conveniente usare cariche più grandi, per non complicare lo studio con deformazioni permanenti considerevoli.

P	Ni_{11}				Ni_9	
	1° Ciclo		2° Ciclo			
	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl
100 g.	0,000092	0,5	—	—	0,000103	—
221	164	17	0,000483	20	144	18
550	275	59	585	60	288	60
1000	370	115	625	114	390	116
1450	255	171	575	168	400	172
1780	154	212	454	207	298	214
1900	122	224	441	218	236	228
1780	194	216	503	209	257	218
1450	400	177	688	171	298	178
1000	544	121	880	116	411	124
550	606	65	1024	59	431	68
221	503	22	800	18	236	26
100	513	6	820	3	83	10

1) Nuovo Cim., genn.-febb., marzo, 1906.

Se nel piano $P - d\rho \times 10^6$ (ordinate negative) si rappresentano i risultati, si ottengono le curve della fig. 1: quella

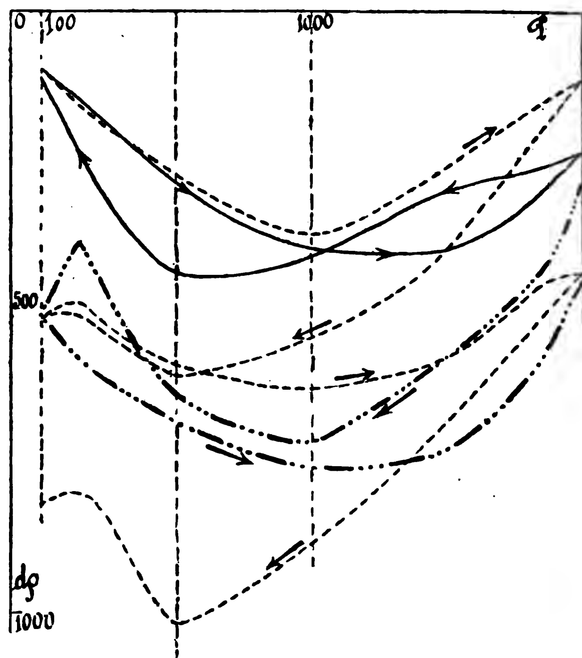


Fig. 1.

a segno continuo appartiene a Ni_9 ($\rho = \omega\, 0{,}826390$), l'altra a tratti a Ni_{11} ($\rho = \omega\, 0{,}825761$).

Esaminando le curve di prima trazione si scorge subito che esse hanno andamento diverso: quella di Ni_9 presenta il minimo per $P = 1450$ g. mentre Ni_{11} lo ha a $P = 1000$ g. Questo risultato si è presentato con diverse altre coppie di fili: sembra quindi generale, come è generale il fatto che il tempo pel quale P agisce eleva le curve di $d\rho$. Nel rilasciamento invece i minimi delle curve avvengono allo stesso P.

Fermandosi a considerare il comportamento di Ni_{11}, si vede che nel rilasciamento la resistenza diminuisce e passa per un minimo che non coincide però con quello di prima trazione: vi ha un ritardo sensibile a prodursi un aumento

di resistenza; questa passa poi per un massimo, per diminuire leggermente nei carichi più piccoli.

In principio della seconda trazione si produce un *aumento* di resistenza: la diminuzione si verifica con ritardo rispetto a quella osservata nella prima deformazione, ma avviene poi fino ad un minimo, in corrispondenza a quello di prima trazione. Nel secondo rilasciamento si ripete, più esagerato, l'andamento trovato nel primo.

Come si vede la resistenza a un dato peso *va sempre diminuendo,* ma col crescer del numero dei cicli tale diminuzione si attenua assai, come ho potuto riscontrare con tre fili Ni_{13}, Ni_{14} e Ni_{16} coi quali ho descritto 3, 4 e 8 cicli.

Le cose procedono diversamente, se si descrivono i cicli partendo da principio dal carico massimo. La curva della fig. 1 a tratto e punto rappresenta i risultati seguenti dati dal filo Ni_{19} ($\rho = \omega\, 0,827002$), su cui da prima si è fatto gravare tutto il peso e poi si è descritto il ciclo cominciando dal rilasciamento.

	Ni_{19}	
P	$d\rho$	dl
1900 g.	0,000277	—
1780	427	— 10
1450	573	— 46
1000	718	—100
550	646	—156
221	389	—198
100	502	—218
221	584	—202
550	677	—160
1000	759	—106
1450	728	— 54
1780	564	— 14
1900	441	4

Qui i minimi di resistenza avvengono sempre allo stesso peso (P ± 1000 g.) che coincide con quello di prima trazione che in Ni_{11} ha lo stesso effetto, ma è molto più grande il mas-

simo che si trova al rilasciamento, mentre la seconda trazione non genera da principio aumento di sorta.

Se poi si descrivono dei cicli tra 100 g. e 1000 g. succede che nei rilasciamenti la resistenza diminuisce sempre, ma in principio della seconda trazione *aumenta*, assai di più che nei precedenti casi. Il filo Ni_{12} ($\rho = \omega\, 0{,}825345$) ha infatti dato questi risultati:

Ni_{12}

P	1° Ciclo		2° Ciclo	
	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl
100 g.	0,000081	1	—	—
221	153	18	0,000327	20
550	298	60	399	61
1000	358	116	471	116
550	348	61	471	60
221	409	20	645	20
100	450	6	655	6

Tutti questi fatti dimostrano chiaramente che le modificazioni a cui va soggetto il nichel crudo per effetto della trazione *dipendono molto dal modo con cui si cimenta*; le diversità che ne nascono sono rilevanti, più assai di quello che le curve di trazione ci rivelino.

Queste infatti risultano costituite da rami molto vicini fra loro, sono *sinistrorse* e non presentano alcuna singolarità avendo anche per lo stesso peso massimo praticamente la stessa inclinazione media.

4. *Fili ricotti.* — Come, a parità di peso, le deformazioni, così le variazioni di resistenza, le diminuzioni comprese, riescono in tal caso molto più grandi che pei fili crudi.

Riferisco i risultati relativi a Ni_{40} ($\rho = \omega\, 0{,}811125$) e Ni_{40} ($\rho = \omega\, 0{,}808121$) ricotti con una corrente di 3,8 ampère per 30 s.

P	Ni_{40} 1° Ciclo		2° Ciclo		8° Ciclo	
	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl
40 g.	0,000779	—	—	—		
50	964	11	0,000246	42		
80	2169	34	656	59		
112	1190	56	840	78		
190	1097	105	769	116		
262	646	140	544	138	0,000636	136
190	851	118			—	—
112	954	80			759	88
80	687	60			—	—
50	318	48			— 62	56
40	185	35			— 236	46

Ni_{49} P	$d\rho$	dl
50 g.	0,000100	—
128	1764	30
350	1198	75
500	821	108
650	513	134
500	557	120
350	569	98
128	574	70
50	359	56
128	575	68
350	769	98
500	605	124
650	462	137

Nonostrante che in Ni_{40} la carica massima sia 0,14 di quella usata per fili crudi, le variazioni di resistenza sono molto più grandi: la prima diminuzione è quasi sestupla di quella che un peso oltre **12** volte più grande produce in Ni_{11}. Le succede poi un aumento abbastanza rapido in principio, assai lento in seguito.

La curva del rilasciamento, al contrario di ciò che avviene pei fili crudi, presenta un minimo per un peso *più grande* del precedente e al quale si palesano pure i minimi successivi.

Col ripetersi dei cicli le curve si innalzano tanto da passare nella regione *positiva* del piano $P - d\rho$; ciò non essendo spiegabile con le deformazioni residue che si verificano, indica che i fili si incrudiscono, e in modo assai diverso, di quando non sono ricotti.

Un comportamento un po' differente è presentato da Ni_{49} in cui al rilasciamento il minimo di resistenza avviene per lo stesso peso (128 g.) che nella prima trazione; nella seconda invece si produce, come in Ni_{40}, per un peso maggiore.

Le curve che rappresentano i risultati dei due fili sono diverse, ma diverso è il modo di variare del peso traente;

quindi è da ritenersi che, anche pei fili ricotti, i mutamenti di resistenza generati dalla trazione dipendano dalla maniera con cui questa si produce.

In generale però il comportamento dei fili ricotti differisce da quello dei crudi e, naturalmente, dipende dalla durata del ricocimento.

Ho esaminato diversi fili variando, da 15 s. a 270 s. il tempo che la stessa corrente di 3,8 a. li percorre: ma i resultati sono riusciti di una grande complicazione. D'ordinario al crescer del tempo aumentano le variazioni di resistenza e gli allungamenti che un dato peso produce, ma non sempre, chè da 90 s. a 270 s. si ottiene spesso una diminuzione. Ciò è da ascriversi o alle azioni chimiche del mezzo durante il ricocimento, o all'occlusione di gas, o a cristallizzazioni interne, o alla diversa distribuzione di temperatura, o al diverso raffreddamento, o, infine, a tutte queste cause insieme.

Perciò ho scelto per tutte le esperienze la durata di 30 s., alla fine dei quali i fili si trovano al rosso scuro e presentano sempre risultati fra loro concordanti; e sempre per un filo ricotto intendo un filo che è stato percorso da 3,8 a. per 30 s.

5. — TORSIONE. — Con gli apparecchi altra volta adoprati (l. c.) ho studiato la variazione di resistenza con la torsione dei fili sottoposti a carichi differenti.

Riporto qui due casi estremi in cui Ni_{15} ($\rho = _{\omega}$ 0,821317) è torto sotto il peso costante di 50 g., Ni_{20} ($\rho = _{\omega}$ 0,819780) sotto 1900 g.; α è la torsione, C indica le coppie in unità arbitrarie e le misure si fanno sei minuti dopo aver prodotta la torsione.

Ni₁₅								Ni₂₀			
1° Ciclo				2° Ciclo							
α	C	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl
50 g.	—	0,000021	—					1900 g.	—	—0,000051	—
85°.5	70	— 150	1	99°.0	— 93	—0,000102	— 2	78°.0	100	— 10	5.8
298°.5	255	— 338	1	307.3	53	— 225	—2.6	285.0	235	— 123	7
597.5	422	— 365	0	587.0	223	— 487	— 4	585.3	475	— 389	9.8
898.5	633	— 984	— 2	911.7	461	— 841	—5.4	898.0	673	— 779	14.8
1145.0	785	— 1220	— 4	1152.6	640	— 1179	— 6	1140.5	800	— 1046	20
1229.0	811	— 1384	—4.5	1242.5	674	— 1272	— 6	1230.0	842	— 1220	23
1164.0	634	— 1261	—4.5	1165.0	624	— 1159	—6.2	1151.0	764	— 1087	23.8
928.5	470	— 1045	—4.5	939.0	431	— 954	—6.3	909.2	602	— 687	23.4
620.2	230	— 718	— 4	620.0	263	— 543	—6.6	600	355	— 225	23
319.5	45	— 244	— 2	322.0	55	— 72	—6.8	305	120	113	23
102.5	—104	— 20	— 2	102.5	— 54	124	—7.1	87	— 30	185	23
28.0	—150	31	— 2	29.7	—120	154	—7.0	18	— 51	211	23

Si vede che la torsione aumenta considerevolmente la resistenza, ma di meno più grande è il carico P; nè ciò sembra interamente da attribuirsi, almeno in principio, agli allungamenti da esso generati in Ni_{20}, mentre poi Ni_{18} si accorcia.

Per quanto lo consente la legittimità del confronto, dai risultati offerti ora da Ni_{18} e Ni_{20} e quelli di Ni_{11} nella trazione deve concludersi che l'allungamento prodotto da questa, ed uno uguale dovuto a torsione, portano il nichel a stati fisici molto differenti.

La detorsione diminuisce rapidamente la resistenza tanto da portarla in ultimo ad un valore inferiore all'iniziale, più grande maggiore è P.

Le successive torsioni e detorsioni producono, in generale, variazioni più piccole.

I fenomeni riescono più interessanti se si descrivono dei cicli bilaterali più ampi: il filo Ni_{21} ($\rho = \omega$ 0.830085), sotto P = 50 g., ha dato questi risultati:

Ni_{21}

α	C	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl
500 g.	—	0,000215	—	—	—	—	—
521°.0	340	61	4.0	— 372.0	— 610	—0,000518	15.0
1053°.5	682	— 937	5.6	— 802.1	— 800	— 1005	16.0
1520.2	923	— 1383	8.4	— 1134.0	— 940	— 1272	17.8
1895.0	981	— 1621	14.0	— 1325.9	—1055	— 1341	17.8
2143.0	993	— 1672	14.0	— 1477.3	—1146	— 1334	19.4
2225.5	993	— 1652	15.2	— 1517.5	—1200	— 1330	19.8
2134.0	902	— 1498	14.4	— 1467.5	—1165	— 1314	19.8
1883.0	704	— 1234	14.4	— 1310.0	—1095	— 1262	19.8
1488.3	436	— 648	13.6	— 1027.0	— 924	— 852	19.4
1017.0	121	— 31	13.6	— 672.3	— 765	— 257	19.2
554.2	— 160	266	13.6	— 217.0	— 531	318	20.3
90.0	— 412	51	14.4	253.0	— 310	280	20.3
				781.5	13	— 288	20.4
				1324.5	264	— 923	21.9

Nel piano α — C e $d\rho \times 10^6$ (ordinate) sono rappresentati dalla fig. 2 ove a segno continuo è riportato l'andamento della coppia e a tratti quello di $d\rho$ con la torsione.

Dopo l'aumento dovuto alla torsione, la resistenza dimi nuisce colla detorsione fino ad esser minore dell'iniziale, pass per un minimo, quando la lunghezza del filo si mantiene sen sibilmente costante, e poi *cresce avanti che cominci la tor sione in senso inverso* che seguita quest'aumento; ma a cop pia nulla la resistenza è già minore dell'iniziale: a torsion nulla, invece, è molto prossima al suo valore primitivo.

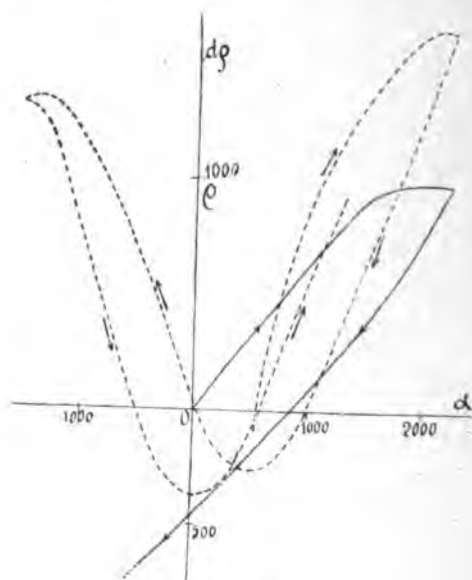


Fig. 2.

La seconda detorsione produce un effetto simile, ma il minimo è dell'altro più grande e più prossimo all'asse della ordinata; a coppia nulla la resistenza è già assai al di sopra del valore primitivo, mentre a torsione nulla è assai inferiore.

Così anche la resistenza alettrica dimostra che, tanto al ritorno a coppia nulla, come ad azimut nullo, lo stato dei fili è ben diverso dall'iniziale, diverso da un' operaziene all'altra, diverso nei due casi.

Ma anche qui il metodo elettrico si mostra più sensibile e più semplice dell'esame elastico. Mentre, infatti, la curva delle coppie presenta nel ramo ascendente la forma caratteri-

stica propria di altri metalli, quello di detorsione — torsione a — α e l'altro di ritorsione si sovrappongono sensibilmente. Non è che fermandosi nei vari punti della curva ed esaminando le diverse proprietà elastiche risultanti che si riescirebbe a vedere i differenti stati ivi assunti dalla materia, che il metodo elettrico mostra invece d'un colpo con un sol filo.

Singolare è la forma delle curve di $d\rho$ verso gli estremi delle torsioni: il loro arrotondamento rivela che la resistenza finisce per decrescere; e poichè niente di simile si osserva per ampiezze più piccole (Ni_{15}, Ni_{20}), e d'altra parte, pel moto sinusoidale del dinamometro che le produce, le ultime torsioni essendo più piccole delle precedenti, devesi pensare che dopo una grande torsione, una piccola produce *diminuzione*, anzichè aumento di resistenza, come ho trovato che realmente succede. Così, per es., Ni_{33} ($\rho = \omega$ 0.826095) ha dato i seguenti risultati:

Ni_{33}

α	C	$d\rho$	dl
500 g.	—	0.000072	—
84°.5	33	21	2
1012.0	680	— 790	6
2061.5	990	— 1507	15
3136.0	1040	— 1672	28
3219.0	1050	— 1652	28.8
2330.3	300	— 534	28
1110.0	— 300	— 195	28.4
67.0	— 670	— 800	30
— **21.5**	— 760	— 923	31
— 994.0	— 860	— 1293	34
—2065.3	— 950	— 1579	40.8
—2155.0	— 960	— 1515	41.0

Le piccole torsioni operate sono sottolineate: le corrispondenti variazioni di resistenza mostrano appunto che una piccola torsione in principio produce un aumento di resistenza, ma quando α è grande genera invece una *diminuzione*, maggiore più grande è il carico P a cui è assoggettato il filo in

esperienza, ma non attribuibile al troppo piccolo allungamento che origina.

Era naturale vedere se, prolungando la torsione fino al possibile, la resistenza elettrica non finisce col diminuire al crescer di α. Ho perciò aumentato gradualmente la rotazione del dinamometro di 60° in 60°, che producono la minima variazione apprezzabile con nettezza; verso i 9 giri i fili si rompono.

Per brevità riporto solo in principio (fino a $\alpha = 1009°$) i risultati offerti da Ni_{56} ($\rho = \infty$ 0.851028):

Ni_{56}

α	C	$d\rho$	dl
250 g.	—	0.000149	—
55°,0	12	**210**	1
111.0	86	**252**	2
167.1	126	221	2
224.0	140	180	2
272.0	270	**200**	2
330.4	300	118	2
386.0	340	67	2
440.5	400	— 5	2
495.0	450	— 46	2
552.5	473	— 169	2
610.5	500	— 323	2
667.0	530	— 477	2
723.4	563	— **457**	0
779.5	603	— **384**	0
836.0	640	— **375**	0
894.0	653	— 436	0
952.0	680	— 518	0
1009.5	703	— 570	0

Essi mostrano intanto che una torsione iniziale *molto piccola* produce una *diminuzione* di resistenza, come ho potuto constatare con altri fili torti sotto carichi differenti, che seguita poi a verificarsi per valori tali di α (111°) che, prodotti invece d'un subito, genererebbero aumento (Ni_{33}).

La resistenza poi in generale cresce con la torsione, ma non con continuità: i numeri sottolineati indicano le prime

diminuzioni, che sono indi seguite da altre, sempre più accoste maggiore è la torsione, sì che la curva $\alpha - d\rho$ presenta ondulazioni irregolari.

Anche nella detorsione si osservano delle alternanze nella variazione di resistenza, ma sono meno frequenti e più piccole al crescere del carico [1]).

Ad ogni modo gli aumenti di resistenza vanno decrescendo coll'elevarsi della torsione.

Tutti questi fenomeni però dipendono dal modo di produrre la torsione; così Ni_{23} in cui essa è proporzionale al tempo e assai rapida (1 giro in 5 s.) dà una curva $\alpha - d\rho$ diversa da Ni_{21}, assoggettato a torsione sinusoidale: alla detorsione, infatti, la resistenza nel minimo è sempre più grande della iniziale. Invece la curva $C - \alpha$ ha il solito andamento, con inclinazione del primo ramo un po' diversa, ciò che dal punto di vista elastico potrebbe credersi dovuto solo alla inevitabile diversità dei fili.

6. — *Fili ricotti.* — Anche nella torsione questi presentano variazioni più grandi dei crudi. Infatti:

Ni_{53}

α	C	$d\rho$	dl
50 g.	—	0.001036	—
83°.0	70	236	3
262°.1	180	— 1538	5
425.0	223	— 2061	11
479.0	225	— 2185	12
407.3	182	— 1723	13
228.0	82	— 328	14
65.0	3	523	14
9.0	—13	267	14
88.0	30	— 210	14
265.0	123	— 1559	14
427.3	205	— 2020	14
480.0	223	— 2236	15

1) Veramente anche nella trazione, se operata con pesi molto gradualmente varianti, si producono delle variazioni irregolari di resistenza, specie verso il primo minimo; ma sono sempre molto piccole e nei successivi cicli scompaiono quasi del tutto.

La detorsione finisce per portare la resistenza di Ni$_{33}$ ($\rho = \omega$ 0.800341) al di sotto del valore iniziale; col crescere del numero dei cicli i fili si alterano, in modo che la loro resistenza, ad azimut nullo, va crescendo.

Operando la torsione graduale che, per la grandezza delle variazioni $d\rho$ che si generano, può ora farsi crescere di angoli assai piccoli, si trova anche qui che la torsione iniziale *diminuisce* la resistenza. Ni$_{6}$, ($\rho = \omega$ 0.802310) ha dato questi risultati:

Ni$_{60}$

α	C	$d\rho$	dl
50 g.	—	0.000821	—
30°.5	15	861	1
59°.5	30	513	0
85.0	55	— 10	0
115.0	75	— 553	0
171.0	131	— 1205	0
346.0	176	— 1810	2

Ma qui se dopo una grande torsione se ne produce una piccola, si ha sempre aumento di resistenza. Queste variazioni avvengono per torsioni assai più piccole di quelle operate nei fili crudi, chè, anzi, se in principio si facessero uguali nei due casi, si dovrebbe concludere che il loro effetto è opposto.

Ora parrebbe che i fili ricotti, potendo sopportare torsioni di centinaia di giri, si prestassero a vedere se, col crescere continuo di α, la resistenza, che aumenta sempre di meno, non finisce per decrescere, cioè se si produca nella torsione un fenomeno simile a quello trovato nella trazione. Se non che l'allungamento generato dalla torsione stessa nasconde il fenomeno, che pare però iniziarsi. Il filo Ni$_{31}$ ($\rho = \omega$ 0.796845) lo mostra:

Ni_{81}	
α	$d\rho$
1062°	−0.003744
5026	— 4574
8258	— 4585
10056	— 4728
11855	— 4892

La torsione avviene tenendo fisse, e ad ugual distanza fra loro, le estremità del filo che, al solito modo, è torto nel mezzo. Fino a 8258° esso è ancora assai diritto, e a questo punto si ha una piccolissima variazione relativa di resistenza; ma al crescer di α si allunga considerevolmente, cessa di essere diritto, e la resistenza aumenta. Seguitando la torsione fino anche a 200 giri, si ottengono, di quando in quando, delle soste nell'aumento di resistenza, ma sempre inferiori alla prima: il filo è molto rilasciato.

Pare quindi che la resistenza accenni a diminuire ad un valor grande della torsione, e che l'allungamento che questa genera impedisca la continuazione del decrescimento.

7. — Trazione - Torsione. — Le deformazioni che ho sovrapposto sono scelte in modo che producano variazioni massime di resistenza quasi uguali in valore assoluto, e danno separatamente, in due fili identici Ni_{38} ($\rho = _\infty$ 0.829392) e Ni_{46} ($\rho = _\infty$ 0.820451), questi risultati:

Ni_{38}			Ni_{46}			
P	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl
150 g.	0,000113	—	150 g.	—	0.000106	—
414	215	39.6	100°	90	126	1
1050	338	124	338	254	13	1
1500	215	210	561	344	— 182	1
1950	10	248	647	361	— 328	1
1500	164	222	561	331	— 171	1
1050	369	140	336	162	44	2
414	287	55	101	24	239	2
150	174	16	11	−33	290	3

La curva P — $d\rho$ di Ni_{38} è un po' diversa da quella presentata da Ni_{44}: per le grandi cariche è più elevata, e nel rilasciamento il minimo avviene per lo stesso peso (1050 g.) che produce l'altro nella trazione. Ciò, come ho potuto costatare, deriva anche dal fatto che ora i fili portano nel mezzo l'equipaggio che li collega al dinamometro che genera la torsione: la necessaria saldatura li rincoce un po'.

Nel filo Ni_{47} ($\rho = \omega$ 0.800300) trazione e torsione cominciano insieme dal valore minimo, in Ni_{48} ($\rho = \omega$ 0.790211) con una differenza di fase $\phi = 180°$ nei moti sinusoidali che le producono:

Ni_{47}				Ni_{48}			
α	C	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl
150 g.	—	0.000093	—	1950 g.	—	0.000000	—
91°.3	60	287	41	96°.0	52	83	— 23
334.0	280	371	126	319.2	222	256	—101
483.4	375	154	208	550.0	401	51	—183
594.5	394	— 113	246	640.3	421	— 154	—225
569.0	360	262	220	545.5	352	— 83	—188
370.5	230	471	141	310.5	191	133	—108
89.4	25	533	59	92.0	51	112	— 29
3.0	—25	359	20	7.0	0.5	72	+ 5

Tracciando nel piano α, P — $d\rho$ le curve corrispondenti ai 4 ultimi fili, si trova che in principio il primo ramo di Ni_{47} è più basso di quello di Ni_{38}, in seguito più alto: da prima prevale l'effetto della trazione, in ultimo questo si sovrappone all'altro, ma l'elevazione finale della curva è assai inferiore che in Ni_{46}. Il ramo di ritorno, per gli effetti concomitanti delle due deformazioni, si abbassa considerevolmente, per non innalzarsi che solo in ultimo.

Tutta la curva di Ni_{48} è invece spostata verso la regione positiva del piano: anche qui si ha prevalenza dell'effetto di trazione; però il ramo di ritorno, fuorchè in ultimo, è al di sopra del primo.

Si può dire, in generale, che il prevalere di una deformazione ritarda l'effetto prodotto dall'altra: questo ritardo

avviene anche dopo che le azioni loro sono state per un certo tratto concordi.

Nel caso dunque di deformazioni sovrapposte, la variazione di resistenza è soggetta a mutamenti considerevoli, dipendenti dal modo con cui esse sono associate, e rivelano modificazioni della materia ben più grandi di quel che i piccoli spostamenti delle curve elastiche farebbero prevedere.

Ma se si opera la trazione quando la torsione è già avvenuta, il comportamento della resistenza è assai singolare. Il filo Ni_{32} ($\rho = \omega$ 0.901311) è stato torto di 169° sotto il carico di 150 g. e Ni_{35} ($\rho = \omega$ 0.852103) di 2429° sotto lo stesso peso; le variazioni $d\rho$ prodotte da tali torsioni sono segnate nella seconda linea:

	Ni_{32}		Ni_{35}	
P	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl
150 g.	0,000051	—	0,000049	—
	— 11	2	— 1480	— 7
414	41	38	— 1582	30
1050	225	121	— 1674	119
1500	20	204	— 1962	217
1950	— 123	240	— 1910	260
1500	51	213	— 1787	232
1050	256	135	— 1623	150
414	256	52	— 1541	60
150	256	16	— 1439	22
414	154	48	— 1531	56
1050	236	127	— 1746	138
1500	102	201	— 1829	226
1950	— 62	241	— 1777	262

La trazione produce in Ni_{32} da prima diminuzione poi aumento di resistenza, che diviene maggiore del valore iniziale; ma il rilasciamento genera diminuzione fino ad un minimo, che si mantiene invariato nonostante P decresca. Alla seconda trazione si ha in principio *aumento* di resistenza. I fenomeni però son ben diversi per l'altro filo: la trazione produce da prima *aumento* fino ad un massimo per P = 1500 g.,

poi *diminuzione*. Il rilasciamento genera sempre *diminuzione* di resistenza.

Il rincrudimento operato dalla torsione iniziale, sufficientemente grande, inverte l'effetto della trazione: esso è dunque ben diverso da quello prodotto dalla trazione, come si è visto nella torsione sotto cariche differenti.

Se in fine si comincia dalla trazione e la si arresta intorno al minimo di resistenza, si trova che la piccola torsione iniziale produce *aumento* di resistenza a cui però succede una *diminuzione* più grande, prima di aumentare regolarmente nel solito modo.

I risultati offerti da

Ni_{59} ($\rho = \omega$ 0.900030) e Ni_{61} ($\rho = \omega$ 0.826040)

lo mostrano:

Ni_{59}				Ni_{62}			
P , α	C	$d\rho$	dl	P , α	C	$d\rho$	dl
150 g.	—	0.000064	—	150 g.	—	0.000056	—
414	—	362	34	414	—	320	36
1050	—	659	116	1050	—	530	126
1283	—	639	146	57°.0	24	488	146
58.°0	20	629	148	113.0	54	499	146
116.0	49	672	148	168.0	100	550	146
172.1	80	732	149	228.0	150	490	147
231.5	100	680	149	340.0	211	397	149
288.0	155	649	150				
341.0	190	519	150				

Lo stato in cui si trova un filo quando presenta il minimo di resistenza si mostra differente da quello che in generale ha nelle altre fasi della trazione, ciò che dalle curve elastiche non può dedursi.

8. — *Fili ricotti.* La stessa torsione che nel filo Ni_{52} ha prodotto l'effetto già esaminato, vien sovrapposta alla trazione che in Ni_{49} ha generato variazioni di resistenza di valore assoluto un po' inferiore; si hanno questi risultati:

Ni_{54}				Ni_{55}			
α	C	$d\rho$	dl	α	C	$d\rho$	dl
50 g.	—	0.000099	—	650 g.	—	0.000626	—
81°.0	90	1825	25	75°.0	34	544	— 3
264.5	172	1228	69	259.0	125	— 882	—26
433.0	132	623	151	425.6	165	— 2287	—54
491.0	75	115	218	479.0	163	— 2748	—68
419.3	30	574	210	401.3	103	— 1867	—56
245.0	— 80	306	181	224.0	23	236	—24
74.0	—140	— 247	145	60.0	— 53	317	20
20.0	—155	— 1005	129	7.0	— 75	11	60

Anche qui in Ni_{54} ($\rho = \omega$ 0.800041), in cui le deformazioni cominciano contemporaneamente dal valore minimo, prevale la trazione e nel piano α, $P - d\rho$ la curva di prima variazione è solo nell'ultimo tratto più elevata di quella di Ni_{49}, ma la resistenza non prende mai un valore maggiore dell'iniziale. La curva di ritorno invece si eleva assai passando nella regione positiva del piano.

La resistenza in Ni_{55} ($\rho = \omega$ 0.801420), ($\phi = 180^0$), aumenta considerevolmente nella prima metà del ciclo, diminuisce pure con rapidità nella seconda fino ad un minimo negativo, per poi crescere in ultimo.

Qui nel rilasciamento prevale la torsione, mentre nei fili crudi prepondera sempre la trazione.

L'azione iniziale esercitata dal carico massimo, quando $\phi = 180^0$, è ben diversa nei due casi: nei fili crudi è tale che nel rilasciamento la torsione ha poco effetto, nei ricotti invece questo è maggiore dell'altro dovuto a diminuzione di peso.

Le curve $C - \alpha$ di Ni_{53}, Ni_{54} e Ni_{55} differiscono un po' fra loro, quella del secondo essendo custituita di due rami più distanti che negli altri due; ma il metodo elettrico si mostra sempre più sensibile nel rilevare la diversità di alterazione del nichel.

La trazione operata dopo la torsione ha nei fili ricotti una azione diversa che nei crudi,

Ni_{41} ($\rho = \omega$ 0.795841) è torto di 180°, Ni_{42} ($\rho = \omega$ 0.784321) di 1059° e Ni_{45} ($\rho = \omega$ 0.800402) di 7171° e tutti e tre sotto la carica di 40 g.

	Ni_{41}		Ni_{42}		Ni_{45}	
P	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl	$d\rho$	dl
40 g.	0.000803	—	0,000852	—	0.000893	—
	— 2051	— 1	— 2656	24	— 3066	220
50	— 1805	7	— 2615	30	— 2871	222
80	— 1138	25	— 2133	48	— 2751	232
112	— 472	49	— 1425	79	— 2646	250
190	11	83	— 728	134	— 2361	268
262	— 184	163	— 943	331	— 2153	286
190	— 215	137	— 1046	304	— 2300	278
112	— 451	113	— 1272	280	— 2502	272
80	— 1056	93	— 1815	258	— 2584	264
50	— 1672	77	— 2564	244	— 2656	260
40	— 1897	72	— 2769	238	— 2718	258

Nei primi due la trazione produce diminuzione e poi aumento di resistenza; nel terzo invece sempre diminuzione, per quanto assai più piccola che negli altri. Ciò indica che la torsione molto grande altera tanto i fili, da avvicinare il loro stato a quello dei crudi, nei quali una trazione uguale a quella ora usata produrrebbe sempre diminuzione di resistenza. L' inversione di segno nelle consuete variazioni di questa non si produce nei fili ricotti: occorrerebbe incrudirli con torsioni di parecchie diecine di giri.

Dall' esame dei precedenti risultati si deduce però che la torsione iniziale distrugge, al rilasciamento, il minimo di resistenza: questa infatti *cresce sempre* col diminuire del carico fino al valore più piccolo.

Se in fine si opera la trazione e si arresta intorno al minimo, la torsione che si aggiunga comincia col ***diminuire*** la resistenza, come dimostrano i risultati ottenuti con Ni_{65} ($\rho = \omega$ 0.801011):

Ni_{65}

P , a	C	$d\rho$	dl
40 g.	—	0.000584	—
50	—	783	2
80	—	1077	8
112	—	1429	16
28°.0	20	**1487**	15
58°.0	55	1056	15
114.0	95	— 82	15
169.0	142	— 944	17
343.0	205	— 1939	20

Anche per deformazioni sovrapposte il comportamento dei fili ricotti è dunque, in generale, ben diverso da quello dei crudi.

9. — Flessione. — I fili vengono avvolti sopra cilindri di ebanite di diametro d [1]) sui quali è tracciata un' elica, nel cui fondo si adagiano per la lunghezza di 80 cm ; P indica il peso che grava continuamente al loro estremo inferiore; $d\rho_1$ è la differenza fra la resistenza iniziale ρ dei fili assoggettati a P e quella provocata dalla flessione; $d\rho_2$ la differenza fra ρ e la resistenza trovata al distendimento, quando l'allungamento totale, in mm., osservato è a; i è la contrazione, in mm., della fibra dei fili in contatto coi cilindri.

Le misure vengon fatte 20 minuti dopo aver prodotto la flessione e 10 minuti dopo il distendimento; per brevità riporto i risultati solo per le prime 5 operazioni (N), nonostante spesso le abbia prolungate fino a produrre la rottura dei fili.

1) Per errore nella mia nota precedente è segnato in cm. invece che in mm. (N. C. Vol. 13, pag. 9-10).

	N	$d\rho_1$	$d\rho_2$	a	t
Ni_{88}	1	—0.001382	—0.001610	0	60.5
$d =$ cm. 0.52	2	— 1077	— 1682	0	»
P = 135 g.	3	— 1057	— 1599	0	»
	4	— 1008	— 1754	0	»
	5	— 954	— 1908	0.5	»
Ni_{73}	1	—0.001457	—0.002226	1.0	60.5
$d =$ cm. 0.52	2	— 2154	— 2585	1.3	—
P = 285 g.	3	— 2175	— 2247	1.5	61.0
	4	— 2195	— 2275	1.5	»
	5	— 2209	— 2298	1.5	»
Ni_{75}	1	—0.003784	—0.006718	8.0	50.2
$d =$ cm. 0.52	2	— 6985	— 9693	13.0	—
P = 1085 g.	3	— 10307	— 13231	18.0	53.2
	4	— 13703	— 16749	23.0	—
	5	— 17344	— 20513	29.0	56.9
Ni_{83}	1	—0.000974	—0.000841	0	70.4
$d =$ cm. 1.1	2	— 256	— 939	0	»
P = 135 g.	3	— 154	— 338	0	»
	4	— 310	— 820	0	»
	5	— 354	— 974	0	»
Ni_{91}	1	—0.006205	—0.007867	6.0	70.4
$d =$ cm. 1.1	2	— 8400	— 10061	10.0	—
P = 2085 g.	3	— 10861	— 12411	14.0	80.4
	4	— 13395	— 14113	18.0	—
	5	— 14698	— 16564	22.0	86.8

Risulta che in ogni caso la prima flessione produce, come è naturale, un aumento di resistenza; ma mentre per pesi sufficientemente grandi questa nelle successive operazioni va aumentando, per pesi piccoli (135 g.) va invece *diminuendo*, nonostante le dimensioni dei fili restino quasi costanti.

Nel rilasciamento si trova sempre una resistenza maggiore che nella precedente flessione, anche quando esso *non* produce allungamento apprezzabile.

In generale la resistenza aumenta col numero delle operazioni, ma per pesi piccoli aumenta in principio per diminuire e ricrescere in seguito.

Mentre dunque, con tutti e due i cilindri, quando P è grande la resistenza cresce continuamente, se P è piccolo *la flessione distrugge parte dell'aumento di resistenza causato dallo svolgimento precedente.*

10. — *Fili ricotti.* — Questo comportamento singolare non si verifica nei fili ricotti; infatti:

	N	$d\rho_1$	$d\rho_2$	a	i
Ni_{89}	1	—0.004226	—0.007097	6.0	60.5
d = cm. 0.52	2	— 8410	— 10564	11.0	—
P = 135 g.	3	— 12841	— 13539	15.0	62.2
	4	— 14185	— 15744	18.0	—
	5	— 17538	— 18769	21.0	68.2
Ni_{77}	1	—0.012257	—0.019026	25.0	50.2
d = cm. 0.52	2	— 25569	— 31497	41.0	—
P = 585 g.	3	— 37425	— 41559	55.0	58.6
	4	— 45343	— 50168	67.0	—
	5	— 53220	— 58091	79.0	68.3
Ni_{86}	1	—0.001590	—0.000533	3.0	73.4
d = cm. 1.1	2	— 1621	— 2544	4.0	—
P = 135 g.	3	— 4380	— 5723	5.0	77.4
	4	— 6379	— 6154	7.0	—
	5	— 7405	— 7241	8.0	80.4
Ni_{85}	1	—0.007334	—0.011816	13.0	73.4
d = cm. 1.1	2	— 15498	— 17539	21.0	—
P = 585 g.	3	— 20154	— 23026	28.0	—
	4	— 25334	— 27560	35.0	66.8
	5	— 29560	— 31530	40.0	—

Ora tanto la flessione che il distendimento accrescono sempre la resistenza dei fili, di più maggiore è P e minore *d*. La prima flessione produce variazioni più grandi dello svolgimento, che può anche distruggere una porzione dell'aumento generato dalla flessione (Ni_{86}). Le resistenze vanno sempre crescendo col numero delle operazioni.

11. — Dal complesso dei fatti osservati nei fili di nichel che ho adoprato si posson trarre le seguenti conclusioni:

1.° — Le variazioni di resistenza prodotte dalle diverse deformazioni dipendono dal tempo che scorre dopo l'applicazione delle forze, ma giungono ad un valor costante dopo un tempo sufficiente.

2.° — *a)* La resistenza elettrica del nichel crudo al crescere della trazione in principio diminuisce e poi aumenta (Tomlinson l. c.): lo stesso succede nel rilasciamento, in cui però il minimo di resistenza ritarda sul valore del carico,

Al principio della ritrazione si ha un sensibile *aumento* di resistenza: questa poi diminuisce fino ad un minimo, in corrispondenza a quello di prima trazione; come pure il minimo del secondo rilasciamento avviene per lo stesso peso che genera l' altro nel primo.

Ove gli allungamenti residui si mantengano sufficientemente piccoli e costanti la resistenza va *diminuendo,* ma sempre di meno, col crescer del numero dei cicli. Ciò indica che l' accomodamento dei fili, che le curve di trazione mostrerebbero assai rapido, è invece abbastanza lento.

b) — L' andamento generale della resistenza al variare della carica è nei fili ricotti all' incirca uguale che nei crudi; ma non si verifica l' aumento al principio della ritrazione e il minimo al rilasciamento anticipa, rispetto al primo, sul valore del carico, a cui poi avvengono tutti i minimi successivi.

La resistenza *cresce,* e sempre di meno, col numero dei cicli, nè ciò è interamente da imputarsi ad aumento di deformazioni residue. L' assetto molecolare verso cui, sotto l'azione di cicli ripetuti, si avvicinano i fili ricotti è diverso da quello dei crudi, o almeno sono diverse le trasformazioni per le quali la materia nei due stati passa successivamente.

3.° — *a)* La torsione aumenta in generale la resistenza dei fili crudi; la detorsione la diminuisce, fino a portarla in ultimo ad un valore più piccolo dell' iniziale.

Se il ciclo imposto è bilaterale e sufficientemente ampio, la resistenza alla fine della detorsione comincia a crescere prima che si avvii la torsione in senso inverso: mentre a coppia nulla essa è decrescente ed inferiore al valore iniziale, ad azimut nullo è invece crescente ed uguale all' incirca a quella iniziale. Alla detorsione da — α la resistenza è verso il minimo quando l' azimut è nullo; a coppia nulla invece è crescente e maggiore del valore iniziale.

Una *piccola* torsione o iniziale, o aggiunta ad una grande, produce *diminuzione* di resistenza.

Una torsione continuamente crescente non genera aumenti continui di resistenza: si producono sempre delle diminuzioni più o meno grandi nonostante la resistenza vada, in generale, crescendo, sempre però di meno, con la torsione

fino alla rottura dei fili. Ciò, più che a difetti di omogeneità, sembra dovuto a variazioni, più o meno repentine, di assetto molecolare, forse causate da ritardi irregolari nell' orientamento delle particelle; chè, aumentando il carico sotto cui si opera la torsione, le irregolarità si fanno meno frequenti e più piccole.

b) — Anche nei fili ricotti la torsione produce, in generale, aumento di resistenza e la detorsione la diminuisce fino a portarla al di sotto del valore iniziale.

Una piccola torsione genera da principio *diminuzione* di resistenza, mentre se è aggiunta ad una grande provoca aumento.

Crescendo gradatamente la torsione, si giunge ad un certo valore in cui le variazioni di resistenza passano per un minimo: in seguito i fili, anche se torti sotto carico nullo, si allungano assai e la resistenza aumenta.

4.° — *a)* Sovrapponendo, in fili crudi, trazione e torsione che separatamente producono effetti massimi confrontabili, prevalgono le variazioni di resistenza generate dalla prima, sia che essa, come l' altra, parta dal valore minimo, sia che in precedenza eserciti tutta la sua azione o poi decresca quando l' altra comincia ad agire. Ma anche quando, durante il ciclo, le azioni loro sarebbero concomitanti, gli effetti non si sommano: il prevalere di una ritarda sempre, e assai, l' effetto dell' altra.

b) — Nei fili ricotti invece, allorchè la torsione agisce da principio durante il rilasciamento, la sua azione è preponderante, mentre prevale la trazione nell' altro caso. Il che rivela che l' effetto iniziale del carico massimo è nei fili crudi ben diverso che nei ricotti.

5.° — *a)* Se un filo crudo è torto d' un angolo assai grande, la trazione che si aggiunge varia la sua resistenza *in senso opposto* all' ordinario: comincia cioè, coll' aumentarla per poi diminuirla. Il rilasciamento *la diminuisce sempre.*

b) — I fili ricotti si comportano diversamente. Per torsioni iniziali non troppo grandi, la trazione ulteriore varia la resistenza nel solito modo, ma al rilasciamento questa *cresce sempre,* senza passare per un minimo.

Quando la torsione imposta in principio è molto grande la trazione *diminuisce sempre* la resistenza, il minimo scompare.

L' alterazione prodotta da una data torsione è, dunque, molto diversa a seconda dello stato di crudezza dei fili.

6.° — *a)* In un filo crudo assoggettato al carico sotto il quale presenta la minima resistenza, la torsione produce inizialmente *aumento*, poi *diminuzione* di resistenza, prima di generare l' accrescimento consueto.

b) — Nei fili ricotti il primo aumento precedente non si verifica.

7.° — *a)* La variazione di resistenza prodotta nei fili crudi dalla flessione dipende principalmente dal peso sotto cui essi sono piegati: se questo è grande, la resistenza aumenta sempre nelle successive flessioni e distendimenti; se è piccolo la prima flessione cresce la resistenza, ma ciascuna delle successive *annulla parte dell' aumento provocato dal distendimento precedente*.

b) — Nei fili ricotti flessioni e distendimenti aumentano sempre la resistenza, più le prime che i secondi, e ciò più grande è il peso tensore e minore il diametro di avvolgimento.

8.° — Le variazioni di resistenza prodotte dalle singole deformazioni sono nei fili ricotti *sempre assai maggiori* che nei crudi, e spesso anche diverse in senso.

9.° — In ogni caso esse riescono differenti a seconda del modo con cui le forze agenti variano, o si succedono, o si sovrappongono [1]).

10.° — La misura della resistenza elettrica offre un modo semplice, esatto e, sopratutto, più sensibile dei vari metodi elastici per mettere in evidenza le successive alterazioni che subisce la materia nelle diverse fasi di deformazione.

Napoli, R. Liceo Garibaldi
Agosto 1907.

---

1) Ciò spiega perchè non ho considerato quantitativamente le variazioni osservate, e non ho cercato relazioni quantitative fra esse e i cosidetti coefficienti di elasticità. Più che le corrispondenze, sempre complicate, fra variazioni di resistenza e pseudocostanti, mi hanno interessato i fenomeni e il loro andamento generale.

Purtroppo la loro grande complicazione, nel caso del nichel, rende ben difficile il formarsi un modello che rappresenti tutti i fatti osservati. Forse l' influenza che la temperatura, il campo magnetico, ecc. esercitano su di essi potrà agevolare la strada.

LETTERATURA FISICA

A. Fisica generale.

1. Generalità.

Pio D. A. La Structure mécanique des Atomes chimiques. *Rev. Scient.* (5), 8, p. 513, 1907.

Pellat H. De la variation de la masse des électrons à l'intérieur de l'atome. *Compt. Rend.* **145**, pag. 673, 1907.

Arldt T. Die antipodische Lage von Land und Meer. *Beit. z. Geophys.* **9**, p. 78, 1907.

Rey A. La Théorie de la physique chez les physiciens contemporains. V+417 pag. Paris. Alcan et Guillaumin, 1907.

Campbell N. Numero degli elettroni in un atomo. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, N. 3, 1907.

Peddie W. Sui sistemi vibranti che non sono sottoposti alla legge di Boltzmann-Maxwell. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* **27**, N. 3, 1907.

Helm G. Die kollektiven Formen der Energie. *Phys. Zeit.* 8, p. 836, 1907.

Kip H. Z. Nuovo metodo per determinare la durezza dei metalli. *Am. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 139, 1907.

Müller. Fortsetzung meiner Versuche zur Bestimmung der Grösse und Lage des Seitendruckes sandförmiger Massen auf feste Wände. *Ak. der Wiss. Berlin.* 31 Ott. 1907.

Merczyng H. L'equazione di Fourier e le sue applicazioni alla conoscenza dei fenomeni naturali. *Wiadomosci Matematyczne.* **11**, N. 1 4, 1907.

Haas A. E. Die allgemeinsten Gesetze des physikalischen Geschehens und ihr Verhältnis zum zweiten Hauptsatze der Wärmelehre. *Ann. der Naturphil.* **6**, p. 20, 1907.

Fuchs K. Ein Näherungsverfahren in der Methode der kleinsten Quadrate. *Zeit. f. Math. u. Phys.* **54**, p. 129, 1907.

Thomson J. J. The corpuscular Theory of Matter. 180 pag. London. Constable, 1907.

Molisch H. Ueber Browneche Molekularbewegung. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 583, 1907.

2. Densità.

3. Meccanica dei solidi. Elasticità. Potenziale.

Barton E. H. The lateral Vibration of Bars treated simply. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 578, 1907.

Mc. Adam J. V. Test of a Cast Steel Beam. *Eng. News.* **58**, pag. 118, 1907.

Shuman J. J. Tests of Cold-twisted Bars for concrete Reinforcement. *Eng. News.* **58**, p. 59, 1907.

Woolson I. H. Effect of Heat on Strength of Concrete. *Eng. News.* **58**, p. 166, 1907,

Meyer E. Die Berechnung der Durchbiegung von Stäben, deren Material dem Hookeschen Gesetze nicht folgt.' *Phys. Zeit.* **8**, p. 827, 1907.

Schweydar W. Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheitskoeffizienten der Erde. *Beitr. z. Geophys.* **9**, p. 41, 1907.

Voigt W. Bestimmung der Elastizitätskonstanten von Aragonit. *Ann. d. Phys.* (4), p. 290, 1907.

Grübler M. Neue Elastizitäts-und Festigkeitsversuche. *Phys. Zeit.* **8**, p. 879, 1907.

Walker H. La variation du module de Young sous un courant électrique. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* **27**, N. 4, 1907.

Juhel-Renoy J. Sur un probleme de Mécanique. *Nouv. Ann. de Mathem.* (4), **7**, 1907.

Königsberger L. Der Greensche Satz für erweiterte Potentiale. *Akad. der Wissen. Berlin.* 7 Novembre 1907.

De Sparre. Note au sujet de certaines discontinuités apparentes dans les mouvements ou intervient le frottement de glissement. *Bull. Soc. math.* **34**, 1907.

Hort W. Gegenwärtiger Stand unserer Kenntniss der Formänderungsvorgänge bei plastischen Körpern. *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 541, 1907.

Grübler M. Neue Elastizitäts-und Festigkeitsversuche. *Verh. d. Deut. phys. Ges.* **5**. p. 539, 1907.

4. Meccanica dei Liquidi. Capillarità.

Raman C. V. The Curvature Method of determining the Surface Tension of Liquids. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 591, 1907.

Boggio T. Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di una sfera in un liquido viscoso. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, p. 613, 1907.

5. Meccanica degli aeriformi.

Chatley H. The Problem of Flight. 130 pag. Griffin, 1907.

6. Apparecchi.

Gaede W. Demonstration einer neuen Verbesserung an der rotierenden Quecksilber-Luftpumpe. *Phys. Zeit.* **8**, p. 852, 1907.

B. Fisica-chimica.

1. Generalità. Teoria. Pressione osmotica. Attrito interno.

Redgrone H. S. Relation between valency and energy. *Chem. News.* **96**, pag. 126, 1907.

Beckmann E. Studien zur Präzisierung der Siedemethode. *Verh. Deut. phys. Ges.* **5**, p. 550, 1907.

2. Affinità. Solubilità. Assorbimento. Diffusione.

Bingham E. C. Solubility. *Amer. Chem. Journ.* **37**, p. 549, 1907.

Foote H. W. and **Levy L. H.** Molecular Condition of Salts dissolved in a Fused Salt. *Amer. Chem. Journ.* **37**, pag. 494, 1907.

Lumsden J. S. Liquid Volnme of a Dissolved Substance. *Chem. Soc. Journ.* **91**, pag. 24, 1904.

Vanzetti B. L. Diffusione di elettroliti in soluzione acquosa e nelle gelatine. *Rend. Acc. Lincei.* (5), **16**, d. 655, 1907.

Baker W. C. The Absorption of H by metallic Films. *Phys. Rev.* **25**, p. 422, 1907.

Magie W. F. The association theory of solutions. *Proc. Amer. Phil. Soc.* **46**, p. 138, 1907.

Rosenstiehl A. Sur l'hydrolyse des sels. *Bull. soc. chim.* (4), **1**, p. 879, 1907.

Mayer A., Schaeffer G. et **Terroine E.** Influence de la réaction du milieu sur la grandeur des granules colloïdaux. *Compt. Rend.* **145**, p. 918.

3. Elettrochimica. Elettrolisi.

Archibald E. H. Electrical Conductivity of Solutions of the Alkohols in liquid Hydrogen Bromide. *Amer. Chem. Soc. Journ.* **29**, p. 665, 1907.

Law H. D. Electrolytic Reduction. *Chem. Soc. Journ.* **91**, p. 748, 1907.

Lorenz R. Teoria dei depositi ottenuti nell'elettrolisi dei sali fusi. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, p. 582, 1907.

Werry E. T. and **Smith E. F.** The cathodic precipitation of carbon. *Proc. Amer. Phil. Soc* **46**, p. 59, 1907.

Fournier d'Albe E. E. Application of the Electron Theory to Electrolysis. *Farad. Soc. Trans.* **3**, p. 1, 1907.

4. Fotochimica.

Weigert F. Ueber Chemische Lichtwirkungen II. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 243, 1907.

Becker A. und **Werner A.** Das photographische Reziprozitätsgesetz für Bromsilbergelatine bei Erregung mit Licht verschiedener Wellenlänge. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, p. 382, 1907.

5. Termochimica.

Mixter W. G. Calore di combustione del silicio e del carburo di silicio. *Am. Journ. of Science.* (4), **24**, N. **140**, **1907**.

Redgrove H. S. Sul calcolo delle costanti termochimiche. *Chem. News.* **96**, N. 2499, **1907**.

Le Bas G. Beziehung zwischen Wertigkeit und Verbrennungswärmen. *Chem. Zentralbl.* **2**, p. 878, **1907**.

Falk K. G. Die Entzündungstemperaturen von Gasgemischen. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 450, 1907.

Mache H. Zur Physik der Flamme II. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 527, 1907.

6. Struttura. Cristallografia.

C. Acustica.

1. Acustica fisica.

Sizes G. et **Massol G.** Sur la multiplicité des sons émis par les diapason. *Compt. Rend.* **145**, p. 872, 1907.

Geigel R. Vorläufige Mitteilung über einige akustische Versuche. *Mitt. d. naturw. Ver. Aschaffenburg.* **6**, p. 67, 1907.

Terada T. Transverse Vibration of Wooden Plates. *Proc. Phys. Math. Soc. Tokyo.* **4**, p. 122, 1907.

Thiesen M. Zur Theorie des geschlossenen Resonators. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 401, 1907.

2. Acustica musicale.

Lord Rayleigh. On the Relation of the Sensitiveness of the Ear to Pitch, investigated by a new Mtehod. *Phil. Mag.* (6), **16**, p. 596, 1907.

Marage M. Développement de l'énergie de la voix. *Compt. Rend.* **145**, p. 825, 1907.

Stücker N. Ueber die Unterschiedsempfindlichkeit für Tonhöhen in verschiedenen Tonregionen. *Wien. Ber.* **116**, p. 367, 1907.

3. Acustica fisiologica.

4. Apparecchi.

D. Calore.

1. Teoria meccanica del calore.

Davis H. N. A convenient formula in Thermodynamics. *Nature.* **77**, p. 80, 1907.

2. Teoria cinetica della materia.

3. Dilatazione e termometria.

Slotte K. F. Ueber die Aenderung de slinearen Wärmeausdehnungskoeffizienten eines Stabes oder Drahtes durch eine in der Längenrichtung wirkende äussere Kraft. *Finska Vet.-Soc. Förh.* **49**, N. 21, 1907.

4. Calorimetria.

Féry C. Calorimètre pour la mesure du pouvoir calorifique des gaz et liquides combustibles. *Journ. d. Phys.* (4), **6**, p. 886, 1907.

Wigand A. Zum Gesetze von Dulong und Petit. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 601, 1907.

5. Cambiamenti di stato. Proprietà dei vapori e dei gaz.

Holborn L. Determinazione dei punti di fusione colle pile termoelettriche. *Zeit. f. Elektrochem.* **13**, N. 39, 1907.

Daunère C. Recherches sur la solidification. *Journ. d. Phys.* (4), **6**, p. 892, 1907.

Franklin B. C. Ueber den Siedepunkt des flüssigen Ammoniaks. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 367, 1907.

Barus C. Condensation Nuclei obtained from the Evaporation of Fog particles. *Phys. Rev.* **25**, p. 391, 1907.

Boeseken J. Ueber den Erstarrungspunkt und die Dichte des weissen Phosphors. *Rev. trav. chim. Pays-Bas.* **26**, p. 289, 1907.

Barus C. On the successive Cycles of Coronas. *Sill. Journ.* (4), **24**, p. 607, 1907.

6. Sorgenti di calore.

7. Conducibilità termica.

Oseen C. W. Om Dirichlets problem wid wärmeledningsekvationen. 1907.

Tedone O. Sul problema dell'equilibrio delle temperature in un ellissoide a tre assi. *Rend. Circ. mat. Palermo.* **24**, N. 2, 1907.

Mache H. und **Tagger J.** Eine einfache Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungskonstante von Flüssigkeiten. *Wien. Ber.* **116**, p. 1141, 1907.

8. Calore raggiante.

9. Apparecchi ed applicazioni termiche.

Féry C. Radiopyromètre à dilatation. *Journ. d. Phys.* (4) **6**, p. 889, 1907.

E. Ottica.

1. Teoria. Generalità.

Richardson O. W. A Theory of the Displacement of Spectral Lines produced by Pressure. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 557, 1907.

Erfle H. Optische Eigenschaften and Elektronentheorie. 83 pag. Dissert. München.

Cantor M. Zur Bestimmung der Lichtgeschwindigket nach Fizeau und akustische Analogien. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 439, 1907.

2. Propagazione della luce, riflessione, rifrazione, dispersione, assorbimento, emissione.

Garbasso A. Traiettorie e onde luminose in un particolare mezzo isotropo e non omogeneo. *Rend. Acc. Lincei,* (5), **16**, p. 518, 1907, II sem.

Chéneveau C. Recherches sur les proprietés optiques des solutions et des corps dissous. Paris. Gauthier-Villars, 1907.

Boedke P. Ueber den Durchgang des Lichtes durch eine planparallele inhomogene Sohicht. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 357, 1907.

Eijkman J. F. Refraktometrische Untersuchungen. *Chem. Weekbland.* **3**, p. 653, 701, 1907.

Pflüger A. Ueber Absorption in lumineszierenden Gasen. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 515, 1907.

3. Spettroscopia.

Duffield W. G. Effetto della pressione sullo spettro dell'arco. *Chem. News.* **96**, N. 2496, 1907.

Dufour A. Influence de la pression sur les spectres d'absorption des vapeurs. *Compt. Rend.* **145**, p. 757, 1907.

Becquerel J. Sur la mesure de la dispersion anomale dans les cristaux à diverses températures et sur quelques conséquences théoriques. *Compt. Rend.* **145**, p. 795, 1907.

Meslin G. Sur les spectres cannelés des réseaux paralléles. *Journ. d. Phys.* (4), **6**, p. 853, 1907.

Leder F. Ueber die absolute Intensitätsverteilung im kontinuirlichen Grund der Alkalimetallspektren, über die Strahlung der Hefnerlampe und des Osmiums. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 305, 1907.

Lawton E. E. La lunghezza d'onda e i suoi rapporti colla struttura in certe bande dello spettro all'azoto. *Am. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 140, 1907.

Schön F. Beiträge zur Kenntnis der anomalen Dispersion von Metalldämpfen. *Zeit. f. wiss. Phot.* **5**, p. 349, 1907.

Ekman W. V. Ueber die Bedeutung der Resonanz in der Theorie der Spektrallinien. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 579, 1907.

4. Sorgenti luminose. Fotometria.

Liebental D. Praktische Photometrie. 445 pag. Braunschweig. Vieweg und Sohn, 1907.

— International Photometric Commission. *Electrician.* **60**, p. 6, 1907.

5. Luminescenza.

Kunz J. An Abrupt Limit of Distance in the Power of the Positive Rays to produce Phosphorescenze. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 614, 1907,

Nichols E. L. and **Merritt E.** The influence of the Red and Infra-Red Rays upon the Photoluminescenze of Sidot Blende. *Phys. Rev.* **25**, p. 362, 1907.

Elston T. G. Spettri di fluorescenza e d'assorbimento dei vapori di Antracene e di Fenantrene. *Astrophys. Journ.* **25**, p. 155, 1907.

Hantzsch A. Fluorescenza e costituzione chimica. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **40**, N. 13, 1907.

Heiduschka A. Fluorescenze at very low Temperatures. *Archiv. Deut. Pharmacie.* **244**, p. 569, 1907.

6. Fotografia.

Watkins A. Photography. 152 pag. Simpkin. 1907.

Guébhard A. Sur le procédé de photographie des couleurs de M. M. A. et L. Lumière. *Compt. Rend.* **145**, p. 792, 1907.

Lehmann H. Ueber die direkten Verfahren der Farbenphotographie nach Lippmann und Lumière. *Phys. Zeit.* 8, p. 849, 1907.

Scheffer W. Ueber den photographischen Unterricht an den Universitäten. *Phys. Zeit.* 8, p. 349, 1907 e *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 589, 1907.

Stenger E. Die Autochromplatte. *Zeit. f. wiss. Phot.* 5, p. 382, 1907.

7. Interferenza. Diffrazione.

Gehrcke E. Einfacher Interferenzspektroskop. *Verh. Deut. Phys. Ges.* 5, p. 529, 1907.

8. Ottica dei cristalli, birifrangenza, polarizzazione.

Cesaro G. Valeur du rejet du centre des courbes engendrées par la superposition d'un biseau de quartz mobile à une lame normale à l'indice moyen, dans les différents minéraux. *Bull. Acad. Roy. de Belgique.* N. 6, 1907.

Siedentopf H. Ueber künstlichen Dichroismus von blauem Steinsalz. *Phys. Zeit.* 8, p. 850, 1907.

Laue M. und **Martens F. F.** Bestimmung der optischen Konstanten von glühenden Metallen aus der Polarisation der seitlich emittierten Strahlung. *Phys. Zeit.* **8**, p. 853, 1907. *Verh. d. Deut. Phys. Ges.* **5**, p. 522, 1907.

Wright F. E. Misura dell' angolo degli assi ottici dei minerali in lamine sottili. *Amer. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 142, 1907.

Mac Laurin B. C. On Light Elliptical Polarised by Reflexion especially near the Polarising Angle. *Proc. Roy. Soc.* (A), **79**, p. 481, 1907.

9. Rotazione del piano di polarizzazione.

Thomson J. J. Teoria della rotazione del piano di polarizzazione nelle soluzioni. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, N. 3, 1907.

Ranken C. e **Taylor W. W.** Proprietà fisiche delle soluzioni miste di sostanze otticamente attive indipendenti. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* **27**, N. 3, 1907.

10. Ottica fisiologica.

Bell L. Physiological Basis of Illumination. *Amer. Acad. Proc.* **43**, p. 77, 1907.

11. Apparecchi.

Dow J. S. A Form of Cosine Flicker Photometer. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 644, 1907.

Bourgeois L. Sur quelques instruments d' optique d' un usage courant dans les laboratoires. 45 pag. Paris. Hachette, 1907.

Löwe F. Ueber einen Spektralapparat mit fester Ablenkung. *Phys. Zeit.* **8**, p. 837, 1907.

Tissot C. et **Pellin F.** Correction de l' astigmatisme des prismes biréfringents. *Compt. Rend.* **145**, p. 866, 1907.

Hartmann J. Der Spektrokomparator. *Astrophys. Journ.* **24**, p. 285, 1907.

F. Magnetismo.

1. Generalità. Teoria.

Shuddemagen C. L. B. Values of Demagnetising Factor for Cylindrical Iron Rods. *Amer. Acad. Proc.* **4**, p. 185, 1907.

Bolser M. O. Magnetic Hysteresis Phenomena. *Electr. World.* **50**, p. 603, 1907.

Mallik D. N. Magnetic Induction in Spheroids. *Asiat. Soc. Journ.* Ottobre 1907.

2. Misure. Apparecchi.

Haupt E. Störungsfreies Magnetometer für Eisenuntersuchung. *Elektr. Zeit.* **28**, p. 1069, 1907.

Bolser O. Fenomeni d'isteresi magnetica. *Electr. World.* **50**, N. 13, 1907.

Voigt W. und **Kinoshita S.** Bestimmung absoluter Werte von Magnetisierungszahlen, insbesondere für Kristalle. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 492, 1907.

G. Elettricità.

1. Teoria.

Righi A. Ueber die elektromagnetische Masse des Elektrons. *Phys. Zeit.* 8, p. 801, 1907.

Bloch L. Libre parcours et nombre des électrons dans les métaux. *Compt. Rend.* **145**, p. 754, 1907.

Koenigsberger J. Ueber die Elektrizitätsleitung in festen Körpern und die Elektronentheorie derselben. *Phys. Zeit.* 8, p. 833, 1907.

Oseen C. W. Inconstant Motion of an Electron. *Ark. för Mat. och. Fys. Stockholm.* **3**, p. 1, 1907.

2. Elettrostatica. Macchine elettriche.

Lange M. Die Verteilung der Elektrizität auf 2 leitenden Kugeln in einen zu ihrer Zentrallinie symmetrischen elektrostatischen Feld. 14 pag. Diss. Giessen, 1907.

Wommelsdorf H. Eine neue Art von Influenzmaschinen mit allseits in festes Isolationsmaterial eingebetteten Sektoren II. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 483, 1907.

3. Scariche elettriche attraverso conduttori e dielettrici.

Zeleny J. The Discharge of Electricity from Pointed Conductors differing in Size. *Phys. Rev.* **25**, p. 305, 1907.

4. Sorgenti di elettricitá. Polarizzazione.

De Muynck. Electric Phenomenon presented by Platinum. *Annal. Soc. Scient. de Bruxelles.* **31**, p. 282, 1907.

5. Conducibilità. Resistenza.

Oliver T. Influence de l'enroulement sur la résistance d'un fil. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* 27, N. 3, 1907.

6. Fenomeni termici.

Cermak P. Der Peltiereffekt Eisen-Konstanten und Ni-Cu zwischen 0° und 560°. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 351, 1907.

Barker H. C. Forza termoelettromotrice del K e del Na col Pt e col Hg. *Am. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 140, 1907.

Henderson W. D. The thermoelectric Behavior of Metals in Solutions of their own Salts. *Phys. Rev.* 25, p. 353, 1907.

Wick F. G. Thermoelectric Behavior of Silicon. *Phys Rev.* **25**, p, 382, 1907.

7. Fenomeni luminosi.

8. Elettromagnetismo, para e diamagnetismo.

9. Elettrodinamica e induzione.

Gans R. Zur Cohnscher Elektrodynamik. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 397, 1907.

Sommerfeld A. Ein Einwand gegen die Relativtheorie der Elektrodynamik und seine Beseitigung. *Phys. Zeit.* **8**, p. 841, 1907.

Snook H. C. La corrente secondaria della bobina d'induzione. *Journ. of the Franklin Institute.* **164**, N. 4, 1907.

Webster A. G. Applicazione d'un integrale definito che implica una funzione di Bessel all'autoinduzione dei solenoidi. *Bull. of Amer. math. Soc.* **14**, Ottobre 1907.

Humphreys W. J. Magnetic Field due to a Current-bearing Wire. *Science.* **26**, p. 417, 1907.

Peirce B. O. Rise of the Current in the Coil of an Electromagnet. *Amer. Acad. Proc.* **43**, p. 99, 1907.

10. Oscillazioni elettriche.

W. M. M. Propagation of Electric Waves. *Electr. Rev.* **61**, p. 200, 1907.

Winter W. Neue Beobachtungen bei einer an einem Pol der Sekundärspule eines Teslatransformator strahlender Antenne. *Phys. Zeit.* 8, p. 820, 1907.

Sahulka J. Hochfrequenz-Lichtbogen im Schwingungskreise eines Duddell-Poulsenschen Lichtbogens. *Elektr. Zeit.* **28**, p. 1063, 1907.

Ekman V. W. Ueber Resonanz durch Strahlung. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 267, 1907.

Riecke E. Contributo alla teoria delle oscillazioni elettriche non smorzate nelle scariche nei gas. *Gött. Nachr.* 11 Maggio 1907.

Grünbaum F. Ueber relative Resonanz in Wechselstromkreis. *Electr. Zeit.* **28**, p. 1120, 1907.

Grandqvist G. Untersuchungen über den selbsttönenden Wellenstromlichtbogen. *Nova Acta Upsala.* (4), **1**, p. 92, 1907.

— Method of producing Undamped Oscillations by means of Alternating Currents. *Engineer.* **103**, p. 589, 1907.

11. Magneto-ed elettro-ottica.

Voigt W. Betrachtungen über die Komplizierteren Formen des Zeemanneffektes. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 193, 1907.

Stettenheimer A. Eine Absolute Messung des Zeemannphänomens. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 384, 1907.

Purvis J. E. Influenza di un campo magnetico intenso allo spettro delle scintille di Pb, Sn, Sb, Bi e Au. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, N. 3, 1907.

Cotton A., Mouton H. et **Weiss P.** Sur la biréfrangence magnétique des liquides organiques. *Compt. Rend.* **145**, p. 870, 1907.

Becquerel J. Sur la dispersion rotatoire magnetique des cristaux aux environs des bandes d'absorption. *Compt. Rend.* **145**, p. 916. 1907.

Geiger L. Ueber die Begleiterscheinungen des inversen longitudinalen Zeemaneffektes. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 597, 1907.

12. Raggi Catodici, Röntgen, ecc.

Barkla C. G. The Nature of X-Rays. *Nature.* **76**, p. 661, 1907.

Beatty R. T. Secondary Röntgen Radiation in Air. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 604, 1907.

Crowther J. A. On the secondary Röntgen Radiation from Gases and Vapours. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 653, 1907.

Guilleminot H. Nouveau quantitométre pour rayons X. *Compt. Rend.* **145**, p. 711, 1907.

Herweg J. Ueber die Herabsetzung des Funkenpotentials durch Bestrahlung der Funkenstrecke mit Kathodenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 326, 1907.

Angerer E. Ursprung der Wärmeentwickelung bei Absorption von Röntgenstrahlen. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 370, 1907.

Kaye G. W. C. Assorbimento selettivo dei raggi Röntgen. *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **14**, N. 3, 1907.

Cooksey C. D. Rayons corpusculaires produits dans différents métaux par les rayons Röntgen. *Amer. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 142, 1907.

Bordas F. Action des Rayons Röntgen sur les corindons. *Compt. Rend.* **145**, p. 874, 1907.

Soddy F. The Wehnelt Kathode in a High Vacuum. *Nature.* **77**, p. 53, 1907.

Jorissen W. P. and **Ringer W. E.** Action of Kathode Rays on Uranium. *Chem. Weekblad.* **4**, p. 476, 1907.

Gehlhoff G. Ueber Kathodengefälle und Spektren einiger zusammengesetzter Gase. *Ann. d. Physik.* (4), **24**, p. 553, 1907.

13. Radioattività e ionizzazione.

Rutherford E. Origin of Radium. *Nature.* **76**, p. 661, 1907.

Kleeman R. D. On the Secondary Cathode Rays emitted by Substances when exposed to the γ-Rays. *Phil. Mag.* (6), **14**, p. 618, 1907.

Hofmann K. A. und **Wölfl V.** Radioaktives Blei. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **40**, p. 2425, 1907.

Hahn O. Radiazione dei prodotti del Torio. *Ber. Deut. Chem. Ges.* **40**, p. 3304, 1907.

Boltwood B. B. Radio-activity of Thorium Salts. *Amer. Journ. Scien.* **24**, p. 93, 1907.

Strong W. W. Ionisation in Closed Vessels. *Science*, **26**, p. 52, 1907.

Jorissen W. P. and **Ringer W. E.** Chemical Actions of Radium Rays. *Arch. Néerl.* **12**, p. 157, 1907.

Levin M. Notiz über den Radiumgehalt von Uranpräparaten. *Phys. Zeit.* 8, p. 802, 1907.

Rümelin G. Ueber die Periode der Radium-Emanation. *Phys. Zeit.* 8, p 803, 1907.

Bordas F. Action du bromure de radium sur les pierres précieuses de la famille des Aluminides. *Compt. Rend.* **145**, p. 800, 1907.

Berthelot D. Sur la coloration de certaines pierres précieuses sous les influences radioactives. *Compt. Rend.* **145**, p. 818, 1907.

Rossi P. Sulla radioattività della Cotunnite Vesuviana. *Rend. Acc. Lincei*, (5), **16**, p. 613, 1907.

Barus C. Ueber die Verteilung der Kondensationskerne in staubfreier gesättigter Luft, und über Beobachtungsmethoden. *Ann. d. Phys.* (4), **24**, p. 225, 1907.

Boltwood B. B. Radioattività dei sali di Torio. *Am. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 140, 1907.

Boltwood B. B. Sur un nuovo elemento radioattivo. *Am. Journ. of Science.* (4), N. 142. 1907.

Mc Keon T. F. The diurnal Variation of the Spontaneous Ionisation in Air in Closed metallic Vessels. *Phys. Rev.* **25**, p. 399, 1907.

Dienert F. et **Bouquet E.** Relations entre la radioactivité des eaux sonterraines et leur hydrologie. *Compt. Rend.* **145**, p. 894, 1907.

Boltwood B. B. Origin of Radium. *Amer. Journ. of Scien.* **24**, p. 370, 1907.

De Muync. Electric Conductivity of the Explosive Flame of CO. *Ann. Soc. Scient. de Bruxelles.* **31**, p. 285, 1907.

Aschkinass E. Die Umwandlung der Atome in radioaktiven Substanzen. *Jahresber. Phys. Ver. Frankfurt a. M.* p. 97, 1907.

Wade F. B. Ueber die Radioktivität von Kalksalz. *Journ. Amer. Chem. Soc.* 29, p. 941, 1907.

Phillips C. E. S. Measurement of Radioaktivity, *Journ. Röntgen Soc.* **3**, p. 89, 1907.

14. Elettrotecnica. Telefonia e Telegrafia.

Teixeira J. P. Sur le champ magnétique tournant du aux courants polyphasés. *Ann. scient. d. Acad. Polyt. do Porto.* **2**, N. 3, 1907.

Pinto A. S. La visione a distanza e la trasmissione rapida della fotografia. *Ann. scient. d. Acad. Polyt. do Porto.* **2**, N. 3, 1907.

Abraham H. et **Devaux-Carbonnel.** Propagation des courants téléphoniques sur les lignes sonterraines. *Compt. Rend.* **145**, p. 867, 1907.

Fleming J. A. Magnetic oscillators as radiators in wireless telegraphy. *Phys. Soc. London.* 25 Ottobre 1907.

Campbell A. Te use of variable mutual inductances. *Phys. Soc. London.* 25 Ottobre 1907.

Cohen B. S. und **Shepherd G. M.** Messungen an telephonischen Uebertragungen. *J. Inst. Electr. Engin.* **39**, p. 503, 1907.

De Forest L. Non-earthed Loop for wireless Telegraph Reception. *Electrician.* **59**, p. 807, 1907.

Cohen L. Distortion in Telephonic Transmission. *Electr. World.* **50**, p. 564, 1907.

15. Unità.

16. Misure. Apparecchi.

Sommerfeld A. Ueber den Wechselstromwiderstand der Spulen. *Phys. Zeit.* 8, p. 805, 1907.

Sackur O. Régulateur automatique pour la production d'intensités de courant constantes avec une tension variable. *Zeit, f. Elektrochemie.* **13**, N. 41, 1907.

White W. P. Potentiometer Installation. *Phys. Rev.* **25**, p. 334, 1907.

Orlicch E. Ueber Aufnahme von Wechselstromkurven durch Oszillographen und ihre Analyse. *Arch. d. Math. u. Phys.* (3), **12**, p. 159, 1907.

Humphreys W. J. Apparatus for obtaining Electric Arcs under Heavy Pressure. *Astroph. Journ.* **26**, p. 36, 1907.

Werteim Salomonson J. K. A. Improved Universal Shunt box. *Electrician.* **59**, p. 954, 1907.

H. Fisica terrestre e Meteorologia.

1. Generalità. Teorie.

Manley J. J. Sull'applicazione d'un densimetro differenziale allo studio di alcuni campioni d'acqua del Mediterraneo. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* **27**, N. 3, 1907.

Hill E. G. Conducibilità elettrica e potere rifrangente di 90 campioni d'acqua di mare. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* **26**, N. 3, 1907.

Palazzo L. I brontidi del bacino Bolsenese. *Boll. Soc. Geogr. It.* 1907.

2. Geodesia. Misure geodetiche e di gravità.

Costanzi G. Les déplacements des maxima de l'anomalie positive et négative de la pesanteur relativement à la configuration du terrain. *Compt. Rend.* **145**, p. 695, 1907.

3. Magnetismo terrestre. Correnti telluriche. Luce polare.

Cirera P. et **Balcelli M.** Remarques sur le rapport entre l'activité solaire et les perturbations magnétiques. *Compt. Rend.* **145**, p. 862, 1907.

Brunhes B. Les courants telluriques dans les Osservatoires de montagne. *Rev. Scient.* (5), **8**, p. 647, 1907.

Latour A. Les aurores boréales 20 Avril 1907. *La Nature.* **35**, p. 326, 1907.

4. Studio dell'alta atmosfera.

Schreiber A. Ueber die Bestimmung der Seehöhen bei Ballonfahrten durch mechanische Quadratur. *Phys. Zeit.* **8**, p. 869. 1907. *Verh. Phys. Deut. Ges.* **5**, p. 553, 1907.

V. D. L. A propos de la couche isothermiqne supérieure. *Ciel et Terre.* **28**, p. 104, 1907.

5. Meccanica e termodinamica dell'atmosfera. Venti.

Hermann E. Ueber tatsächliche vieltägige Perioden des Luftdruckes. *Phys. Zeit.* **8**, p. 874, 1907.

Defant A. Ueber die Beziehung zwischen. Druck und Temperatur bei mit der Höhe variablen Temperaturgradienten. *Akad. d. Wiss. Wien.* 24 Ottobre 1907.

Exner F. M. Grundzüge einer Theorie der synoptischen Luftdruckveränderungen. *Met. Zeit.* **24**, p. 465, 1907.

Ekholm N. Einige Bemerkungen über die unperiodischen Luftdruckschwankungen. *Met. Zeit.* **24**, p. 478, 1907.

Smosarski W. I lavori di M. Margules sulle oscillazioni periodiche della pressione barometrica. *Wiadomosci Matematyczne.* **11**, N. 1-4, 1907.

6. Ottica dell'atmosfera.

Möbius W. Zur Theorie des Regenbogens und ihrer experimentellen Prüfung. 256 pag. Leipzig. Teubner, 1907.

Barus C. Sur une méthode d'observation des couronnes. *Amer. Journ. of Science.* (4), **24**, N. 141, 1907.

Barus C. Cycles successifs des couronnes. *Amer. Journ. of Scien.* (4), **24**, N. 142, 1907.

Toida T. Halos as the indicator of coming rain. *Met. Soc. of Japan. Journ.* Tokyo, **2**, Marzo 1907.

Tanakadate T. On the Theory of the Rainbow. *Phys. Math. Soc. Tokyo Proc.* **4**, p. 134 1907.

Bracke A. Le cercles lumineux. 16 pag. Mons. 1907.

7. Elettricità atmosferica.

Steinmetz C. P. Lightning. *Electr. Rev.* **51**, p. 167, 1907.

Luizet M. Observation d'un éclair en chapelet. *Compt. Rend.* **145**, p. 780, 1907.

Baldit M. Les mesures récentes d'électricité atmosphérique en ballon libre. *Bull. de la Soc. Belg. d'Astron.* **12**, N. 7-8, 1907.

Boëns J. Théorie du paratonnerre creux Boëns confirmé par les récentes découvertes de l'auteur dans le domaine de l'électricité statique. 64 pag. Namur, 1907.

Costanzo G. e **Negro C.** Sulle scariche elettriche temporalesche. *L'elettricità.* **29**, N. 5, 1907.

Costanzo G. e **Negro C.** Sulla dispersione elettrica nell'aria. *Atti Ac. Pont. d. Nuovi Lincei.* LX. Maggio 1907.

Costanzo G. e **Negro C.** Influenza delle scariche elettriche sugli elettroscopi carichi. *Atti Ac. Pont. d. Nuovi Lincei.* LX. Giugno 1907.

Larsen A. Photographing lightning with a moving camera. *Sc. Amer. Suppl.* **63**, p. 26200, 1907.

— Ueber die Radioaktivität atmosphärischer Niederschläge. *Himmel u. Erde.* **19**, p, 575, 1907.

Rigge P. W. Seeing the lightning strike. *Science.* **26**, p. 662, 312, 1907.

8. Temperatura del suolo.

Commelin. Température de l'eau. *Ann. Soc. mét. de France.* **55**, p. 147, 1907.

9. Terremoti e vulcani.

Fisher O. Sulla trasmissione dei terremoti attraverso la terra. *Proced. Cambr. Phil. Soc.* **14**, N. 3, 1907.

Frech F. Die Erdbeben in ihrer Beziehung zum Aufbau der Erdrinde. *Naturw. Rund.* **22**, p. 597, 1907.

Schwalm P. Die physikalische Grundlage der Stübelschen Vulkantheorie. *Himmel u. Erde.* **19**, p. 466, 1907.

Archenhold F. S. W. von Knebels Vulkanismus. *Weltall.* **7**, p. 374, 1907.

Cásarro M. e **Navarro L. F.** I vulcani attivi della terra. *Sill. Journ.* **24**. p. 282, 1907.

10. Climatologia.

Knoche W. Die äquivalente Temperatur, ein einheitlicher Ausdruck der Klimatischen Faktoren « Lufttemperatur » und « Luftfeuchtigkeit ». *Met. Zeit.* **24**, p. 433, 1907.

Langbeck K. Studien über Wirbelgewitter nach Beobachtungen am 20. Februar 1907. *Met. Zeit.* **24**, p. 444, 1907.

Mc Adie A. G. Klimatologie von Kaliforniem. *Met. Zeit.* **24**, p. 453, 1907.

11. Calore solare e irraggiamento.

Defant A. Die Abhängigkeit der diffusen Wärmestrahlung von der Jahreszeit. *Met. Zeit.* **24**, p. 461, 1907.

Krèmát J. und **Schnider R.** Absolute Messungen der nächtlichen Ausstrahlung in Wien. *Wien. Ber.* **116**. Marzo 1907.

12. Apparecchi.

Bonacina L. C. W. Rain-Gauge Exposure and Protection. *Nature.* **76**, p. 672, 1907.

Kassner C. Meteorologische Globen. *Verh. Deut. Phys. Gés.* **5**, p. 574, 1907.

L. Storia della fisica.

Clouzot E. Histoire de la météorologie. 23 pag. Paris, 1907.

Hoppe E. Die Verdienste L. Eulers um die Optik. *Phys. Zeit.* 8, p. 856, 1907; *Verh. Deut. Phys. Ges.* **5**, d. 534, 1907.

Gans R. Eulers als Physiker. *Phys. Zeit.* 8, p. 759, 1907.

Timerting H. E. Eulers Arbeiten zur Schiffsmechanik. *Phys. Zeit.* 8, p. 865, 1907.

Börnstein R. Zur Geschichte der hundertteiligen Thermometerskala. *Phys. Zeit.* **8**, p. 871, 1907; *Verh. Deut. phys. Ges.* **5**, p. 564, 1907.

Lorey W. Leonhard Euler. 20 pag. Leipzig. B. G. Teubner, 1907.

Hoffmann I. Die Anschauungen der Kirchenväter über Meteorologie. X+960. München. Ackermann T. 1900.

Montagu Lord. A short Hystory of Balloons. p. 124, 1907.

Haas A. E. Antike Lichttheorien. *Arch. für Gesch. der Philos.* **20**, p. 345, 1907.

Heatk T. L. Das Fragment des Anthemius über Brennspiegel und das « Fragmentum mathematicum Bobiense ». *Bibl. Math.* (3), **7**, p. 225, 1907.

Krebs W. Die sizilische Erdbebenkatastrophe con 10 bis 11 Januar 1693. *Himmel. u. Erde.* **19**, p. 370, 1970.

M. Trattati.

Noebels J., Schluckebier A. und **Jentsch O.** Telegraphie und Telephonie. 912 pag. S. Hirzel. Leipzig, 1907.

Gaillet P. Cours de physique industrielle. 516 pag. Lille. Le Bigot, 1907.

Maxwell W. H. Ventilation, Heating and Lightning. 158 pag. 1907.

Franklin W. S. and **Macnutt B.** The Elements of Mechanics.

Lamb H. Lehrbuch der Hydrodynamik. Leipzig. XIV+788 pag. B. G. Teubner, 1907.

Ellinger H. O. G. Fysik for Realklassen. 132 pag. Gyldental, 1907.

Müller J. J. C. Wärmelehre. VI+194 pag. Leipzig. J. A. Barth. 1907.

Donle W. Lehrbuch der Experimentalphysik. VIII+385 pag. Stuttgart. F. Grub. 1907.

De Valbreuze R. et **Laville C.** Éléments de mécanique et d'électricité. VI+379 pag. Paris. Dunot et Pinat, 1907.

Bichat E. et **Blondlot R.** Introduction à l'étude de l'électricité statique et du magnétisme. VIII+188 pag. Paris. Gauthier-Villars, 1907.

Arendt O. Die elektrische Wellentelegraphie. IX+169 pag. Braunschweig. F. Vieweg u. Sohn. 1907.

A. Pochettino.

NOTIZIARIO

— Il 17 Dicembre si è spento in Londa Lord Kelvin; ai solenni funerali la Società Italiana di Fisica era rappresentata dal Prof. Perry.

— È morto all'età di 96 anni il matematico T. Barker.

— È morto il matematico e astronomo Benerley in Dunedin (N. Zelanda).

— È morto all'età di 88 anni in Londra il celebre esploratore polare Ammiraglio Mc Clintock.

— Il Dott. A. Becker è stato nominato professore straordinario di Fisica all'Università di Heidelberg.

— Il Prof. G. Tammann è stato nominato professore di Chimica-fisica all'Università di Göttingen.

— Al Prof. J. Larmor è stata conferita dalla Manchester Philosophical Society la medaglia Wilde per l'anno 1908.

— La Royal Society ha conferito quest'anno la medaglia Copley al Prof. A. A. Michelson (Chicago); la medaglia Davy al Prof. E. W. Marley (Cleveland, Ohio); la medaglia Hughes al Prof. E. H. Griffiths; e la medaglia Sylvester al Prof. W. Wirtinger (Vienna).

— I premi Nobel per la Fisica e per la Chimica vennero assegnati quest'anno rispettivamente ai Proff. A. A. Michelson (Chicago) e Buchaner (Berlino).

— Nella sua seduta del 2 Dicembre 1907, l'Accademia delle Scienze di Parigi ha conferito i seguenti premi:

Geometria: Premio ***Francoeur*** al Sig. Lemoine (Relatore Darboux). Premio ***Bordin*** ai Sigg. F. Enriques (Bologna) e F. Severi (Padova) (Relatore Humbert). Premio ***Vaillant*** ai Sigg. J. Hadamard (Parigi) (Relatore Painlené); G. Lauricella (Catania) (Relatore Picard); A. Korn (Monaco) (Relatore Picard); T. Boggio (Torino) (Relatore Poincaré).

Meccanica: Premio *Montyon* al Sig. Cuënot (Parigi) (Relatore M. Levy). Premio *Poncelet* al fu Colonnello Renard (Relatore M. Levy).

Astronomia: Premio *Lalande* al Sig. Th. Lewis (Greenwich) (Relatore Bigourdan). Premio *Walz* al Sig. Giacobini (Nizza) (Relatore Loewy). Premio *De Pontécoulant* al Sig. Gaillot (Relatore Loewy).

Geografia: Premio *Gay* al Sig. J. Charcot (Relatore E. Perrier). Premio *Tchihatcheff* ai Sigg. J. De Morgan e P. Crépin de Beauregard (Relatore de La Grye).

Fisica: Premio *Hebert* al Sig. L. Poincaré (Parigi) (Relatore Lippmann). Premio *Hugues* al Sig. P. Langevin (Parigi) (Relatore Becquerel). Premio *Planté* al Sig. Mathias (Relatore Amagat). Premio *La Caze* al Sig. P. Villard (Parigi) (Relatore Gernez). Premio *Kastner-Boursaulet* al Sig. P. Weiss (Zurigo) (Relatore Violle).

Chimica: Premio *Jecker* ai Sigg. Blaise (Relatore Haller), M. Delèpine (Relatore A. Gauthier) e M. Hamonet (Relatore G. Lemoine).

Storia delle Scienze: Premio *Binoux* ai Sigg. G. LORIA (Genova), e F. Brunet (Relatore Darboux).

Ha inoltre conferito i seguenti premi generali:

Medaglia Lavoisier al Prof. A. von Baeyer (Monaco).

Medaglia Berthelot ai Sigg. Blaise, Delépine e Hamonet.

Premio Wilde ai Sigg. C. Nordmann e J. Brunhes.

Premio Petit d'Ormoy al Prof. P. Duhem.

Premio Pierson-Perrin al Sig. A. Cotton.

— Il Sig. W. Astor ha donato 250000 franchi all'Università di Oxford.

— I fratelli Rothschild hanno messo 40.000 franchi a disposizione del Dott. J. Charcot per la sua nuova spedizione antartica.

— Il marchese A. de Mauroy ha regalato alla Specola vaticana una preziosa collezione di aeroliti.

— All'Università di Lione è stato donato dal Sig. T. Vautier un capitale di 100000 franchi i cui interessi devono essere consacrati a ricerche di Fisica sperimentale.

— È stato votato un credito di 200000 marchi per l'ingrandimento dell'Istituto di Chimica-fisica dell'Università di Lipsia.

— Ecco il bilancio pel 1908 per alcuni stabilimenti scientifici francesi:

Istituto	Personale	Materiale
Collège de France	493640 L.	68860 L.
Muséum	697650 »	329200 »
Osservatorio di Parigi	181000 »	61000 »
Ufficio Meteorologico	111500 »	78750 »
Institut de France	488700 »	199700 »

— Il governo Belga organizza per l'estate 1908 una spedizione polare scientifica che sarà diretta da G. Lecointe.

— All'Havre si è tagliato in poche ore un vecchio ponte in ferro mediante il cannello ad ossiacetilene.

— Sono stati fatti con successo esperimenti di telefonia senza filo fra Berlino e Jutertögk (80 km.) dalla Amalgamatet Radio-Telegraph C.

— Secondo Morel Kalm nel carburo di calcio si trova sciolto sempre del carbone in quantità variabili da 0,3 al 6 %.

— Il nuovo transatlantico « Mauritania » ha raggiunto alle prove una velocità di 27,36 nodi all'ora.

— Nella Revue générale des Sciences è apparsa la traduzione delle opere di Archimede recentemente scoperte. Con piacere annunziamo che prossimamente il nostro giornale pubblicherà un articolo del Chiar.^{mo} Prof. Vailati sopra quest'opera dell'illustre geometra.

— Secondo F. Bordas i corindoni incolori esposti ai raggi Röntgen assumono una tinta gialla-topazio.

— La corazzata « *Rèpub'ique* » ha potuto mantenersi nel decorso Novembre in reciproca comunicazione radiotolegrafica colla torre Eiffel alla distanza di 800 chilometri!

— Burgess ha recentemente determinato con grande accuratezza il punto di fusione degli elementi del gruppo del

ferro ed ha trovato i seguenti resultati: Fe. 1505°; Cr. 1489°; Co. 1464°; Ni. 1435°; Mn. 1207°.

— I giornali tedeschi annunziano che la « Telefunken » ha fatto con successo delle esperienze di telefonia senza filo fra Nauen e Berlino (40 Km.).

— Ecco alcuni dati sulle massime quantità di pioggia osservate finora:

Data	Stazione	Durata	Quantità mm.
14 Giugno 1876	Tcherrapoundji (Bengala)	24^h	1036
3 Febbraio 1893	Crohamust (Australia)	24^h	780
25 Ottobre 1822	Genova	24^h	812
9 Ottobre 1827	Joyeuse (Ardèche)	22^h	792
10 gennaio 1867	Batavia	1^h	97
1 Ottobre 1892	Marsiglia	2^h	150
7 Luglio 1889	Curtea (Rumania)	20'	204
4 Giugno 1871	Galveston (Texas)	11'	100

— Alla esposizione Franco-Britannica la scienza sarà largamente rappresentata. Gli oggetti esposti saranno divisi in 3 sezioni:

a) Apparati storici usati da eminenti scienziati,

b) Apparati usati comunemente nelle esperienze e nelle ricerche scientifiche,

c) Strumenti usati nelle esplorazioni 1) terrestri; 2) marine; 3) dell'alta atmosfera; 4) astronomiche.

I vari strumenti *b)* sono suddivisi in 9 divisioni:

1) scienze matematiche, geometria, fisica molecolare, acustica (*Comitato:* Perry, Boys, Darwin);

2) ottica e fotografia (*Comitato:* Abney, Wood);

3) radiazioni invisibili (*Comitato:* Thompson, Rutherford, Strutt);

4) calore (*Comitato*: Callendar, Darwin);

5) magnetismo ed elettricità (*Comitato:* Thompson, Trouton, Preece);

6) chimica (*Comitato:* Thorpe, Meldola, Ramsay, Pedler);

7) mineralogia e cristallografia (*Comitato:* Miersen, Fletcher, Spenser);

8) biologia animale (*Comitato:* Lankester, Gotch, Shipley, Poulton, Ridewood);

9) biologia vegetale (*Comitato:* Prain, Farmer);

10) geografia (*Comitato:* Gill, Holdiche, Milne, Watson, Hellard, Close);

11) geologia (*Comitato:* Geikie, Ieall, Rudler, Batler);

12) oceanografia e idrografia (*Comitato:* Field, Creak, Fowler, Matthew);

13) meteorologia (*Comitato:* Shaw, Mill, Baden-Powell);

14) astronomia (*Comitato:* Gill, Lockyer);

15) geodesia (*Comitato:* Gill, Holdich, Milne, Watson, Hellard, Close, Gill, Lockyer);

16) metallografia (*Comitato:* Arnold, Ewing, Rosenhain, Stead).

— Il Sig. A. Pratt ha tenuto all'ultimo Meeting della Britisch Association un interessante rapporto sulle proprietà del calcio metallico, eccone le principali: Densità 1,52, buon conduttore del calore, molto malleabile, può sublimare nel vuoto a 700°-800°; è un potente agente riduttore, quindi può servire bene nel raffinamento dei metalli. In lega con altri metalli dà durezza e produce una cristallizzazione che dà fragilità; conferisce ai metalli la proprietà di decomporre l'acqua e ne aumenta l'attività chimica. Nel raffinamento dei metalli 3 sono le sue azioni principali: riduce gli ossidi e solfuri, elimina i gas sciolti, e forma dei composti con le impurità che rendono queste meno nocive (Rev. Scient. 8, N. 22).

Libri inviati per recensione

Ing. S. BERTOLIO. — « Cave e Miniere ».
(U. Hoepli, Milano, 1908, L. 16).

Prof. Ing. PASQUALE CONTALDI. — « La meccanica nella scuola e nell'industria ». Vol. 1.°
(U. Hoepli, Milano, 1908, 2.a ediz., L. 16).

Ing. Prof. S. RAGNO. « La tecnologia delle saldature autogene dei metalli ».
(U. Hoepli, Milano, 1908, L. 2).

J. POST et B. NEUMANN. — « Traité complet d'analyse chimique appliquèe aux essais industriels ». Tome 2e, 1r fasc.
(Librairie Scientifique A. Hermann, Paris, 1908, 2.e edition).

W. RAMSAY. — « Die Gase der Atmosphäre und die Geschichte ihrer Entdeckung ». Ins. Deutsche übertragen von D.r Max Huth.
(Wilhelm Knapp, Halle a. S., 1907, Mk. 5).

A. RIGHI. — « Die bewegung der Jonen bei der elektrischen Entladung ».
(J. A. Barth, Leipzig, 1907, Mk. 2).

E. ARIÈS. — « L'électricité considerée comme forme de l'énergie ».
(Librairie Scientifique A. Hermann, Paris, 1907, L. 2,50).

E. BICHAT et R. BLONDLOT. — « Introduction à l'étude de l'électricité statique et du magnetisme ». 2e edit.
(Gauthier-Villars, Paris, 1907).

U. MÜLLER und P. GEBHARDT. — « Die Misserfolge in der Photographie. II Teil: Positiv-Verfahren ».
(W. Knapp, Halle a. S., 1907, Mk. 2).

« Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1908 ».
(Gauthier-Villars, Paris, L. 1,50).

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Ha fatto adesione alla Società il signor

Nozari Dott. Mario — Istituto fisico R. Università, Torino

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XV.

Hanno pagato la quota del 1906 i Soci:

Bazzi Eugenio
Campanile Filippo
Grablowitz Giulio
Marini Lodovico
Piaggesi Giuseppe
Rizzi Giovanni
Santarelli Giorgio

Hanno pagato la quota del 1907 i Soci

Angelini Sebastiano
Bettanini Giuseppe
Carnazzi Procida
Gandolfi Archimede
Garbasso Antonio
Maggi G. Antonio
Marini Lodovico
Meda Giovanni
Nozari Mario
Palazzo Luigi
Picciati Giuseppe

Atti della Società di Fisica.

Resoconto delle sedute tenute fra i Soci a Roma

XII. Seduta del 6 Luglio 1907 (R. Istituto fisico) Presidente Volterra.

Il socio Sella, a nome del socio Blanc assente, dimostra con mezzi molto semplici e alla portata di tutti i principali fenomeni fondamentali della radioattività: jonizzazione dell'aria, emanazione radioattiva, radioattività indotta, carattere complesso della radiazione (N. Cim. (5), 14, pag. 73).

Il socio Perotti fa quindi vedere come, modificando il collettore, l'anello di Pacinotti possa funzionare da interruttore automatico.

Il Presidente Volterra analizza per sommi capi le recenti ricerche matematiche del Love sulla stabilità della terra facendone rilevare le interessanti conseguenze circa la distribuzione attuale dei continenti e del mare.

Il socio Vanni infine riassume le ricerche di Hurwitz sul segno del termine reale delle radici immaginarie delle equazioni.

Il Presidente saluta gl' intervenuti, ringrazia i Soci che cooperarono al buon andamento della Società e dichiara chiuso il primo ciclo di riunioni.

Hanno fatto adesione alla Società i signori

Grassi Prof. Ugo	Istituto Superiore, Firenze
Lo Vetere Gallo Prof. Ing. Vincenzo	R. Istit. Tecnico, Teramo

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XVII.

Hanno pagato il 1905 e il 1906 i Soci:

Brunè Edmondo
Macchia Pietro

Hanno pagato la quota del 1907 i Soci.

Argenti Carlo
Bisconcini Giulio
Ercolini Guido
Gandolfi Archimede
Meda Giovanni
Rossi Andrea

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno fatto adesione alla Società i signori

Barreca Ing. Dott. Pasquale	Via Cavour, 43, Spezia
Ezekiel Moise	Piazza Termini 18, Roma

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XIX.

Hanno pagato la quota 1906 i Soci :

Morera Giacinto

Hanno pagato la quota 1907 i Soci .

Mengarini Guglielmo *(dimiss.)* Pignataro Pietro
Morera Giacinto

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XXI.

Ha pagato la quota 1906 il Socio:

Vanni Giuseppe

Hanno pagato la quota 1907 i Soci

Dall'Oppio Luigi
Gerosa Giuseppe
Sartori Leonzio
Scarpa Oscar

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Gerosa Giuseppe
Levi Civita Tullio
Lomeni Arturo

VERBALI

DELLE ADUNANZE DELLA IX ASSEMBLEA GENERALE

DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

TENUTA IN PARMA

dal 24 al 27 Settembre 1908

PRIMA SEDUTA

della Sezione II [1])

della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

24 Settembre, ore 15.

La Sezione si riunisce nell'anfiteatro di Fisica della R. Università di Parma. Dopo brevi parole di caldo saluto e di grazie del prof. Cardani, si sono iniziati i lavori con un discorso del prof. Righi sulle « Vedute moderne intorno alla costituzione della materia ». (Il discorso sarà pubblicato negli Atti della S. I. p. P. d. S.).

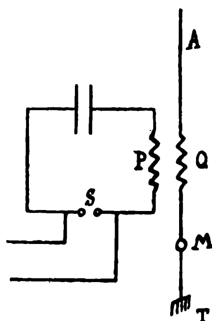
Essendo stati nominati per acclamazione a presidente della Sezione il prof. Righi, a vice presidente il prof. Sella ed eletti a segretari i proff. Amaduzzi, Bartorelli, Blanc e Umani, il prof. Majorana tiene una conferenza sperimentale sullo « Stato attuale della telefonia senza fili »:

In una comunicazione fatta al Congresso di Fisica dell'anno scorso l'A. indicò le linee generali del metodo da lui seguito nel risolvere il problema della telefonia senza fili.

In quella occasione presentò uno spinterometro rotante capace di fornire 10.000 scintille ogni minuto secondo, ed un microfono idraulico col quale la intensità delle onde elettro-

1) Le sedute scientifiche della Società Italiana di Fisica erano conglobate nelle sedute della Sezione II (Fisica, Fisica terrestre e Meteorologia) della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

magnetiche generate dalle scintille ed irradiate da un'antenna poteva essere *modulata* in corrispondeza delle vibrazioni acustiche dei suoni o delle parole da trasmettere. In sostanza già allora l'A. disse che lo schema di un apparecchio trasmittente per telefonia senza fili poteva esser quello indicato nella figura qui annessa, dove S rappresenta lo scaricatore ad elevata fre-



quenza (10.000 al sec.) facente parte di un circuito oscillante SCP, Q una spirale insèrita fra l'antenna A e la terra T, e che, essendo posta in vicinanza di P, pone in vibrazione elettromagnetica l'antenna stessa. M rappresenta infine un microfono destinato a far variare la resistenza ohmica del circuito dell'antenna. L'A. ricorda come non sia possibile costituire il microfono M con i soliti granuli di carbone, giacchè questi sotto l'azione delle elevate differenze di potenziale in giuoco, facilmente si brucerebbero. Il microfono idraulico, dunque, costituito da acqua in movimento, che si rinnova cioè in ogni istante, non riscaldandosi, si presta mirabilmente per le attuali ricerche.

Nella figura, il microfono idraulico M è stato collocato fra l'autoinduzione e la terra, ma è evidente che la indicata disposizione può avere numerose varianti. Infine l'A. ricorda ancora che l' apparecchio ricevente può essere costituito da uno dei soliti ricevitori acustici di telegrafia senza fili, come un detector magnetico, una cellula elettrolitica ecc.

La disposizione descritta permise all'A. già altre volte di eseguire nette trasmissioni telefoniche senza fili, ma queste non presentavano quel carattere di sicurezza e di precisione, indispensabile in tutti i mezzi di segnalazione a distanza.

La difficoltà proveniva essenzialmente dalla delicatezza costruttiva del microfono idraulico, il quale, cimentato alle alte differenze di potenziale generate dallo spinterometro (10.000 scintille al sec.) veniva, in breve tempo, posto fuori di uso.

L'A. era intento a perfezionare il metodo descritto, quando fu annunziata la scoperta del modo di generare onde persistenti mediante l'arco voltaico, in una atmosfera di idrogeno (Poulsen). L'assoluta sicurezza con cui queste onde vengono generate lo spinse a servirsi di esse, abbandonando così l'uso dello spinterometro rotante. La nuova disposizione si differenzia dalla vecchia solo per aver cambiato il metodo di generazione delle onde. Allo spinterometro S, basta sostituire l'arco nell'idrogeno, e modificare opportunamente le costanti elettriche delle varie parti della figura. Il microfono idraulico resiste benissimo alle differenze di potenziale generate dall'arco Poulsen, e, a causa della persistenza delle onde generate, può essere ottenuto un grado di sintonia, tra le stazioni poste in comunicazione, assai notevole.

L'A. ha eseguito, con la indicata disposizione, esperienze in Roma, tra l'Istituto Telegrafo e la stazione radiotelegrafica di Montemario (distanza 5 Km.); è a notarsi che questi due punti della città di Roma non si *vedono* reciprocamente, essendo separati dalla collina del Gianicolo. Al principio degli esperimenti (Febbraio 1907), poichè le due stazioni non erano accordate, la recezione a Montemario fu assolutamente nulla. Ma in successive prove, avendo intonato esattamente il circuito del detector magnetico alle lunghezze delle onde trasmesse dell'Istituto Telegrafico (600 metri), le parole pronunziate dinanzi al microfono idraulico vennero nettamente percepite all'altra stazione. Da un rapporto ufficiale, redatto dai funzionari della Marina addetti alla stazione di Montemario, risulta che:

1° potevasi facilmente comprendere le singole parole di una frase anche lunga, ma che tuttavia era bene alla stazione trasmittente ripetere due volte la frase stessa, per farne afferrare con assoluta sicurezza il senso.

2° La recezione era tanto netta, che assai facilmente potevansi distinguere i cambiamenti di voce o di persone al microfono.

3° Piccolissimi cambiamenti eseguiti sulle costanti del circuito di recezione annullavano quasi completamente le intensità dei suoni.

Questi primi risultati, per vero assai confortanti, inducono ad allargare le basi delle eseguite esperienze, ed è a credersi che mediante essi la telefonia senza fili potrà in breve entrare in un campo veramente pratico.

SECONDA SEDUTA

della Sezione II

della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

25 Settembre, ore 9.

Presiede il prof. Righi.

Il prof. Levi Civita legge il suo rapporto « sulla massa elettromagnetica » [1]).

Il prof. Puccianti, riferendosi a ciò che il prof. Righi aveva detto, nel suo discorso inaugurale, sui cristalli liquidi — che cioè le loro proprietà conducono alla ipotesi dell'esistenza in essi di elementi cristallini dotati di forze di orientazione, ma non di coesione, e che questi elementi cristallini presentano analogia colle particelle dei colloidi — dice che in questo concetto sarebbe da aspettarsi che un fascio di luce convergente, diffrangentesi sopra questi elementi cristallini, dovesse produrre un cono di illuminazione nettamente delimitato. Ora alcune esperienze che il Puccianti ha in corso sopra questo argomento, con una disposizione non dissimile da quella

1) Questo rapporto è stato già pubblicato nel N. Cimento, come pure qualche altro; i rimanenti saranno pubblicati in seguito. Inoltre il Consiglio di Presidenza ha deciso che per ogni Sezione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze verrà pubblicato un numero unico contenente i lavori presentati alle sedute della Sezione stessa nel Congresso di Parma.

Il numero unico di ciascuna Sezione verrà inviato gratuitamente ai soci della Sezione stessa, e dietro pagamento di L. 1 ai soci delle altre Sezioni che ne facessero richiesta alla Presidenza.

A tutti i soci verrà inviato più tardi il volume degli " Atti " contenente: i discorsi di apertura del Congresso in Parma (Sindaco di Parma, prof. V. Volterra, S. E. il Ministro della P. I.); i tre discorsi a Sezioni riunite dei proff. Ciamician, Foà e Pantaleoni; i discorsi d'apertura dei presidenti di Sezione; i verbali delle sedute plenarie, e brevi cenni sui lavori delle Sezioni.

di Siedentopf e Zsigsmondy, gli hanno permesso di osservare appunto questo cono di illuminazione nel paraazossianisolo, ma non di distinguervi le particelle; e ciò non deve fare meraviglia se si pensa che, vista l'alta birifrangenza della sostanza, gli elementi cristallini dovrebbero in essa costituire una parte importante della massa totale, e quindi essere molto più vicini tra di loro che non le particelle dei colloidi; ma tutto questo deve essere oggetto di ulteriore studio.

Il prof. Puccianti espone poscia il suo rapporto sulla spettroscopia, trattando in special modo « degli spettri di righe ».

Indi, innanzi alle lezioni di Fisica, Chimica, e Mineralogia riunite, il prof. Bruni parla « sui limiti dei vari stati di aggregazione e specialmente dello stato solido ».

La conferenza del prof. Bruni è stata corredata da una serie di proiezioni microcinematografiche ottenute coll'apparecchio testè ideato dai signori Siedentopf e Sommerfeldt.

SEDUTA

della Società Italiana di Fisica.

26 Settembre, ore 9.

Volterra, presidente, ricorda il concorso bandito dalla Società per una medaglia d'oro da conferirsi alla migliore esperienza da scuola, e dice che il 15 Luglio, dopo la chiusura, il Consiglio di Presidenza del concorso ha nominato una Commissione composta dei soci Bonacini, Ròiti, Sella coll'incarico di scegliere le tre esperienze da dimostrarsi pubblicamente all'Assemblea, e fra le quali questa sarà chiamata a fare la scelta definitiva.

Il prof. Sella legge quindi la seguente relazione:

Al concorso hanno preso parte sette autori, parte dichiarando il loro nome, parte contrassegnandolo con un motto.

Segue un'analisi di ciascuna delle esperienze proposte, insieme col giudizio formulato dalla Commissione.

1). *Chi non può ciò che vuol, ciò che può voglia.*

L'A. infila un ago fortemente calamitato in una rotellina di sughero e lo dispone a galleggiare sull'acqua in posizione

verticale. Egli osserva allora sotto l'azione del campo terrestre o di altri magneti alcuni fenomeni di orientazione o di movimento dell'ago, che egli non ritiene conciliabili con le leggi fondamentali del magnetismo. A parte la spiegazione delle azioni osservate, e che non sarà difficile ricondurre a cose note, è ad osservarsi che le esperienze proposte male rispondono alla condizione fondamentale del concorso, non avendo carattere dimostrativo chiaro e preciso di qualche legge fisica.

2). *Eros Anicate Macan.*

Una vescica elastica resa superficialmente conduttrice è collegata con un elettroscopio. Si dimostra che la capacità varia con il raggio della vescica. L'esperienza non è nuova, essendo nota da tempo una identica disposizione, nella quale si fa uso di una bolla di sapone.

3). *A. B. C.*

Su di un circuito contenente una pila si pone in derivazione una cella costituita da un filo di piombo e da una lamina pure di piombo immerso nell'acqua di fonte. Si misura l'intensità della corrente fra la cella e la pila, ed al di-là di quest'ultima.

L'esperienza illustra lo stato variabile della corrente nelle diverse porzioni del circuito e dà una rappresentazione del ritardo di trasmissione nei cavi telegrafici sottomarini. L'esperienza, opportunamente presentata, ha un reale interesse didattico; importa pochi mezzi ed è semplice ed istruttiva.

4). *Andrea Giulio Rossi.*

a). Metodo ed apparecchio per generare onde regolari sopra uno specchio di mercurio e dimostrare fenomeni di interferenza e diffrazione.

Se uno degli elettrodi che conduce una corrente alternante nel mercurio è costituito da una punta posta immediatamente al disotto della superficie liquida, si genera sopra questa una protuberanza pulsante con frequenza doppia di quella della corrente. Illuminando poi la superficie del mercurio con un arco alimentato da corrente della medesima fre-

quenza, si osserva per riflessione su di uno schermo l'immagine immobile delle onde partenti dalle protuberanze pulsanti (che possono essere più di una e variamente disposte); si possono così dimostrare fenomeni di riflessione e diffrazione.

L'esperienza richiede mezzi non alla portata di ogni scuola, per la grande intensità di corrente adoperata e per la difficoltà di proteggere il mercurio da tremori di altra provenienza. Però la disposizione appare molto elegante sia nel modo di generare i centri pulsanti, sia nella facilità di ottenere la proiezione stazionaria [1]).

b). Coppia di diapason elettromagnetici speciali per le esperienze di Lissajous.

I diapason sono costituiti da un nastro di ottone incrudito munito presso il tratto ripiegato di un nucleo elettromagnetico; le correnti parassite sviluppate nel nastro d'ottone quando vibra, permettono, a seconda della magnetizzazione del nucleo, di variare entro limiti estesi l'altezza del suono.

Sebbene la spiegazione richieda cognizioni che generalmente si danno dopo la composizione di due moti vibratori ortogonali, l'esperienza non richiede molti mezzi e risolve elegantemente il problema, assai utile nella pratica dimostrativa, di ottenere un diapason con periodo facilmente e speditamente variabile.

c) Un telefono ed un microfono affacciati e facenti parte di un circuito unico, possono come è noto entrare a mantenersi in vibrazione. Ora l'Autore propone che il collegamento acustico del sistema si faccia con una riflessione su di una parete piana, allo scopo di dimostrare la riflessione regolare del suono.

Il fenomeno di partenza è abilmente sfruttato per lo scopo dimostrativo speciale in vista, ma è ad osservarsi che il modo di funzionare del sistema microfono-telefono è piuttosto com-

1) Invitato dal prof. Ròiti, che trovavasi all'estero, a fare ricerche precise, se questa esperienza fosse nuova, cosa di cui egli dubitava, debbo confessare essermi sfuggito, per un inconcepibile svista, che essa era già stata pubblicata dal Rossi negli identici termini sin dall'Aprile 1906; la qual cosa ebbi a constatare casualmente solo dopo il Congresso di Parma. L'esperienza non avrebbe potuto presentarsi all'Assemblea della Società, perchè il programma del concorso non ammetteva che esperienze " inedite ". *A. Sella, relatore.*

plesso e richiederebbe in classe lunghe spiegazioni preliminari estranee all'argomento diretto; nè d'altra parte l'approssimazione che si può raggiungere in tale modo nella dimostrazione delle leggi della riflessione è tale da giustificare la preferenza ai metodi ordinariamente in uso.

d) Esperienza del calore raggiante oscuro.

Un palloncino Dewar a pareti non argentate e ripieno di aria liquida fa da lente e concentra raggi calorifici oscuri atti ad arroventare una laminetta di platino posta nel fuoco.

L'esperienza è brillante ma richiede un materiale alla portata di poche scuole, e conduce ad un risultato al quale, nei riguardi generali, si può giungere molto più comodamente con metodi noti e di uso comune.

5). *Mario Nozari.*

Un' esperienza da scuola per determinare l'azione di una corrente circolare su di un polo magnetico posto nel suo centro.

Un lungo magnete filiforme ha le estremità poste nei centri di due telai circolari ad angolo retto sull' asta, ed è sospeso ad una bilancia di torsione. Variando il raggio dei telai, il numero delle spire e l'intensità di corrente, si dimostra successivamente l' azione di tutti questi fattori, compensando le azioni dei due telai in modo da mantenere il magnete sempre nella stessa posizione.

L' esperienza appare delicata; di più rimane l' incertezza se nel centro dei telai stiano proprio i poli magnetici, e finalmente le intensità di corrente sono misurate con galvanometri, ciò che costituisce una specie di circolo vizioso — per quanto l'Autore, avvertita la difficoltà, cerchi di pararla procedendo prima a graduare i galvanometri con misure voltametriche, operazione però che non si può fare in classe.

6). *Ferdinando Giazzi.*

Un' esperienza di interferenza luminosa.

Si osserva sopra uno specchio, la cui faccia anteriore vitrea sia ricoperta di polvere, un sistema di strie, quando l'occhio dell'osservatore sia vicino alla perpendicolare abbassata sullo specchio dalla sorgende luminosa. L'esperienza è antica

ed è stata oggetto di numerose ricerche sperimentali e teoriche; anzi sotto una forma obbiettiva — l'unica che si presterebbe ad un'esperienza da lezione — è stata data fin dal Newton, il quale adoperava uno specchio concavo.

7). *Provando e riprovando.*

L'A. presenta dodici esperienze di meccanica sul moto uniforme, sull'inerzia, sulle leggi degli spazi e delle velocità e sul moto parabolico nella caduta dei gravi, sulla composizione di più movimenti, sulla massa, la quantità di moto, il teorema di Torricelli e le leggi della forza centrifuga. Molte di queste esperienze non presentano notevole vantaggio su quelle ordinariamente in uso, altre lasciano molto incerto il giudizio sulla facilità della loro riproduzione. Come esempio ci limitiamo a citare la seguente operazione che ricorre più volte: bruciare ad intervalli di un quinto di secondo, dati da un metronomo, dei fili che trattengono delle molle o delle masse pesanti, con una precisione che in pratica non pare sia possibile raggiungere, mentre poi l'orecchio e l'occhio devono percepire la simultaneità dei fenomeni, che avvengono agli stessi intervalli. Errata poi appare l'esperienza che vuol provare come la forza centrifuga nel moto circolare uniforme sia proporzionale alla massa del corpo rotante. Sulla periferia di un disco orizzontale che rota nel suo piano ed intorno al suo centro l'A., pone due tubi alle cui estremità sono collocate due sfere di massa l'una metà dell'altra. Le sfere sono tenute a posto da due fili che vengono a fermarsi nel centro del disco. Si mette l'apparecchio in rotazione e si bruciano i due fili. Si trova allora secondo l'A., che le distanze a cui cadono sul suolo le due sfere sono l'una metà dell'altra. Tale affermazione non regge: poichè le due sfere cadono alla stessa distanza.

Segue la proposta di un apparecchio per fare il vuoto per mezzo dell'acqua sulla quale sia dell'olio, invece che col mercurio, con una disposizione identica a quella delle solite pompe a mercurio. La sostituzione però non ha il pregio della novità.

Viene infine un'esperienza atta, secondo l'autore, a dimostrare la rotazione della terra col pendolo di Foucault impie-

gando pochi minuti. Ciò egli ottiene attaccando alla massa del pendolo uno stilo, la cui estremità cade nel fuoco di una lente convergente, e facendo oscillare il pendolo quasi nell'asse del fascio luminoso generato da una lanterna dopo il passaggio per la lente. Si comprende allora come a piccoli spostamenti del piano di oscillazione corrispondano grossi spostamenti del l'ombra dello stilo su di uno schermo. Ma è ad osservare che piccoli ed irregolari spostamenti del piano di oscillazione sono nella pratica, per più ragioni inevitabili, e che bisogna attendere un certo tempo perchè salti fuori netto e sicuro lo spostamento angolare dovuto alla rotazione della terra. Di più didatticamente non si palesa alcun inconveniente nell'attendere dal principio alla fine della lezione, che lo spostamento angolare si sia reso invisibile, sia direttamente, sia con mezzi già da lungo tempo adoperati nella scuola.

Dai giudizi che siamo venuti successivamente esponendo sopra ciascuna delle esperienze proposte segue facilmente la scelta delle 3 esperienze che dovranno essere pubblicamente dimostrate dagli autori. Dalla visione del modo con cui la dimostrazione è condotta potranno i Soci trarre sicuro il giudizio per la scelta finale.

Le 3 esperienze scelte dalla Commisione sono:

1). *A. B. C.* — Stato variabile della corrente.

2). *A- G. Rossi.* — Onde sopra uno specchio di mercurio.

3). *A. G. Rossi.* — Diapason elettromagnetici ad altezza variabile.

A. Ròiti
A. Bonacini
A. Sella, *relatore.*

Il Presidente invita quindi i Soci Pochettino (che risultò essere l'autore della esperienza indicata col motto *A. B. C.*) e Rossi a dimostrare le loro esperienze. Rossi mostra l'esperienza (1) delle onde sopra uno specchio di mercurio avvertendo che non potè mettersi al riparo da tremori esterni, malgrado abbia cercato di rimediare con galleggianti in vasche

di mercurio; non può poi mostrare l'esperienza (2) dei diapason per un errore di costruzione dell'apparecchio. Pochettino dimostra l'esperienza (3) sullo stato variabile della corrente.

TERZA SEDUTA

della Sezione II

della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

26 Settembre, ore 17.

Presiede il prof. Rigni. — A. G. Rossi espone la sua comunica zione « nuovo sistema di rivelatori di onde elettromagnetiche fondati sulla magnetizzazione ».

A. Pochettino legge il suo rapporto sulle « onde e sesse ».

G. Platania tratta delle « sesse marine » o librazioni del mare. Espone anzitutto i notevoli risultati di un esteso lavoro dei signori Honda, Terada, Yoshida e Isitani su questo argomento, lavoro ancora inedito, il cui manoscritto fu gentilmente comunicato al Platania dal prof. Honda.

Parla delle loro ipotesi per spiegare le librazioni del mare, considerate da questi autori come effetto di risonanza, con periodo proprio a ciascuna baia, alle perturbazioni provenienti dal mare aperto; della nota formola

$$T = \frac{4l}{\sqrt{gp}}$$

per calcolare il periodo T di oscillazione in ciascuna baia in funzione della lunghezza l e della profondità media p della baia stessa; delle correzioni che, in casi speciali, devono apportarsi al periodo così calcolato, per le dimensioni della bocca della baia e per la variazione della regione. Fa un cenno degli esperimenti di laboratorio eseguiti da questi autori per mezzo di modelli di baie; dell'applicazione della loro teoria ai casi di librazione per onde marine prodotte da cicloni o da terremoti, e della spiegazione che essi danno per le anomalie della marea lunisolare riscontrate in alcune baie. Infine tratta dei periodi di queste librazioni nei golfi italiani, periodi che

erano stati determinati sui mareogrammi dal Grablovitz, dal Magrini e dal Platania stesso; mostra che applicando le formole predette per Cagliari, Catania, Genova e Napoli, si ottengono valori sensibilmente eguali a taluni dei periodi osservati, e nel caso di Napoli si riscontra anche, scegliendo diverse linee nodali, una buona concordanza coi diversi periodi, che di frequente si osservano.

Finalmente il prof. Chistoni, annunzia che egli, guidato da una notizia data nel 1896 dal prof. Luigi Pinto, in una necrologia del Palmieri tenuta all'Accademia Pontaniana, si è recato a visitare la tomba di Macedonio Melloni, che si trova nel Cimitero dei Colerosi presso S. Aniello (Comune di S. Giovanni a Teduccio); dopo avere esposto le condizioni di abbandono in cui trovasi la sepoltura stessa, nonchè i pericoli che vi sono che la tomba possa eventualmente venire manomessa, egli propone che la Sezione emetta un voto affinchè, almeno in via provvisoria siano presi i provvedimenti atti a scongiurare simile pericolo.

Il prof. Bartorelli vorrebbe che i resti del Melloni venissero restituiti a Parma.

Su proposta del prof. Murani, la Sezione prega il senatore Volterra e l'on. Cardani, presenti, di interessarsi perchè la proposta del Chistoni venga sollecitamente accolta dal Ministero della Pubblica Istruzione. Volterra e Cardani danno l'assicurazione formale di interessarsi della questione ed il Cardani in particolare aggiunge che sarà sua cura d'insistere acciocchè le ossa di Melloni non solo vengano meglio custodite, ma siano definitivamente trasferite a Parma [1]).

1) Il presidente si è affrettato a comunicare il voto della Società a S. E. il Ministro Rava, il quale in data 21 novembre telegrafava al presidente Volterra: " Scrivo subito prefetto Napoli per Melloni. Saluti. *Rava* ".

QUARTA SEDUTA

della Sezione II

della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

27 Settembre, ore 9.

Presiede il prof. Righi.

L'Ing. E. Mancini eseguisce alcune proiezioni di fotografie a colori, esponendo il principio su cui è basato il processo Lumière.

Il prof. Lo Surdo legge una sua comunicazione sulla radiazione notturna.

Il prof. Puccianti parla sulla comunicazione del Lo Surdo. Egli ritiene che la disposiziono sperimentale da lui seguita segni un notevole progresso rispetto alle precedenti. Però in linea generale egli si dichiara scettico su tutte queste misure della radiazione notturna, che ritiene difettose di base teorica finchè per il corpo radiante non si adotti una delle disposizioni che permettono di approssimarsi al caso teorico del *corpo nero*. La incertezza a cui si va incontro coll'uso del nerofumo leggero per la misura delle radiazioni notturne, perchè in esse predominano le grandi lunghezze d'onda per cui il nerofumo come è noto si allontana assai dall'essere *nero*. Consiglia quindi il Lo Surdo a proseguire le sue esperienze cercando di perfezionare l'apparecchio con queste vedute.

Il prof. Marcolongo legge il suo rapporto sulla storia degli studi fatti in Italia intorno all'elasticità dal 1870 al 1906.

SEDUTA

della Società Italiana di Fisica.

27 Settembre, ore 11.

Il Presidente della Società Volterra apre la seduta comunicando i saluti dei soci Boggio-Lera, Cantone, Corbino, Doglio, Grimaldi, Lussana, Macaluso, Scarpa, Stefanini, Vicentini dolenti di non poter prendere parte ai lavori del Congresso. Egli espone poi succintamente un rendiconto morale sull'at-

tività della Società durante l'anno scorso. Segnala gli sforzi fatti dalla Presidenza per accrescere il numero dei soci; ciò che fu ottenuto con pieno successo istituendo a Roma delle riunioni regolari, in cui si ebbero comunicazioni originali, relazioni di memorie ed ampie discussioni sopra alcuni capitoli dell'insegnamento della Fisica, sopratutto sul concetto di massa; gite e visite ad istituti scientifici e tecnici ecc. Egli incita i soci a creare in ogni centro scientifico consimili riunioni, che, eccitando l'attività dei soci, riesciranno facilmente a raccoglierne di nuovi e ad allargare il campo d'azione della Società. Ricorda la larga parte presa dalla Società alle onoranze al senatore Righi, sia a Bologna, sia a Roma ove il dott. Dessau tenne un discorso, distribuito poi ai soci. Accenna pure agli sforzi fatti dalla Redazione del *Nuovo Cimento* per migliorare l'organo della Società, che ora esce regolarmente, contiene una accurata e completa letteratura fisica, dovuta alla cortese collaborazione del dott. Pochettino a cui rivolge speciali grazie, ed un ricco Notiziario. Nota con compiacenza che la fondazione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze e l'attuale Congresso sono dovuti alla iniziativa presa al Congresso di Milano dal Consiglio di Presidenza della Società dei Naturalisti Italiani. Finalmente nota che nel presente Congresso egli ha tenuto largamente conto dei voti più volte espressi dalla Società coll'organizzare una serie di rapporti sui diversi capitoli della Fisica. Prega i soci di esporre i loro voti e le loro raccomandazioni.

Umani raccomanda che i resoconti del Congresso sieno pubblicati con sollecitudine.

Puccianti conviene che la bibliografia ordinata per materie, come ora appare nel *Nuovo Cimento*, sia preferibile ai sunti prima in uso, che comparivano incompleti e con forte ritardo, ma vorrebbe che almeno per le memorie più importanti fosse dato un riassunto.

Il Pres. Volterra dice che verranno tenuti nel massimo conto questi desiderii, tanto più che rispondono all'interesse della Redazione del *N. C.*, non si nasconde tuttavia le difficoltà per la loro attuazione pratica.

Il Presidente Volterra prega l'Assemblea di passare alla votazione circa l'assegnazione della medaglia d'oro fra i prescelti dalla Commissione.

Ròiti chiede se nella votazione le eventuali schede bianche debbano essere interpretate come contrarie all'assegnazione.

Il Presidente legge il bando del concorso ed interroga l'assemblea.

Umani, Puccianti, Chistoni ritengono che un'assegnazione debba essere fatta ad ogni modo, e precisamente al nome che otterrà maggior numero di voti.

Il Presidente ritiene desiderabile che l'assegnazione del premio avvenga.

Dopo varie osservazioni di Chistoni, Vassura, Garbasso, Malagoli, rimangono due proposte: l'una di Folgheraiter che sia dato il premio a chi ottenga il maggior numero di voti, coll'intesa che se il maggior numero di voti è costituito da schede bianche, questo significhi che l'Assemblea non ritiene nessun candidato degno di ottenere il premio; l'altra di Levi Civita che vuole in ogni caso assegnato il premio al candidato che abbia maggior numero di voti, non tenendo conto delle schede bianche. Messa ai voti la proposta di Folgheraiter, essa è approvata.

Procedutosi alla votazione, si trovano ventidue schede bianche ed undici schede col nome di Pochettino. Il Presidente proclama che l'Assemblea ha deliberato di non assegnare il premio.

Il Presidente invita Folgheraiter a dare lettura del bilancio della Società.

Il prof. Folgheraiter, a nome del Cassiere della Società, prof. Stefanini, espone la situazione di cassa al 15 settembre 1907, che può riassumersi così:

ENTRATA.

Resto di Cassa al 31 Dicembre 1905:

Società di Fisica	L. 3891,49		
Fondo per lo studio delle Sesse	» 218,65		
		L.	4110,14
Interessi maturati al 31 Dicembre 1906. . . .		»	377,04
Per n.° 53 adesioni al Congresso di Roma del 1906		»	530,00

Quote esatte dal 1° Genn. 1906 al 15 Sett. 1907:

del 1903 n.°	2			
» 1904 »	14			
» 1905 »	91			
» 1906 »	157			
» 1907 »	106			
	n.° 370 a L. 3		»	1110,00
		Totale .	L.	6127,18

USCITA.

Contributo alla Società di Chimica per le adesioni al Congresso di Roma, 1906 . . .	L.	400,00
Spese per il Congresso di Roma, 1906	»	37,62
» per stampa di circolari spedite dal Cassiere	»	27,50
» per quietanze ai Soci	»	6,10
» per esazioni a mezzo posta	»	11,55
» per invio circolari-invito al pagamento .	»	2,60
» di posta sostenute dal Cassiere	»	9,06
» per la costituzione della nuova Presidenza, stampa circolari, per voti, quesiti ecc. .	»	250,58
» per la corrispondenza del Segretario . .	»	87,97
» per le conferenze e sedute in Roma . .	»	110,80
» per le onoranze al Senatore prof. Righi .	»	133,07
» per una medaglia d'oro, circolari relative .	»	235,55
» per la costituenda Società per il progresso delle scienze, contributo, circolari ecc .	»	132,90
» varie	»	6,00
Totale .	L.	1451,30

Da ciò risulta, che al 15 Settembre 1907 il resto di cassa ammontava a	L.	4675,88
con un aumento, dal 1° Gennaio 1906, di . .	»	565,74

A questo resoconto, che è quasi esclusivamente fondato sull'amministrazione delle quote di lire 3 pagate dai soci, il prof. Folgheraiter fa seguire quello dell' amministrazione del *Nuovo Cimento* (per l' anno 1906), che si basa sui proventi degli abbonamenti effettivamente riscossi e della vendita del *Nuovo Cimento* a non soci, e sulle spese di tipografia, spedizione [1]), ecc....

ENTRATA.

Rimanenza al 31 Dicembre 1905				L.	1327,87
Riscossioni fatte per conto dei Fratelli Vannucchi				»	86,15
Per fascicoli staccati dell'annata 1906				»	15,90
N.°	1	abbonamenti per il	1903* a L. 15 . .	»	15,00
»	10	» »	1904 a prezzi vari .	»	152,20
»	66	» »	1905* a L. 15 . .	»	990,00
»	46	» »	1095** a L. 16,20 . .	»	745,20
»	6	» »	1905*** a L. 18 . .	»	108,00
»	67	» »	1906* a L. 15 . .	»	1005,00
»	38	» »	1906** a L. 16,20 . .	»	615,60
»	18	» »	1906*** a L. 18 . .	»	324,00
»	7	» »	1906* a L. 20 . .	»	140,00
»	21	» »	1906* a L. 18 . .	»	378,00
»	6	» »	1907 a prezzi vari .	»	110,40
				L.	6013,32

1) A schiarimento di questa breve relazione è utile richiamare l' attenzione sul fatto che le quote, che effettivamente vengono incassate dai singoli abbonati sono diverse secondo che il giornale è spedito all' interno o all' estero, secondochè l' abbonamento è fatto direttamente presso l'Amministratore o presso librai o presso il Cassiere della Società. Per distinguere nel resoconto le varie specie di abbonamento sarà contrassegnato da un * il prezzo riscosso dai Soci (L. 15), quello riscosso dall'Amministratore (L. 18 per l' interno e L. 20 per l' Estero); saranno contrassegnati con ** gli abbonamenti fatti presso librai all' interno, e con *** gli abbonamenti fatti presso librai per l' Estero.

SPESE.

Spese di amministrazione	L. 103,52
» ferrovia per spedizione dei fascicoli da Pisa a Firenze	» 31,70
» posta per la spedizione dei fascicoli agli abbonati	» 231,81
» Corrispondenza postale	» 89,87
Debito verso i tipografi Fratelli Vannucchi [1]:	
1 abbonamenti per il 1903 a L. 7,50 . .	» 7,50
10 » » 1904 » » » . .	» 75,00
52 » » 1905 » » 13,50 . .	» 702,00
37 » » » » » 15,00 . .	» 555,00
29 » » » » » 7,50 . .	» 217,50
56 » » 1906 » » 13,50 . .	» 756,00
95 » » » » » 15,00 . .	» 1425,00
6 » » 1907 » » 15,00 . .	» 90,00
	L. 4284,90 [2].

L'amministrazione del *Nuovo Cimento* presenta quindi un resto di cassa di L. 400,55 superiore a quello del 31 Dicembre 1905.

Il bilancio viene approvato senza osservazioni alla unanimità.

Il Presidente propone che nella compilazione dell'Annuario siano accolte, a fianco dei nomi dei soci, brevi notizie personali.

L'Assemblea approva.

Il Presidente comunica che il Consiglio di Presidenza ha deliberato di proporre all'Assemblea di mandare uno fra gli intervenuti al Congresso, che ne farà richiesta, ad assistere al corso speciale di microscopia scientifica che si terrà a Jena nel prossimo Ottobre, con l'assegno di lire 300 per le spese di

1) La quota che sugli abbonamenti spetta alla tipografia ammonta a L. 15 per le prime 250 copie vendute; è di sole L. 7,50 per le copie, vendute, in ciascuna annata, in di più delle 250; se l'abbonamento al giornale è fatto a mezzo di librai, la quota che spetta alla tipografia è di L. 13,50 per lo sconto del 10 % dovute al libraio.

2) Per uno spostamento di cifre, nel riassunto presentato all'Assemblea dei soci fu data una somma minore di questa per L. 0,46.

viaggio, colla condizione che l'inviato debba presentare una relazione alla Società, ed iniziare trattative colla casa Zeiss per ottenere una partecipazione alla esposizione di strumenti di Fisica che si terrà nel prossimo anno a Faenza in occasione delle feste Torricelliane. L'Assemblea accoglie la proposta ed il Presidente invita i soci presenti a volere avanzare relativa domanda [1]).

Si procede alla nomina delle cariche sociali. Scadono il Cassiere Stefanini ed i due Consiglieri Garbasso e Grimaldi per anzianità; inoltre a termine dello Statuto devesi sorteggiare un consigliere fra i quatto eletti nel passato Congresso, cioè Bonacini, Cardani, Castelli ed Ercolini, poichè non risultò in quella elezione quale di essi avesse preso il posto del Consigliere Sella, che cessò di carica dopo un anno, perchè eletto Segretario. Rimane sorteggiato il Consigliere Bonacini.

A Cassiere viene riconfermato per acclamazione Stefanini.

La votazione per 3 Consiglieri dà il seguente resultato:

Murani	28
Malagoli	24
Chistoni	18

Seguono Amaduzzi e Cantone con voti 7, Umani con 6, Calzecchi con 5, Piola con 3 ed altri voti dispersi.

Il Consiglio di Presidenza per l'anno venturo resta così costituito:

Volterra, Presidente; Battelli, Vice Presidente; Cardani, Castelli, Chistoni, Ercolini, Malagoli, Murani, Consiglieri; Sella, Segretario; Blanc, Vice Segretario; Stefanini, Cassiere; Doglio, Bibliotecario.

SEDUTA

della Società Italiana di Fisica.

27 Settembre, ore 14.

Presiede il prof. Sella.

Il prof. Chistoni ricorda che fino dal 1898 ebbe incarico dalla Società Italiana di Fisica di provvedere alla collocazione

1) Alla Presidenza pervenne una sola domanda e cioè quella del prof. Puccianti, a cui fu quindi affidata la missione. *Il Presidente Volterra.*

di limnigrafi sul lago di Garda, per constatare se vi si verificasse il fenomeno delle sesse; e dato che si verificasse di studiare o di fare studiare il fenomeno.

Per ragioni che egli ha riferito alla Società, il primo impianto si fece a Salò, collocandovi un mareografo Mati ridotto a limnigrafo.

Non passò un mese, e si ebbero indizii certi dell'esistenza delle sesse. Si procedette allora all'impianto di Desenzano e di Toscolano. I risultati finora ottenuti sono scarsi e non sempre ben notati.

Il prof. Chistoni propone il seguente ordine del giorno: La Società fa voto che si confidino per un anno i limnigrafi a persona dipendente dall'Istituto Idrografico di Genova, e raccomanda anche lo studio delle onde marine, secondo il desiderio esposto dal Pochettino nel suo rapporto.

L'Assemblea approva.

Il sig. Mazzolo, comandante l'Istituto Idrografico di Genova, presente alla seduta, con cortesi parole prende impegno di adoperarsi per il soddisfacimento dei voti della Sezione.

Il prof. Chistoni ricorda in seguito che la Società italiana di Fisica, con voti emessi a Pisa nel 26 novembre 1900, a Bologna il 24 novembre 1901 ed a Brescia il 7 settembre 1902, confortati anche dall'ordine del giorno della Società Sismologica Italiana, emesso pure il 7 settembre 1902, si è impegnata per ottenere l'istituzione dell'Osservatorio magnetico nazionale a Sestola nel Frignano. Ripete per quali ragioni devesi potendo, preferire Sestola, o per meglio dire, la plaga circostante al monte Cimone, per stabilirvi l'Osservatorio magnetico nazionale, e cioè la impossibilità della collocazione in tale luogo di impianti elettrici, la natura della roccia che contiene $^{1}/_{1000}$ di sostanze magnetiche e la centralità di Sestola rispetto alle Università di Genova, Pavia, Parma, Modena, Bologna, Firenze, Siena e Pisa, nonchè la vicinanza agli Istituti della Marina che stanno a Livorno ed a Spezia.

Il prof. Chistoni aggiunge che per un buon insegnamento della Fisica terrestre ai giovani laureandi in Fisica necessita completare l'Istituto scientifico iniziato dal Tacchini a Sestola ed al Cimone. Questo Istituto insieme a quello sul colle d'Olen

e ad altro che si dovrà necessariamente erigere nell'Italia meridionale, costituirà un insieme che permetterà ai giovani laureandi in Fisica di studiare praticamente quasi tutti i fenomeni di Fisica terrestre e di Meteorologia. Avverte infine che il Municipio di Sestola ha offerto l'area sulla quale mettere l'erigendo Osservatorio magnetico, e che oggi il forte medioevale di Sestola è stato ceduto al prof. Pullè dell'Università di Bologna coll'intento che egli provveda a che nel forte stesso sorga l'Osservatorio magnetico nazionale, inizio di una Scuola nazionale estiva di Fisica terrestre e Meteorologia.

Il prof. Chistoni ritiene che ora sia il momento di uscire dai voti platonici ed incominciare a studiare effettivamente la questione, e propone che la Società si interessi con un voto perchè nella plaga circostante il Cimone si studino le linee isomagnetiche, così da poter concludere se detta plaga sia veramente adatta all'impianto dell'Osservatorio magnetico nazionale.

L'Assemblea fa suo il voto del prof. Chistoni [1]).

Il prof. Rizzo, plaudendo all'iniziativa di Chistoni per l'Osservatorio magnetico Nazionale, dice di aver ottenuto dalla Università, dal Consiglio provinciale di Messina e da altri enti locali, mezzi e sussidi per la fondazione di un Osservatorio magnetico locale, il cui scopo precipuo sia lo studio del magnetismo terrestre in correlazione ai fenomeni sismici. Chiede alla Società di appoggiare col suo voto tale promettente iniziativa. L'Assemblea vota la proposta del Rizzo.

1) S. E. il Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio, in data 23 dicembre, informava il presidente Volterra che, in seguito al voto emesso dalla nostra Società, egli dava incarico al R. Ufficio Centrale di Meteorologia e di Geodinamica di compiere gli studi preliminari concernenti l'impianto dell'Osservatorio magnetico nazionale, pur riservandosi di stabilire a suo tempo se da cotesto Ministero, oppure da quello dei Lavori Pubblici, oppure da entrambi di concerto debbasi assumere il compito dell'impianto dell'Osservatorio stesso e dell'annessa Scuola estiva di fisica terrestre e di meteorologia.

QUINTA SEDUTA

della Sezione II

della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.

Presiede il prof. Righi.

Il prof. Garbasso espone il suo rapporto « sul miraggio » discorrendo nel tempo stesso di alcune ricerche intraprese col prof. Fubini sull'ottica dei mezzi non omogenei e non isotropi e di una comunicazione del dott. Rolla dal titolo « Un teorema su l'ottica dei mezzi non omogenei attivi ».

Stante l'ora avanzata, il dott. Blanc prega il Presidente di dare per letto il suo rapporto « su alcuni problemi attuali della radioattività ».

Viene quindi tolta la seduta ed il Presidente dichiara chiusi i lavori della Sezione.

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XXIII.

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

Giolitti prof. Federico — Roma, Via Palestro, 35
Pasqualini prof. Luigi — Firenze, Officina Galileo

Ha pagato la quota 1906 il Socio:

Vassura Giuseppe

Hanno pagato la quota 1907 i Soci

Artom Alessandro
Burzagli Vincenzo
Canestrelli Ignazio
Chiavassa Flaminio
Consani Dario
De Michelis Antonino
Elliot Giulio
Eredia Filippo
Favuzzi Vito
Fontana Ariodante
Fornasi Cesare
Giazzi Ferdinando
Leone Leonardo
Martini Tito
Pugliese Alberto
Rabitti Paolo
Vassura Giuseppe
Zublena Pietro

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Blaserna Pietro
Bongiovanni Giuseppe
Cirri Oreste
Folgheraiter Giuseppe
Giolitti Federico
Lussana Silvio
Magrini Silvio
Pochettino Alfredo
Zambiasi Giulio.

FINE DEL VOLUME XIV, SERIE V.

Responsabile: Prof. A. POCHETTINO.